

CARTOGRAFIA TRADIZIONALE

- ▶ **Superfici di riferimento:
Geoide ed Ellissoide**
- ▶ **Datum geodetici e altimetrici**
- ▶ **Proiezioni e rappresentazioni
cartografiche**
- ▶ **Trasformazione di Datum**

CdL Riassetto del Territorio e Tutela del Paesaggio

Università degli Studi di Padova

Introduzione

Peculiarità di un GIS \Rightarrow **correlare** tra loro **informazioni di varia natura** tramite procedure e strumenti flessibili ed adattabili alle specifiche esigenze dell'utente.

Caratteristiche delle informazioni trattate in un GIS:

- forniscono una descrizione qualitativa/quantitativa delle entità del mondo reale di interesse (*componente spaziale/attributi*),
- sono **collocabili spazialmente** attraverso delle coordinate (*componente spaziale*).

Le coordinate costituiscono uno dei più immediati e potenti **strumenti di correlazione** tra le informazioni, perché su di esse si basano le relazioni di vicinanza, adiacenza, inclusione, ecc.

La componente spaziale delle informazioni può essere acquisita:

- con **differenti tecniche** (rilievi topografici a terra, aerei, cartografie, telerilevamento, ecc.),
- con **differenti strumenti** (GPS, ALS, TLS, MMS, Satelliti, digitizer, ecc.),
- in **differenti sistemi di riferimento.**

Il potenziale di un GIS (correlazione tra informazioni) può essere allora pienamente sfruttato solamente se

- a) alle informazioni è associato il corretto sistema di riferimento;
- b) **tutte** le componenti spaziali sono espresse nel **medesimo** sistema di riferimento.

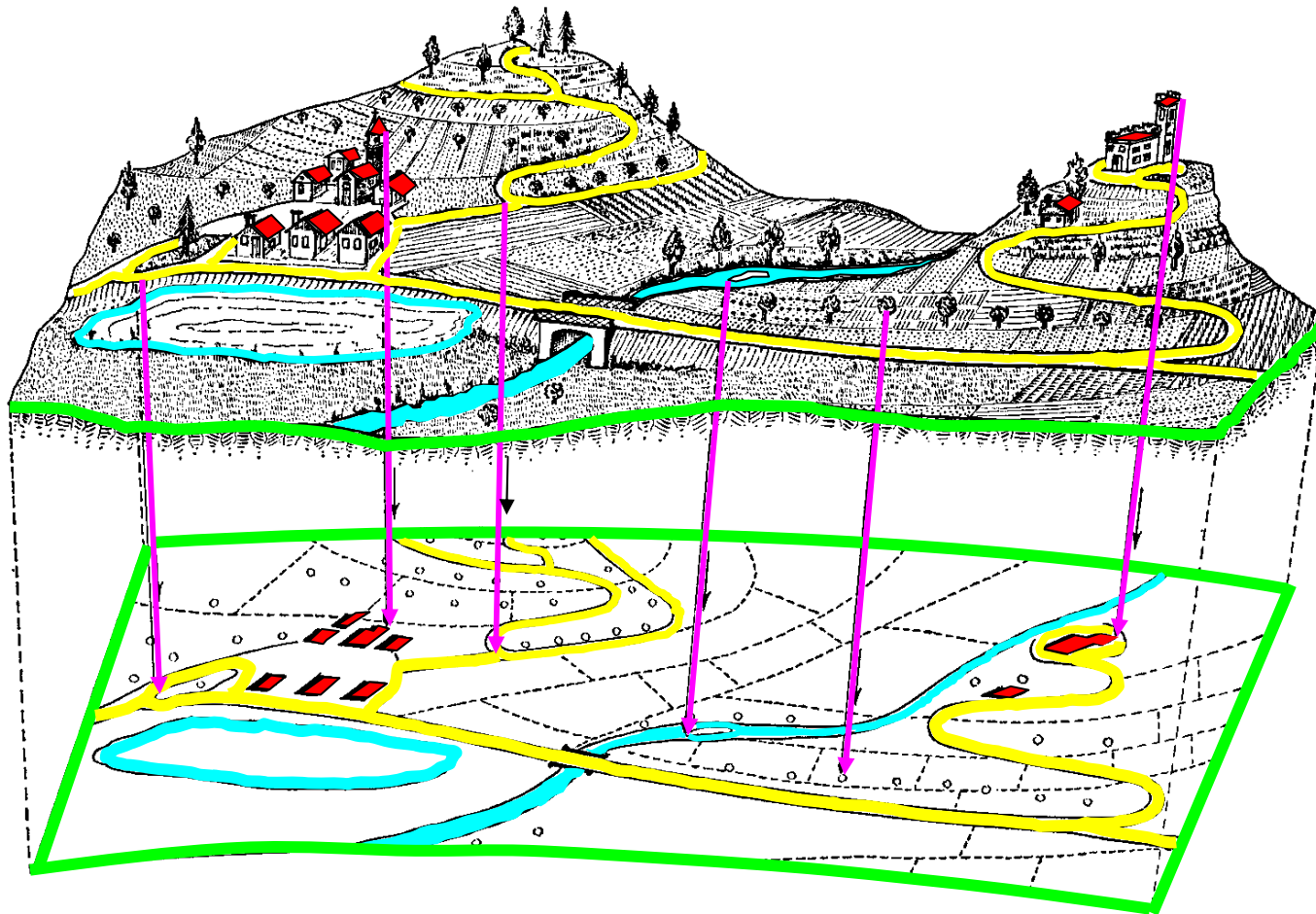
Le problematiche connesse all'esistenza di differenti sistemi di riferimento, rispetto ai quali sono referenziati i dati territoriali, sono affrontate dalla disciplina della **Cartografia**.

Cosa studia la Cartografia ?

