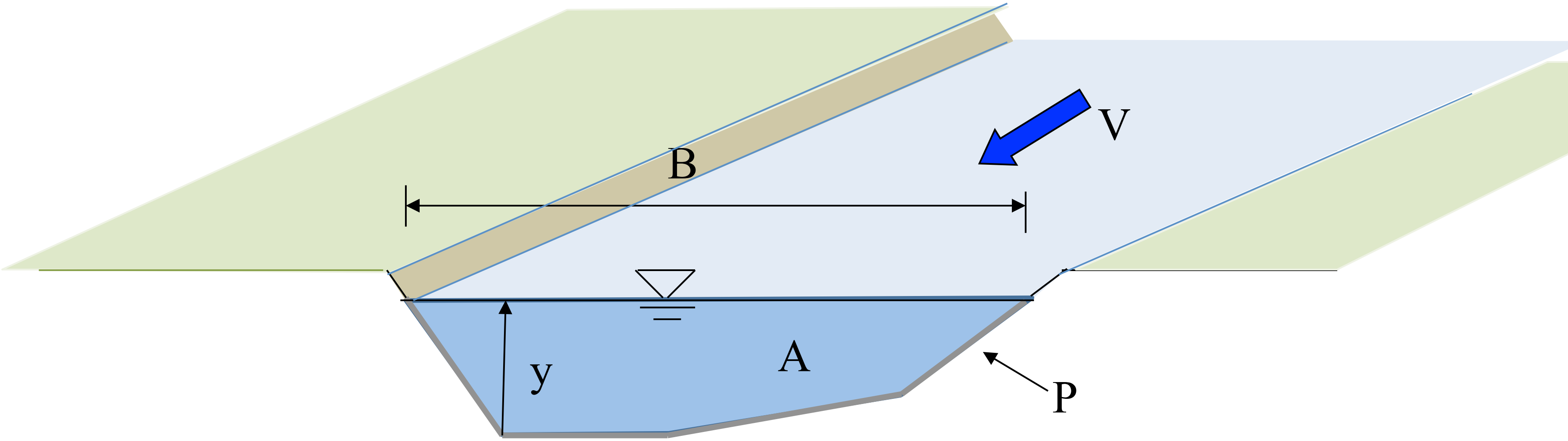
Fondamenti di idraulica

correnti

Giancarlo Dalla Fontana
Università di Padova

A.A. 2013/2014

Caratteristiche delle correnti a pelo libero



A area della sezione liquida (m^2);

P contorno bagnato (m);

B larghezza al pelo libero (m)

R = A / P raggio idraulico (m);

Y = A / B profondità idraulica (m)

V velocità media della corrente (m/s)

Q portata liquida (m^3/s)

q portata per unità di larghezza o portata unitaria (m^2/s)

$$Q = V\,A$$

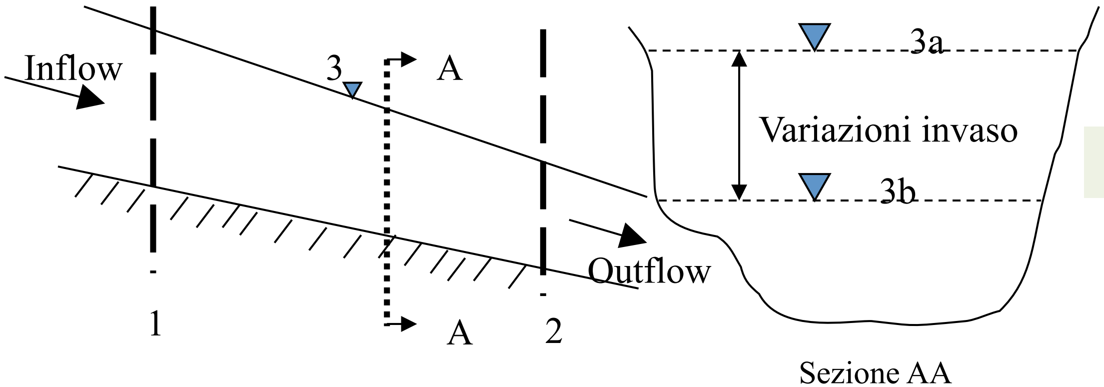
Equazioni fondamentali per le correnti

Equazione di continuità - principio di conservazione della massa

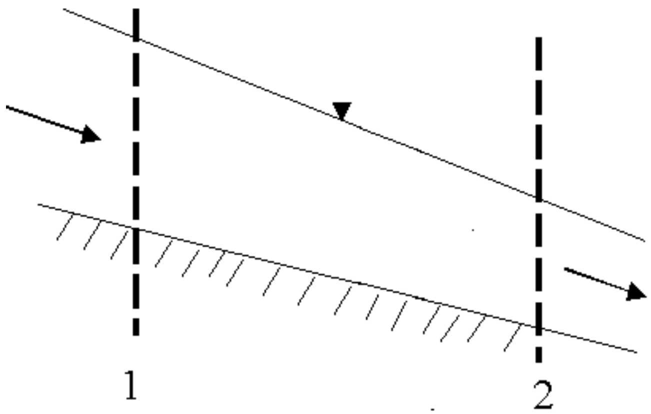
Equazione dell'energia – principio di conservazione dell'energia meccanica – **Teorema di Bernoulli**