La Cartografia è per sua natura strettamente collegata con altre due discipline scientifiche:

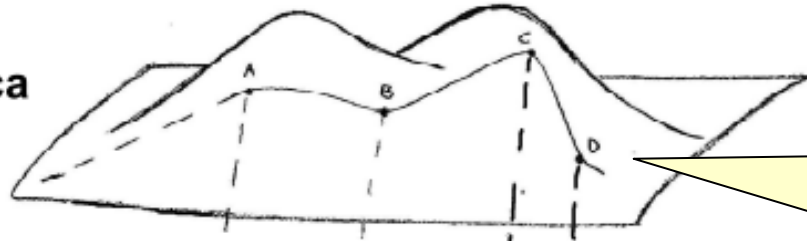
- la **Geodesia**, scienza che studia
 - la **forma** e le **dimensioni** della terra,
 - la determinazione della **posizione** dei punti sulla superficie della terra e nello spazio esterno,
 - la determinazione del **campo della gravità**,
 - le variazioni nel tempo di tali grandezze.
- la **Topografia**, che appoggiandosi ad altre scienze, come la Geometria, la Statistica Matematica, la Fisica, il Calcolo Numerico, definisce un complesso di tecniche di misura, di calcolo e di disegno che permette di definire **metricamente** il terreno.

La **Cartografia** è la disciplina che si occupa della rappresentazione di porzioni di superficie terrestre (sia la superficie fisica che l'insieme di tutti i manufatti artificiali ad essa sovrapposti) attraverso la **proiezione** dei suoi elementi naturali e artificiali su un **piano**.



La superficie di riferimento

Superficie fisica della terra



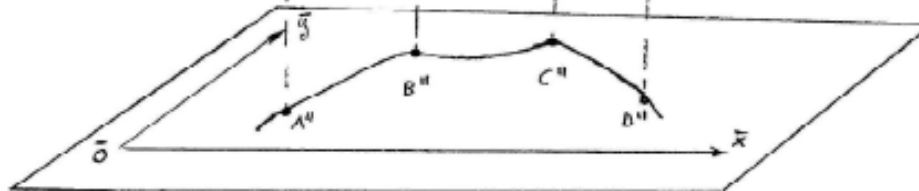
forma molto irregolare e discontinua, NON è descrivibile con una formula matematica.

Superficie di riferimento



se fisicamente identificabile si potrebbero proiettare su di essa i punti della superficie terrestre.

Carta



Se di semplice descrizione matematica consentirebbe di applicare le formule della geometria proiettiva per passare al piano della carta.

Nella realtà questa superficie di passaggio **NON ESISTE**.

I geodeti hanno dovuto quindi affrontare il problema di definire una **superficie matematica** della Terra.

E' stato cioè necessario sostituire la superficie fisica della Terra con una **superficie di riferimento** che, pure approssimandola nel migliore dei modi, presentasse delle caratteristiche di

- **regolarità,**
- **continuità,**
- **levigatezza**

tali da consentirne l'impiego nella trattazione matematica.

Caratteristiche della superficie di riferimento

- 1) Deve **approssimare bene** la superficie terrestre;
- 2) Dev'essere **individuabile** in modo facile e preciso;
- 3) Le grandezze su di essa riferite devono rispondere alle leggi fisiche e meccaniche (superficie **fisicamente significativa**);
- 4) Deve avere una rappresentazione matematica "**semplice**";
- 5) Dev'essere possibile stabilire una **corrispondenza biunivoca** fra i punti della superficie terrestre e quelli della superficie di riferimento;
- 6) Deve consentire una formulazione matematica semplice delle distanze e figure geometriche proiettate su tale superficie.

La condizione 2) in pratica dice che la superficie di riferimento deve essere anche una **superficie fisica**.

Infatti in caso contrario (sup. solo matematica) non sarebbe possibile effettuare la messa in stazione degli strumenti di misura.

Non sarebbe quindi possibile conoscere la posizione dello strumento rispetto al sistema di riferimento usato, e, conseguentemente, non sarebbe possibile riportare le misure effettuate nel sistema di riferimento scelto.

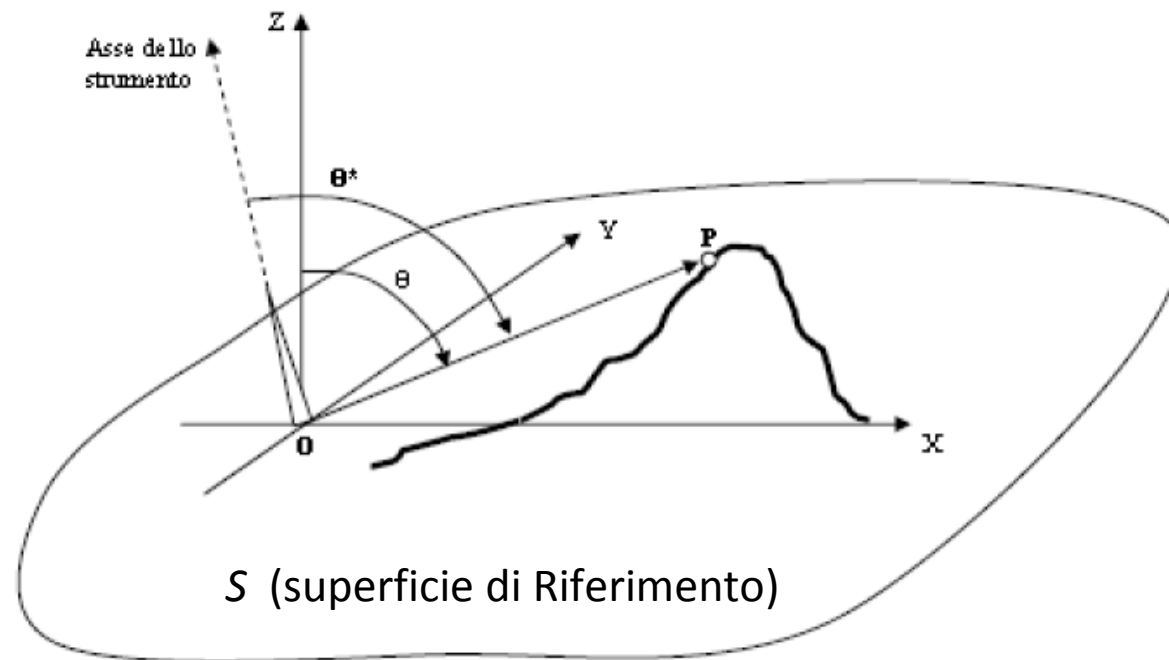
La condizione 3) dice, ad esempio, che una misura di dislivello sul terreno deve conservarsi inalterata anche sulla superficie di riferimento.

Un punto A è più in alto di B se l'acqua (o altro fluido) scorre da A verso B → il verso di deflusso è determinato dalla **forza di gravità**.

Esempio pratico

Obiettivo: misurare l'angolo rispetto all'asse Z, diretto secondo la normale ad S in O, con un teodolite.

La misura corretta di questo angolo richiede che l'asse verticale del teodolite sia disposto parallelamente alla normale a S in quel punto. Se la normale non è individuabile fisicamente questa operazione è impossibile.



Più in generale, il posizionamento di uno strumento topografico lungo la normale della superficie di riferimento consente di:

- valutare la distanza lungo la normale dalla superficie di riferimento (quota) di un generico punto P;
- proiettare un qualsiasi punto P sulla superficie di riferimento.

E' ragionevole pensare quindi che la superficie di riferimento **più idonea** sarà quella che ha in ogni suo punto la normale coincidente con la **direzione del filo a piombo**, che è e la direzione fisica più facilmente individuabile.

Direzione filo a piombo = direzione vettore accelerazione di gravità.

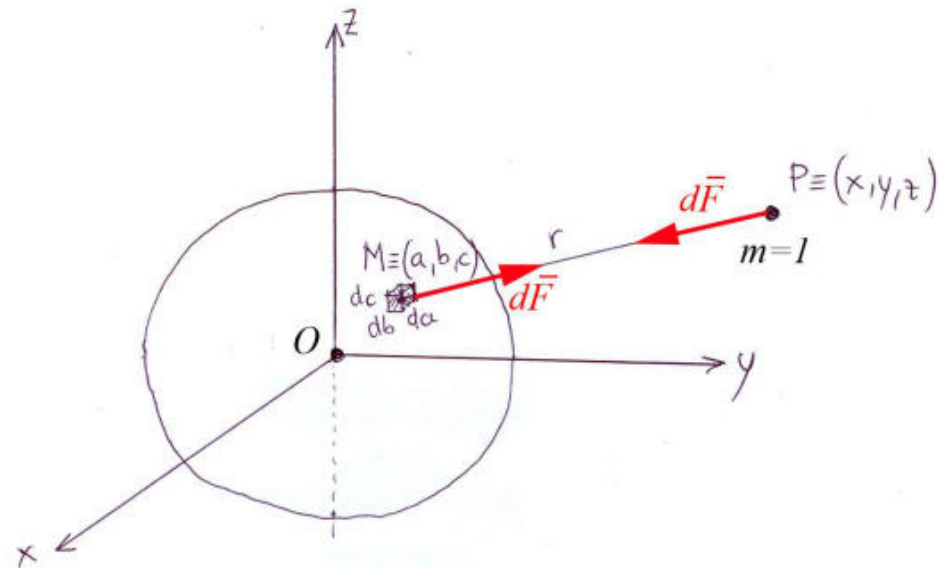


Studiare il campo di gravità terrestre per desumere una formula matematica della superficie di riferimento.

Il Geoide

Consideriamo un punto $P(x,y,z)$ di massa unitaria ($m = 1$) esterno alla Terra ed un elemento di massa infinitesimo dm della Terra posto in un punto $M(a,b,c)$.

$$dm = \underbrace{\delta(a,b,c)}_{\text{densità di massa in M}} \cdot \underbrace{da \cdot db \cdot dc}_{\text{volume elemento infinitesimo}}$$



Indichiamo con r la distanza tra P e l'elemento M di massa infinitesima $\delta(a,b,c)$

$$r = \sqrt{(a-x)^2 + (b-y)^2 + (c-z)^2}$$

Il vettore forza di gravità (f_g) è ottenuto dalla somma vettoriale

- della **forza di attrazione newtoniana** (F_N) $\rightarrow \overrightarrow{F_N} = G \frac{m \cdot dm}{r^2}$
- della **forza centrifuga** (f_c) $\rightarrow \overrightarrow{f_c} = \omega^2 l$

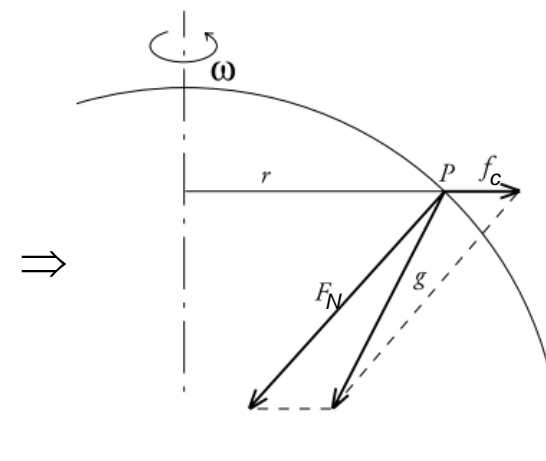
alle quali è soggetto il punto P.

$$\overrightarrow{f_g} = \overrightarrow{f_c} + \overrightarrow{F_N}$$

G = costante di gravitazione universale, $G = 6.67428 \cdot 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$

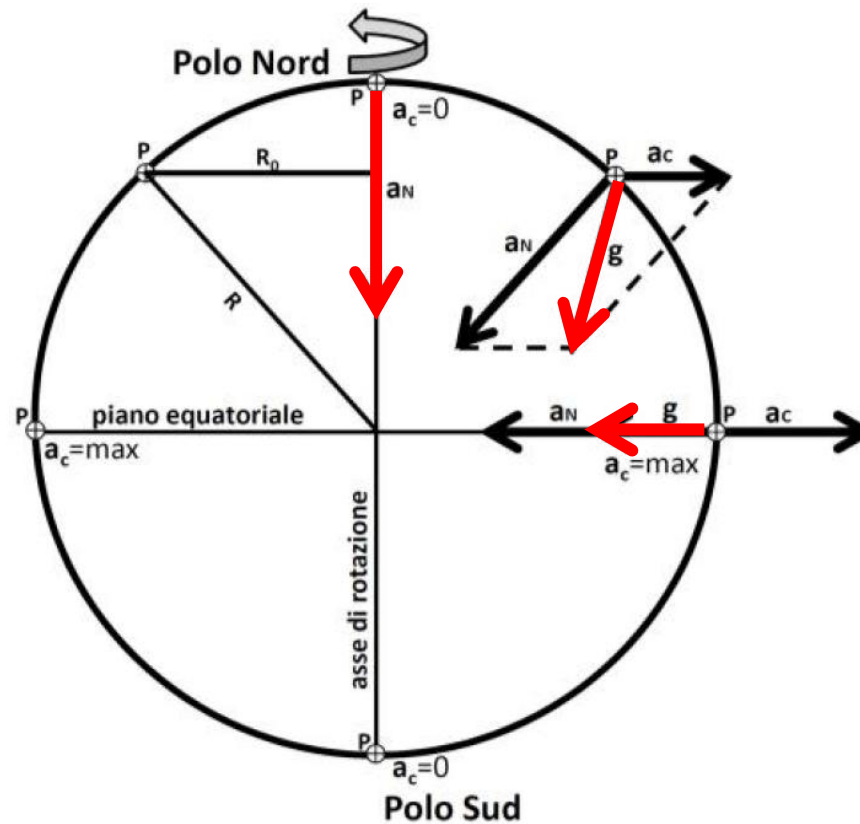
ω = velocità di rotazione angolare terrestre