Equazione della quantità di moto – principio di conservazione della quantità di moto

Equazione di continuità – conservazione della massa



Inflow – Outflow = Variazioni invaso



Fluido incomprimibile e portata costante implicano che
$Q_1 = Q_2$ e quindi $A_1V_1 = A_2V_2$

Se la sezione si riduce → la velocità media aumenta

Se la sezione aumenta → la velocità media si riduce

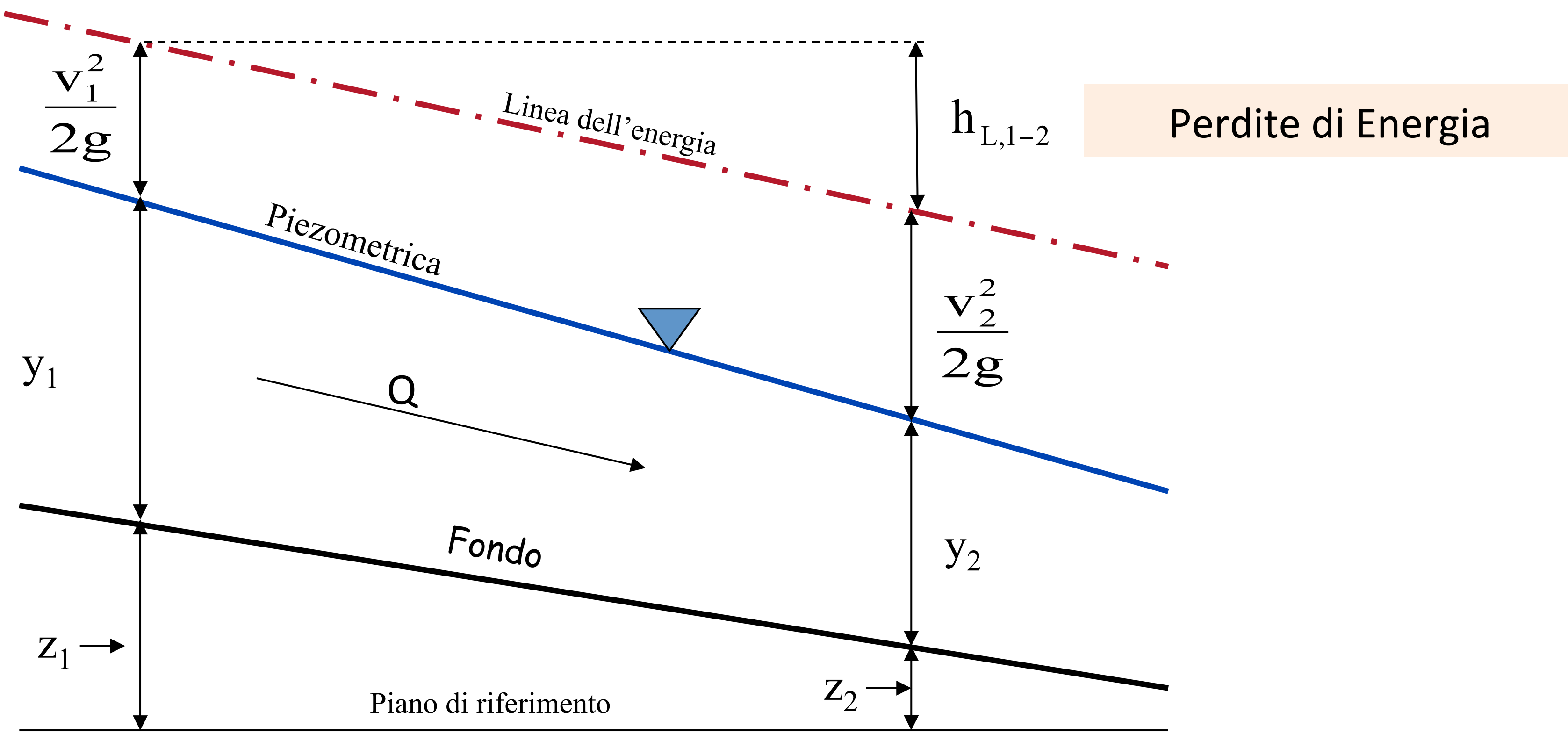
Energia meccanica di una corrente

L'energia è espressa come lunghezza perché riferita all'unità di peso

z_1 — Energia di posizione — $z_1 = L$