l = distanza di un punto della superficie dall'asse di istantanea rotazione

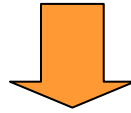


L'insieme dei vettori \mathbf{g} costituisce un **campo vettoriale** chiamato **campo gravitazionale**.

Ciò significa che, in ogni punto della superficie terrestre, il vettore \mathbf{g} assume valori diversi per modulo, direzione e verso.



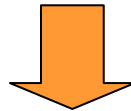
Il campo vettoriale gravitazionale è un **campo conservativo**.



Il lavoro compiuto dalle forze del campo quando un corpo si sposta da un punto a un altro non dipende dal percorso compiuto.



Il campo gravitazionale ammette una funzione scalare $W(x,y,z)$ chiamata **potenziale**.



Studiare la formula matematica del potenziale gravitazionale per derivare l'espressione della superficie di riferimento.

Analiticamente il potenziale gravitazionale terrestre W nel punto $P(x,y,z)$ è dato dalla somma delle funzioni potenziali delle forze che costituiscono la forza di gravità:

$$W(x,y,z) = \underbrace{V(x,y,z)}_{\substack{\text{potenziale attrazione} \\ \text{newtoniana}}} + \underbrace{U(x,y,z)}_{\substack{\text{potenziale} \\ \text{forza centrifuga}}$$

Si può dimostrare che l'espressione del potenziale gravitazionale terrestre assume la forma seguente:

$$W(x, y, z) = G \iiint \frac{\delta(a,b,c) da db dc}{[(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2]^{1/2}} + \frac{1}{2} \omega^2 r^2$$

$V(x,y,z)$
 $U(x,y,z)$

La formula del potenziale gravitazionale terrestre è **irrisolvibile** perché non si conosce, punto per punto, la distribuzione della densità di massa δ all'interno della Terra.

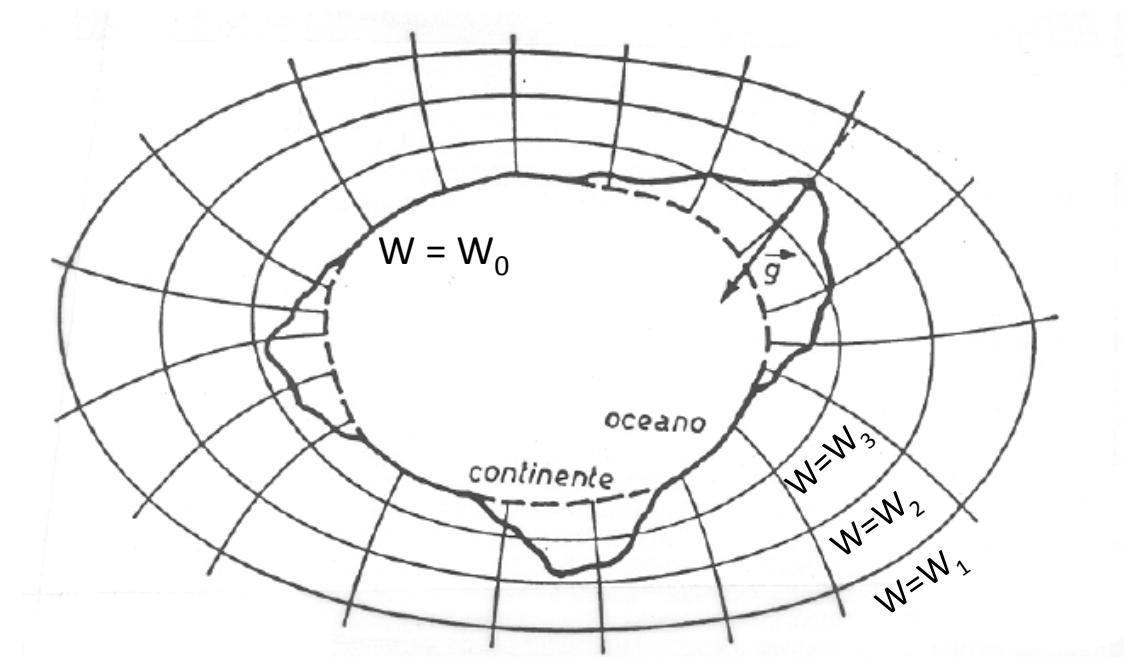
E' stato determinato con buona approssimazione il **valor medio** della densità terrestre, pari a circa 5.52 kg/m^3 , ma non si conosce la legge con cui la densità varia in funzione della posizione (a,b,c) considerata.

Se ora si pone

$$W(x,y,z) = c = \text{cost}$$

si trova l'equazione di una superficie il cui potenziale ha valore costante (**superficie equipotenziale**).

Al variare del valore della costante c si ottiene una **famiglia** di superfici equipotenziali, che in ogni loro punto sono normali alla direzione della gravità (linee di forza).



In prima approssimazione le superfici equipotenziali possono essere rappresentate da **superfici teoriche** di grandi masse d'acqua (depurate cioè dagli effetti maree, venti e correnti oceaniche).

Tra le infinite superfici equipotenziali del campo di gravità terrestre si è allora scelta come superficie approssimante la Terra quella corrispondente al **livello medio del mare** in quiete.

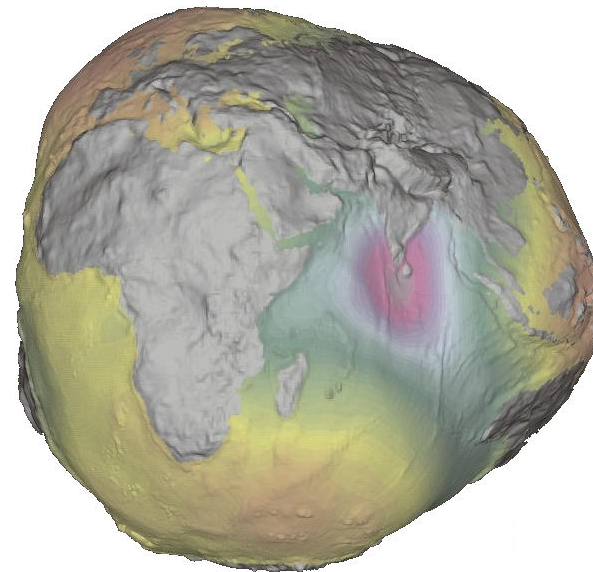
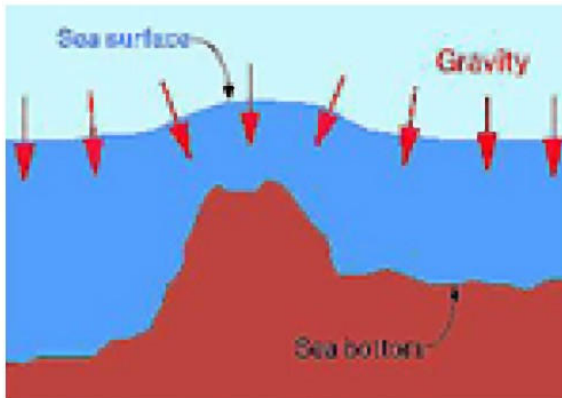
Tale superficie equipotenziale prende il nome di **GEOIDE**.

Il geoide quindi “coinciderebbe con la superficie dei mari opportunamente prolungata sotto le terre emerse, qualora l'acqua dei mari avesse la stessa temperatura, la stessa densità e non esistessero le perturbazioni dovute alle correnti, ai venti ed alle maree”. (G. Inghilleri)

Com'è fatta la superficie del Geoide ?

L'andamento della superficie geoidica così definita risente della distribuzione delle masse, e reagisce alla presenza/mancanza di massa ("montagne" attraggono verso l'alto la superficie, "fosse" producono avvallamenti nella superficie).

Il Geoide è quindi un **superficie corrugata** e non liscia.



Perché utilizzare il l.m.m come Geoide ?

- è una superficie disponibile quasi ovunque (è già materializzata dagli oceani in gran parte del pianeta);
- è legata alla gravità e quindi consente di definire un concetto di quota fisicamente significativo;

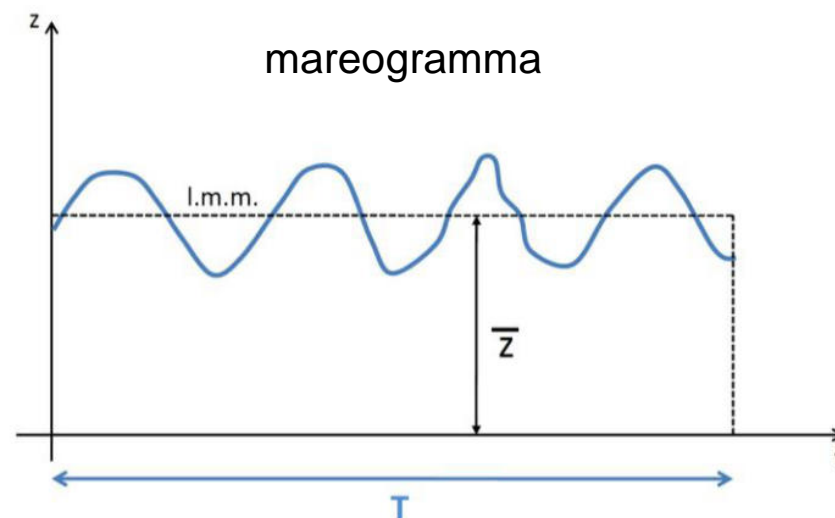
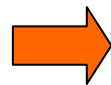
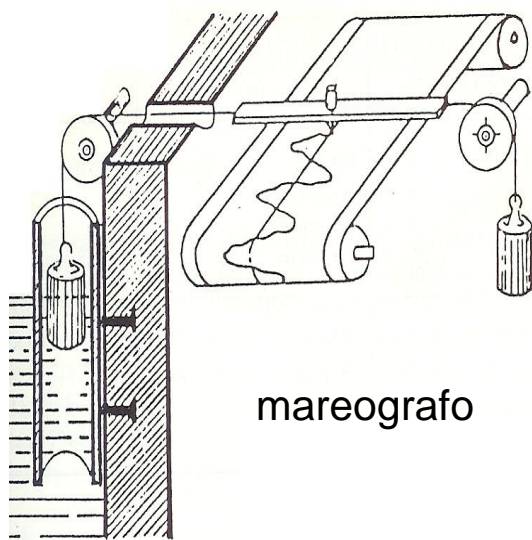
Il Geoide però **NON** è una superficie matematicamente trattabile in modo semplice (δ non è nota punto per punto) \Rightarrow ciò non consente di passare agevolmente dalla superficie fisica della Terra al piano della carta.



Il Geoide è stato quindi scelto come superficie di **riferimento per l'altimetria**, ovvero come **superficie di quota zero**.

Il Geoide Locale

Il livello medio del mare (l.m.m.) viene determinato come **valor medio** di una serie di misure eseguite con un **mareografo**, posto in un punto ben preciso lungo la costa, per un periodo sufficientemente lungo in modo da depurare le misure dagli effetti di marea.



$$A = \int_0^T z(t) dt \quad \Rightarrow \quad l.m.m. = \bar{z} = \frac{A}{T} = \frac{1}{T} \int_0^T z(t) dt$$

Tale valor medio rappresenta la **quota zero** rispetto alla quale si calcolano le quote **assolute** di tutti gli altri punti del territorio.