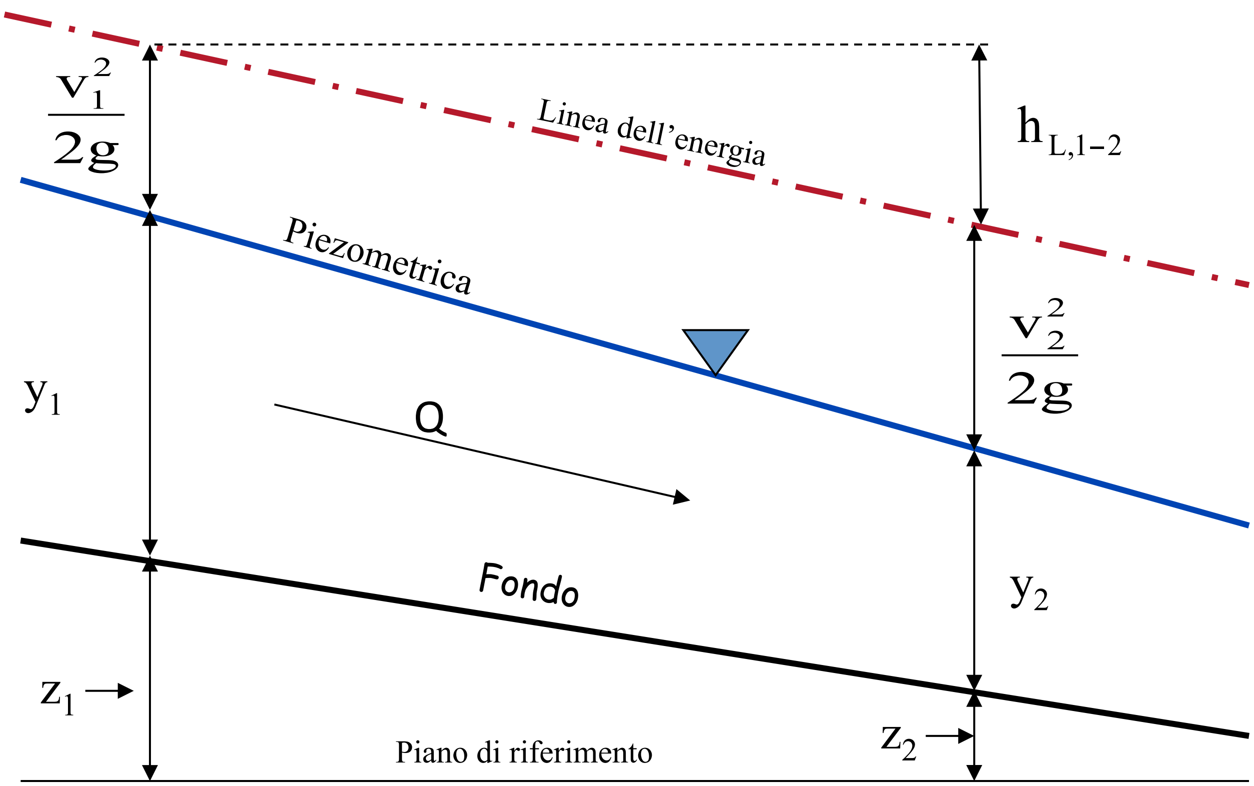
y_1 — Energia di pressione — $y_1 = \dfrac{p_1}{\gamma_1} = \dfrac{FL^2}{FL^3} = L$

$\dfrac{v_1^2}{2g}$ — Energia cinetica — $\dfrac{v_1^2}{2g} = \dfrac{L^2T^{-2}}{LT^{-2}} = L$



Teorema di Bernoulli – conservazione dell'energia

$$\frac{v_1^2}{2g} + y_1 + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + y_2 + z_2 + h_{L,1-2}$$



Normalmente ci si riferisce alla quota della piezometrica:

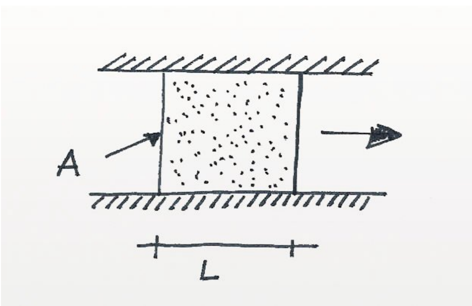
$$h = z + y$$

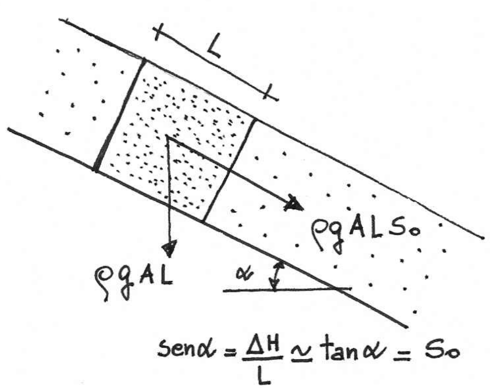
Daniel Bernoulli
(Groninga, 1700 – Basilea, 1782)