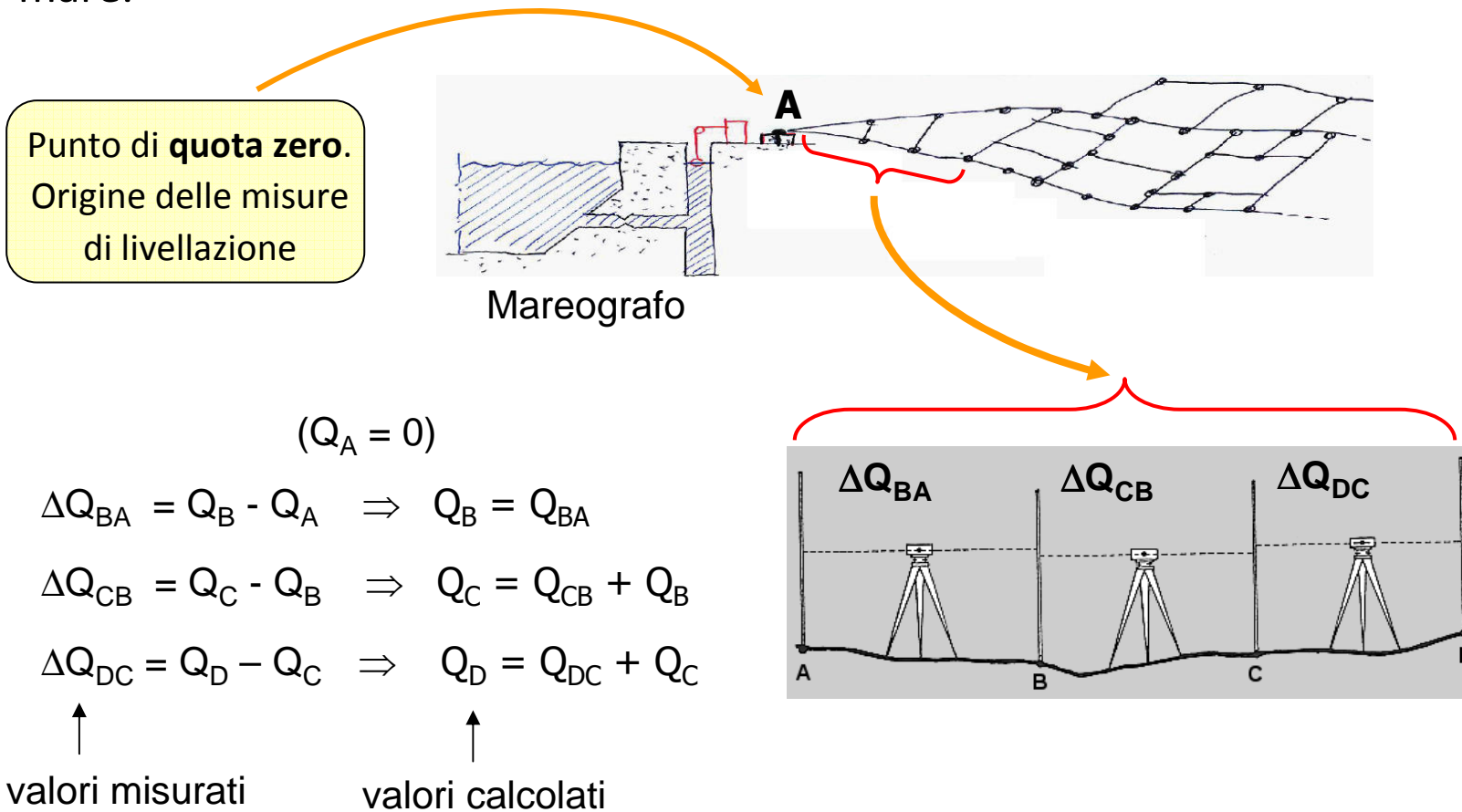
A causa dei differenti effetti di marea locali, il valore di quota zero calcolato può essere diverso da luogo a luogo, ovvero **NON esiste una definizione univoca di quota zero**.



Le misure mareografiche portano pertanto alla definizione di un **Geoide locale**, cioè di una superficie equipotenziale del campo di gravità passante per un punto prestabilito dell'area di interesse.

Come si misura la quota assoluta di un punto ?

A partire dal punto fissato **convenzionalmente** come punto di quota zero, collegato al mareografo, si procede verso l'interno del territorio misurando dislivelli rispetto ad esso e quindi quote assolute rispetto al livello medio del mare.



Materializzazione del Geoide locale

- Sulla base di numerose misure di livellazione di alta precisione effettuate lungo tutto il territorio nazionale è stata istituita una **rete di livellazione** fondamentale.
- Per ciascun punto di questa rete (**caposaldo**) è nota la sua **quota assoluta** rispetto al geoide locale (ovvero rispetto al punto di quota zero).
- Tale rete costituisce la **materializzazione** del geoide in Italia: appoggiandosi ad uno qualsiasi dei suoi caposaldi, tramite misure di livellazione è possibile determinare la quota assoluta di qualsiasi altro punto sul terreno rispetto al geoide locale.



Data l'impossibilità di "trasportare" le quote al di là dei mari, per il nostro Paese sono stati istituiti **tre** diversi mareogrofi di riferimento:

- **Italia continentale**

Genova (punto di quota zero determinato come media delle osservazioni ripetute nel corso di 10 anni, dal 1937 al 1946, epoca di riferimento per la quota zero: 1° gennaio 1942)

- **Sicilia**

Catania (media osservazioni effettuate nel 1965)

- **Sardegna**

Cagliari (media delle osservazioni effettuate dal 1° giugno 1955 al 31 agosto 1957, epoca di riferimento: 1° luglio 1956)

Ognuno dei tre mareogrofi definisce un **geoide locale**.

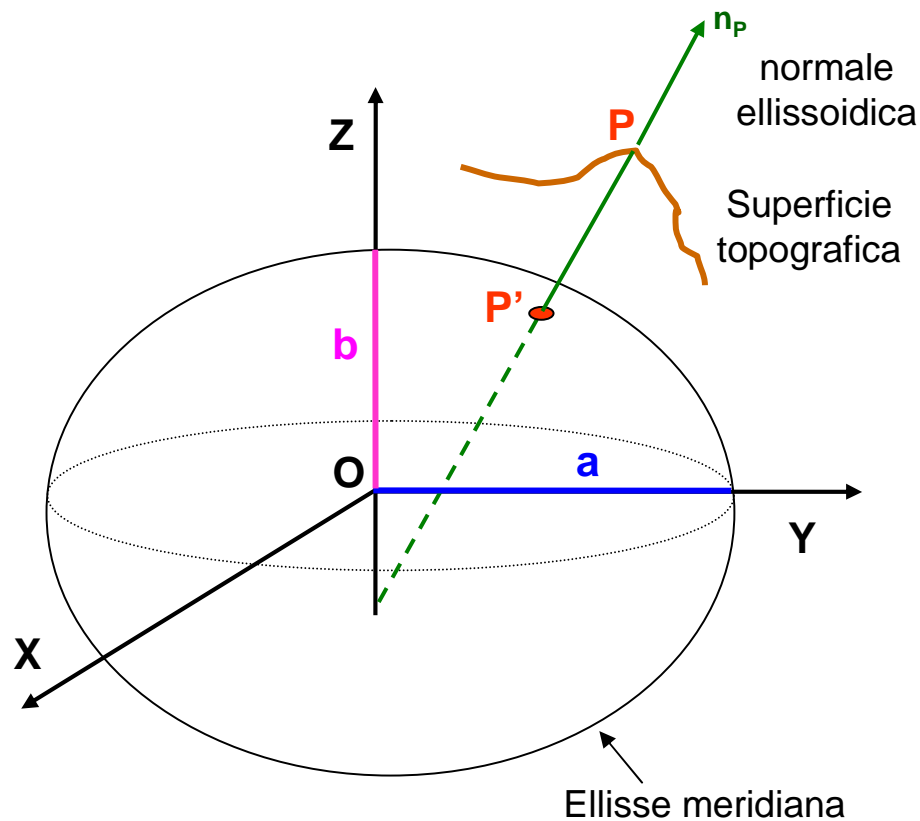
Il livello medio del mare italiano non coincide né con il livello medio di altre nazioni né con quello globale planetario.

La seguente tabella mostra le differenze altimetriche tra alcuni mareografi europei e il mareografo italiano.

Nazione	Ungheria	Austria	Rep. Ceca	Finlandia	Francia
Δh [cm]	+ 49	+ 6	+ 49	+ 54	+ 30
Nazione	Germania	Norvegia	Olanda	Polonia	Portogallo
Δh [cm]	+ 31	+ 21	+ 33	+ 49	+ 45
Nazione	Spagna	Svezia	Svizzera	ITALIA	
Δh [cm]	+ 25	+ 4	+ 25	0	

Ellissoide terrestre

Superficie geometrica generata dalla rotazione di un'ellisse meridiana attorno al proprio asse minore (asse polare).



$$\frac{X^2 + Y^2}{a^2} + \frac{Z^2}{b^2} = 1$$

a = semiasse maggiore

b = semiasse minore

n_P = normale all'ellissoide in P

P' = proiezione di P sull'ellissoide

Parametri dell'ellissoide

Generalmente un ellissoide viene definito (in forma e dimensioni) tramite due parametri: **a** ed **e²**, oppure **a** ed **f**.

$$f = \frac{a-b}{a}$$

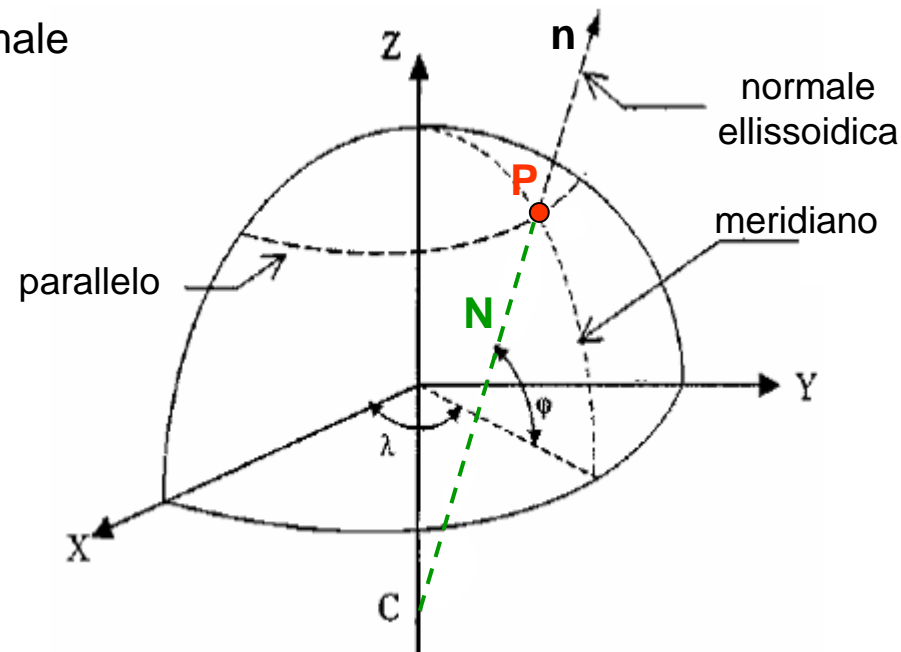
schacciamento

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$

eccentricità prima

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}$$

grannormale



Sistemi di coordinate sull'ellissoide

L'ellissoide di rotazione modella la forma del globo terrestre e costituisce una superficie di riferimento per il calcolo di angoli e distanze e, di conseguenza, per il calcolo di coordinate relative alle posizioni di punti sulla superficie dell'ellissoide stesso.