Moto uniforme – equazione di Chezy

Quando le tre linee (fondo, piezometrica ed energia) hanno la stessa pendenza, e quindi sono parallele, si hanno condizioni di moto uniforme.
La profondità dell'acqua, l'area della sezione liquida, la portata e la distribuzione della velocità rimangono costanti lungo l'intero tratto

L'equazione di Chezy (1768) esprime la condizione di equilibrio tra gravità e resistenza al moto





forza che produce il moto $\rho g A L S_0$

forza che resiste al moto $K P L V^2$

$$\rho g A L S_0 = K P L V^2$$

$$V = \sqrt{\frac{\rho g}{K}}\sqrt{\frac{A}{P}}\sqrt{S_0}$$

$$V = \chi\sqrt{R S_0}$$

Antoine Chézy
(1718 – 1798)

K rappresenta la resistenza al moto (attrito, viscosità)

X è un coefficiente che dipende dalla scabrezza e dal raggio idraulico

Moto uniforme – formula di Gauckler-Manning-Strickler

$$\chi = \frac{1}{n} R^{1/6}$$

P. Gauckler (1867) R. Manning (1889) A. Strickler (1923)

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} S^{1/2}$$

n = indice di scabrezza di Kutter (1869) (s $m^{-1/3}$)
R = raggio idraulico (m) → R = A/P
V = velocità media nella sezione (m s^{-1})
S = pendenza del fondo (numero puro – m m^{-1})

Il punto critico è la scelta del coefficiente di scabrezza

Il coefficiente di Kutter, noto anche come coefficiente di Manning, nella letteratura europea viene spesso sostituito dal coefficiente di Strickler [K_s - $m^{1/3}s^{-1}$]:

$$V = K_s R^{2/3} S^{1/2}$$

Tuttavia il coefficiente di Kutter cresce con la scabrezza (al contrario di quello di Strickler) risultando concettualmente di uso più immediato

Wilhelm Rudolf Kutter (1818–1888)

Philippe-Gaspard Gauckler (1826-1905)

Robert Manning (1816-1897) →

Albert Strickler (1887–1963)

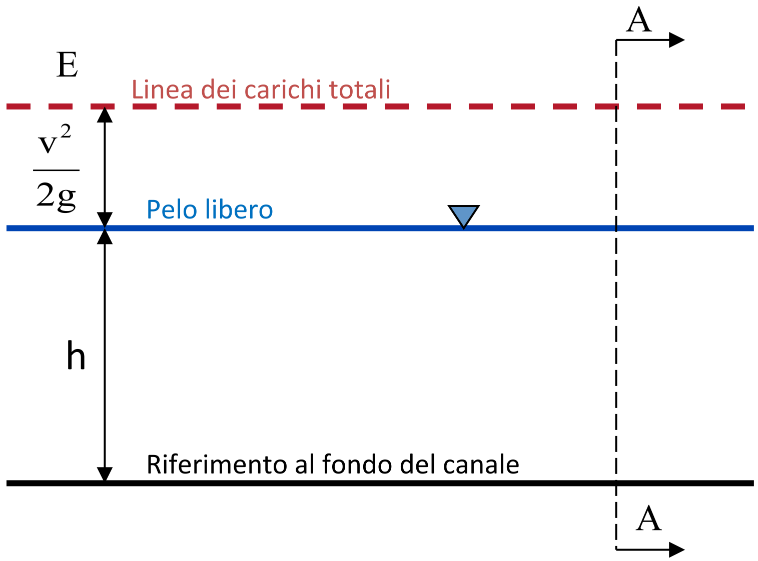
K_s di Strickler ($m^{1/3}s^{-1}$) – Canali artificiali

Tipo di canale	massimo	normale	minimo
Canali artificiali			
Canali in terra lisciata e uniforme			
Pulita, scavata di recente	62	56	50
Pulita, dopo prolungata esposizione	56	45	40
Ghiaia, sezione uniforme, pulita	45	40	33
Erba corta, pochi cespugli	45	37	30
Canali in terra con ondulazioni o irregolari			
Senza vegetazione	43	40	33
Con erba e pochi cespugli	40	33	30
Cespugli o piante acquatiche in canali profondi	33	29	25
Fondo in terra e sponde in pietrisco	36	33	29
Fondo in pietrame e sponde in cespugli	40	29	25
Fondo in ciottoli e sponde pulite	33	25	20
Canali scavati o dragati			
Senza vegetazione	40	36	30
Cespugli sparsi sulle sponde	29	20	17
Canali in roccia			
Lisci e uniformi	40	29	25
Frastagliati e irregolari	29	25	20
Canali senza manutenzione, sterpaglia e cespugli			
Sterpaglia densa, alta quanto il tirante idrico	20	12	8
Fondo pulito, cespugli sulle sponde	25	20	12
Fondo pulito, cespugli sulle sponde, in piena	22	14	9
Cespugli densi e acque profonde	12	10	7

K_s di Strickler ($m^{1/3}s^{-1}$) – Corsi d'acqua naturali

Corsi d'acqua naturali			
Corsi d'acqua minori (tirante inferiore a 3.5 m)			
Corsi d'acqua di pianura			
Puliti, rettilinei, in piena senza scavi localizzati	40	33	30
Puliti, rettilinei, in piena senza scavi localizzati, con sassi e sterpaglia	33	29	35
Puliti, ondulati, con alcune buche e banchi	30	25	22
Puliti, ondulati, con alcune buche e banchi, con cespugli e pietre	29	22	20
Puliti, ondulati, con alcune buche e banchi,in magra	25	21	18
Puliti, ondulati, con alcune buche e banchi, con cespugli e più pietrame	22	20	17
Tratti lenti, sterpaglia e buche profonde	20	14	12
Tratti molto erbosi, buche profonde e grossi arbusti e cespugli	13	10	7
Corsi d'acqua montani, senza vegetazione in alveo, sponde ripide, alberi e cespugli lungo le sponde sommergibili durante le piene			
Fondo: ghiaia, ciottoli e massi sparsi	33	25	20
Fondo: ciottoli e massi grossi	25	20	14

Altezza critica



Energia specifica della corrente nella sezione A-A:

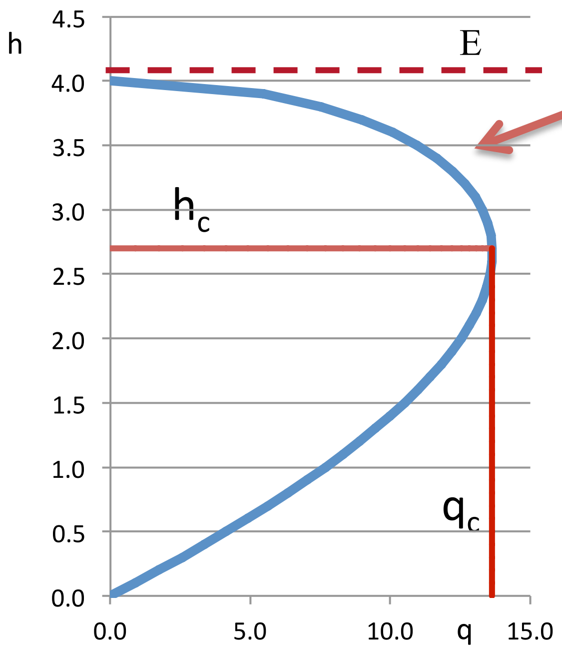
$$E = \frac{v^2}{2g} + h$$

Considerando una larghezza unitaria:

q = v h → v = q / h quindi:

$$E = \frac{v^2}{2g} + h = \frac{q^2}{2gh^2} + h$$

$$q = h\sqrt{2g\left(E - h\right)}$$



Assegnata una energia E alla corrente, la portata (unitaria) in una sezione varia in funzione della quota del pelo libero ed ha un massimo per:

$$\frac{dq}{dh} = 0 \quad \Rightarrow \quad h_c = \frac{2}{3}E$$

chiamata altezza critica

Si noti che la portata (unitaria) diminuisce per tiranti inferiori o superiori all'altezza critica.

Stato critico

$$q = h \cdot \sqrt{2g(E-h)}$$

$$\frac{dq}{dh} = 0 \quad \Rightarrow \quad 2(E-h) - h = 0$$

$$h_{CR} = \frac{2}{3}E$$

la derivata si annulla in corrispondenza del massimo

$$q_{MAX} = q_{CR} = h_{CR}\sqrt{2g(\frac{3}{2}h_{CR} - h_{CR})} = \sqrt{gh_{CR}^3}$$

Portata critica

$$h_{CR} = \left(\frac{q_{CR}{}^2}{g}\right)^{1/3}$$

Altezza critica

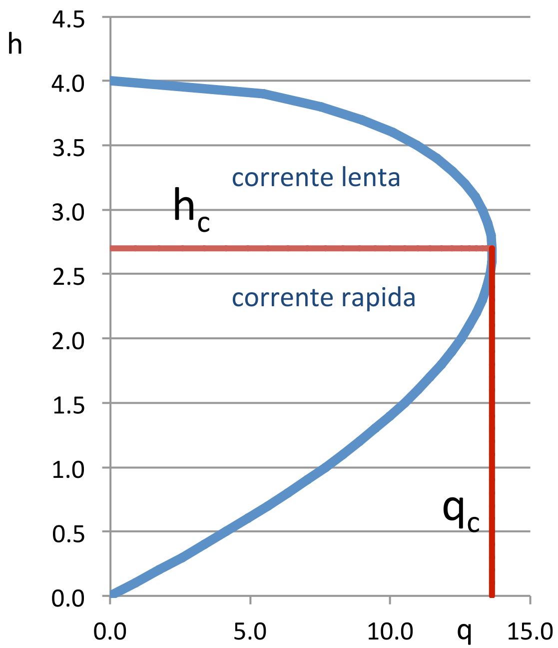
$$v_{CR} = \frac{q_{CR}}{h_{CR}} = \sqrt{gh_{CR}}$$

Velocità critica

Correnti lente e rapide

Si definisce altezza critica di una corrente a pelo libero, di assegnata forma della sezione e portata, il valore del tirante idrico per cui risulta minima la distanza tra la linea dei carichi totali e il fondo

Si definisce altezza critica di una corrente a pelo libero di assegnata forma della sezione e distanza tra la linea dei carichi totali e il fondo, il valore del tirante idrico per cui risulta massima la portata



Corrente lenta $h > h_c$ **SUBCRITICA**
Corrente rapida $h < h_c$ **SUPERCRITICA**

A seguito di un aumento di portata il pelo libero di una corrente:

LENTA → si abbassa
RAPIDA → si alza

La corrente si dice "lenta" perché la stessa portata viene esitata con un tirante maggiore e quindi con velocità minore dato che $q = v\,h$ $v = q/h$

Pendenza critica e numero di Froude

Alla pendenza critica il moto uniforme avviene con un tirante pari all'altezza critica

fissata la portata unitaria *q*, la pendenza *S* e la scabrezza k_s il moto uniforme può avvenire in corrente rapida ($S > S_c$) o lenta ($S < S_c$) a seconda del valore della pendenza *S* rispetto alla pendenza critica S_c. Se la sezione è rettangolare molto larga $R \cong h$, $\chi = K_s h^{1/6}$

$$v = v_{CR}$$

Velocità critica

$$v_{CR} = \chi \sqrt{h_{CR} S_{CR}} = \sqrt{g\, h_{CR}} \quad \Rightarrow \quad S_{CR} = \frac{g}{\chi^2}$$

Chezy

Per valori $20 \le \chi \le 100$ la pendenza critica varia: $0.1\% \le S_c \le 2.5\%$.

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{gh}}$$

è il numero di Froude (1861)

William Froude
(1810 –1879)

- se $Fr = 1$, $h = h_c$ corrente critica
- se $Fr < 1$, $h > h_c$ corrente subcritica (lenta)
- se $Fr > 1$, $h < h_c$ corrente supercritica (veloce)

Marchi (1984) ipotizzando per i torrenti montani $S = 0.6 \div 3$ %, $K_s = 31 \div 37$, $q = 0.5 \div 30\ m^2 s^{-1}$ ha trovato $0.8 \le Fr \le 2.0$

Caratteristiche cinematiche della corrente

$$\sqrt{gh}$$

celerità con cui si propaga una piccola perturbazione in un canale di profondità h (ad esempio un sasso gettato nel canale)

La celerità è la velocità con cui si muove un'onda di pressione, senza spostamento di massa.

$$v_{CR} = \sqrt{gh_{CR}}$$

Velocità critica

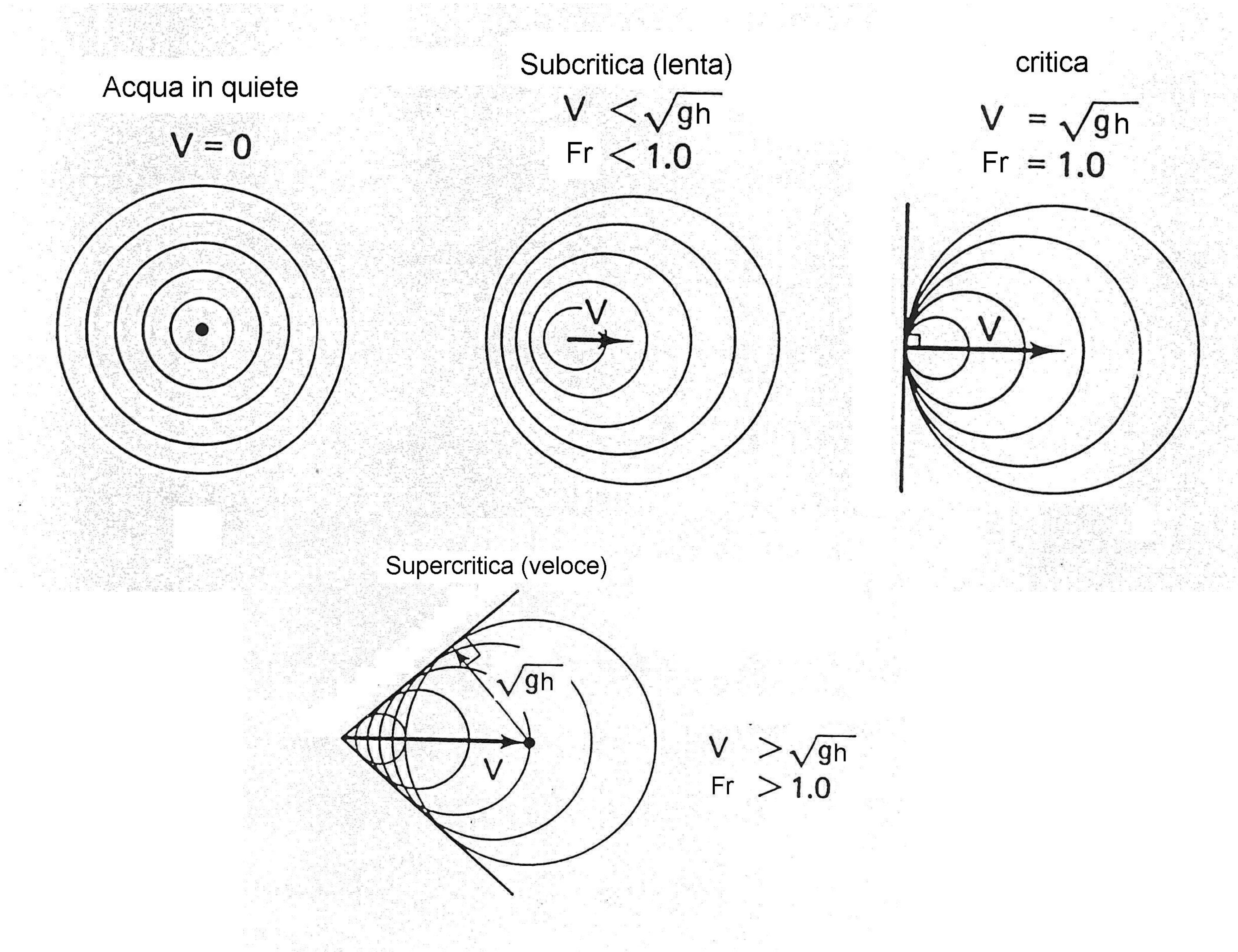
Corrente lenta $v < v_{CR} \quad \Rightarrow \quad < \sqrt{gh_{CR}}$

La perturbazione può sia la risalire che propagarsi verso valle

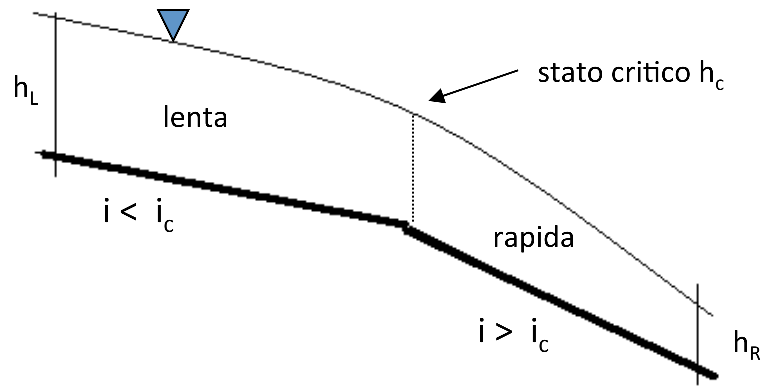
Corrente rapida $v > v_{CR} \quad \Rightarrow \quad > \sqrt{gh_{CR}}$

La perturbazione NON può risalire la corrente

Propagazione delle perturbazioni



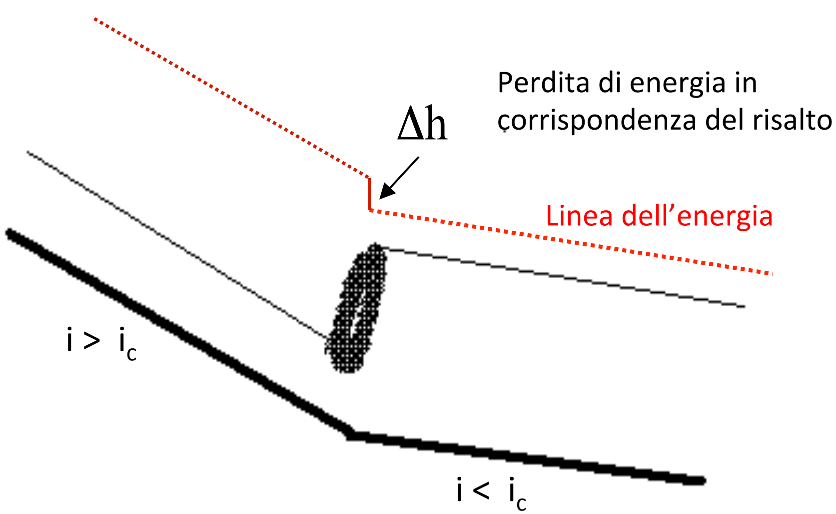
Cambiamento di condizione



In condizioni di corrente LENTA l'informazione si trasmette verso monte. La corrente «conosce» le condizioni che troverà più a valle.

LENTA ⟹ RAPIDA

Passaggio graduale con progressivo abbassamento del pelo libero

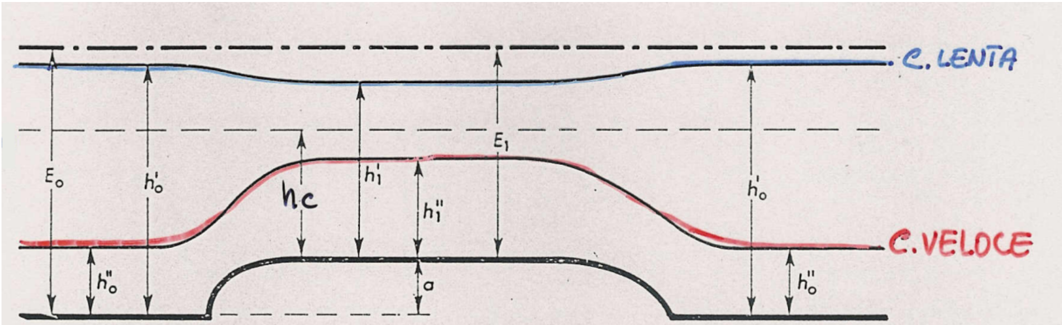


In condizioni di corrente RAPIDA l'informazione NON si trasmette verso monte. La corrente «ignora» le condizioni che troverà più a valle.

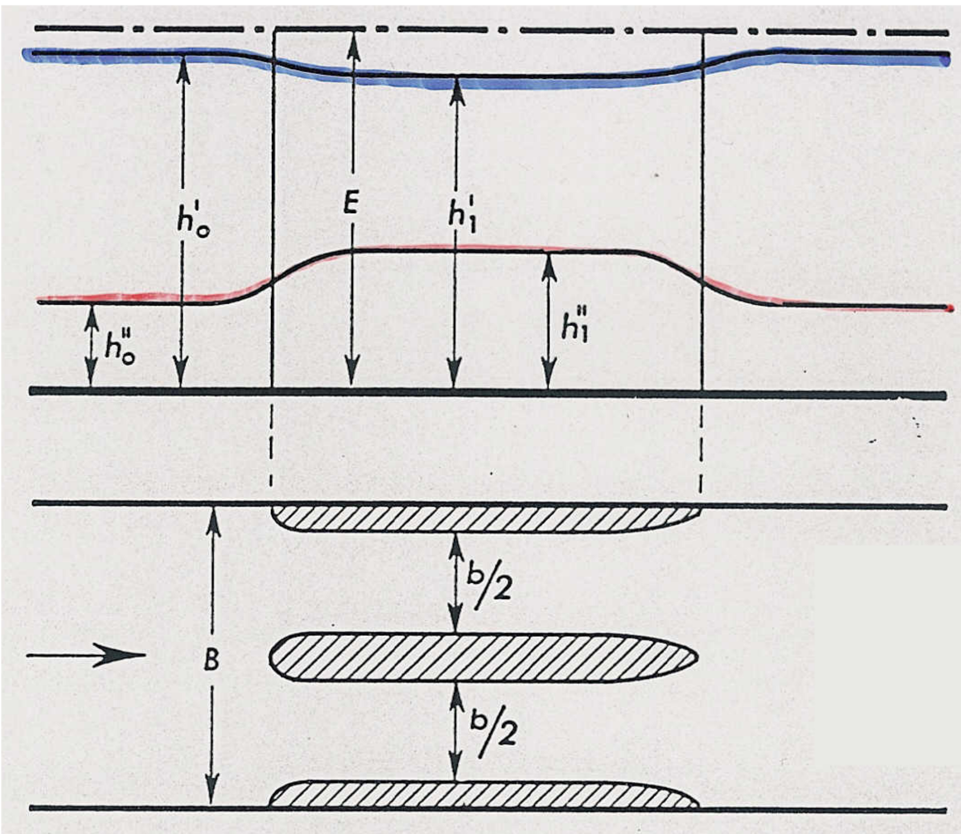
RAPIDA ⟹ LENTA

Il passaggio da condizioni di corrente rapida a condizioni di corrente lenta avviene in modo brusco con dissipazione di energia localizzata (risalto idraulico)

Cambiamento di sezione



Salto di fondo



Restringimento della sezione