In particolare, la posizione di un punto sulla Terra, approssimata tramite un ellissoide di riferimento, è esprimibile mediante due diversi **sistemi di coordinate**, ma strettamente correlati tra loro:

- Coordinate **GEOGRAFICHE ELLISSOIDICHE**
- Coordinate **CARTESIANE GEOCENTRICHE** o **ELLISSOCENTRICHE**

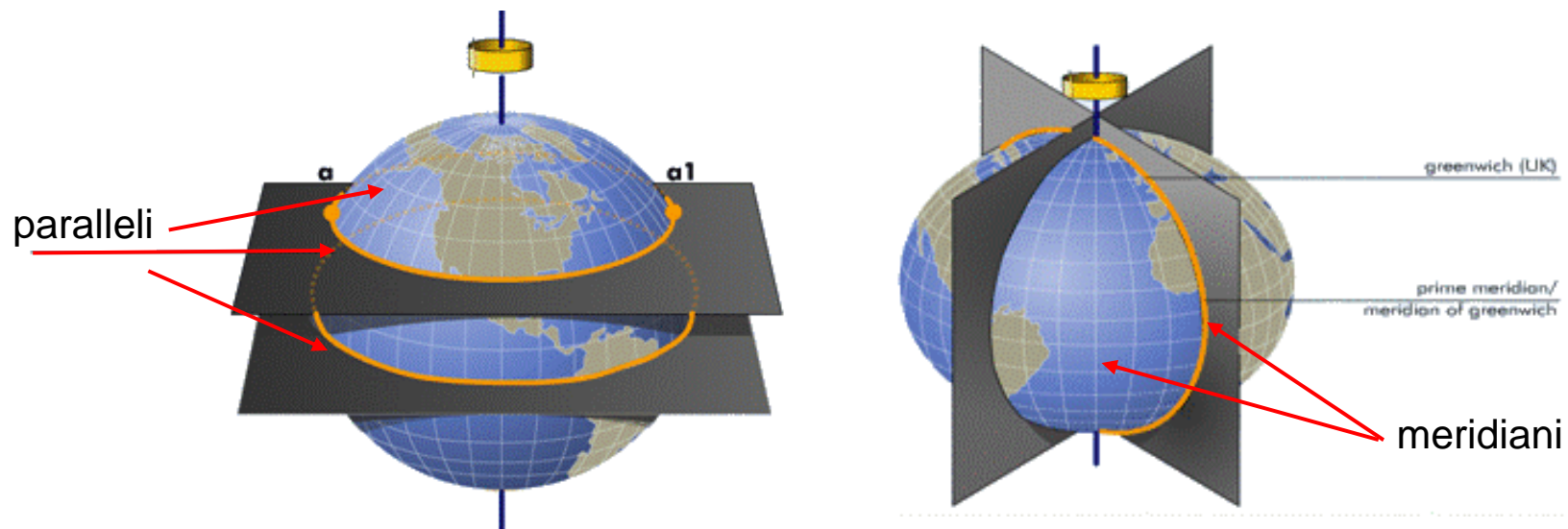
Definizioni:

MERIDIANI: sezioni piane (ellissi tutte uguali) ottenute secando l'ellissoide con piani passanti per l'asse Polare.

PARALLELI: sezioni piane (circonferenze) ottenute secando l'ellissoide con piani paralleli al piano equatoriale.

Meridiano fondamentale: fissato convenzionalmente come il meridiano passante per l'Osservatorio astronomico di Greenwich (Londra).

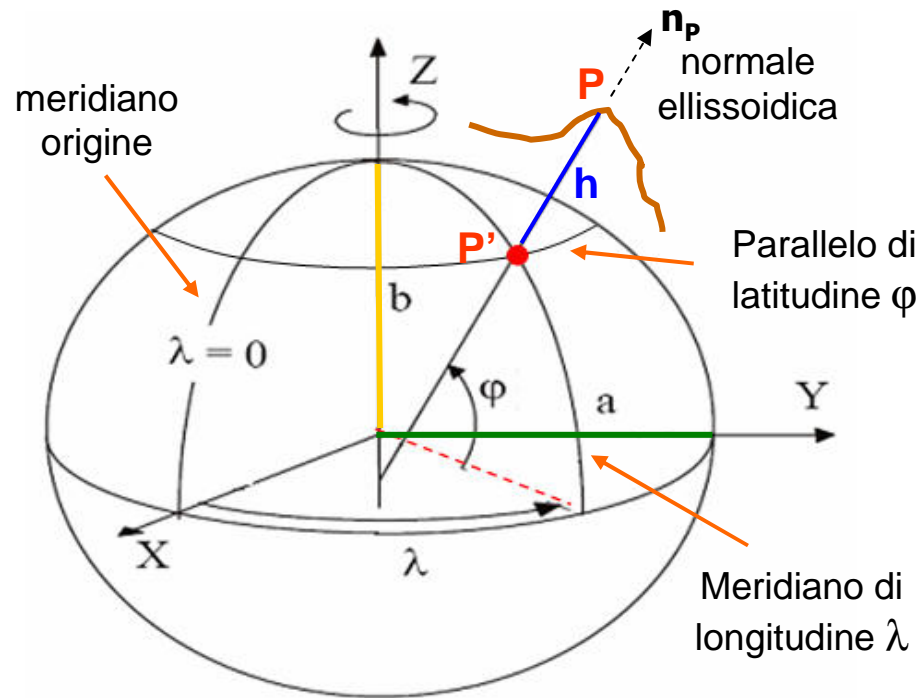
Tale meridiano è chiamato anche meridiano zero, meridiano origine, primo meridiano o meridiano di Greenwich.



Coordinate Geografiche Ellissoidiche

La posizione di un punto P rispetto alla superficie ellissoidica può essere individuata attraverso la seguente **terna di coordinate**:

- Latitudine φ
 - Longitudine λ
 - Quota ellissoidica h
- } Posizione **planimetrica** sulla superficie ellissoidica



Latitudine φ

Angolo compreso tra la normale ellissoidica per P e il piano equatoriale, contato in gradi sessagesimali verso nord (latitudine N) o verso sud (latitudine S).

$$- 90^\circ \leq \varphi \leq + 90^\circ \quad \text{oppure} \quad 90^\circ \text{ S} \leq \varphi \leq 90^\circ \text{ N}$$

Longitudine λ

Angolo compreso tra il piano del meridiano per P e il piano del meridiano fondamentale, contato verso est (longitudine E) o verso ovest (longitudine W).

$$- 180^\circ \leq \lambda \leq + 180^\circ \quad \text{oppure} \quad 180^\circ \text{ W} \leq \lambda \leq 180^\circ \text{ E}$$

Quota ellissoidica h

Distanza del punto terreno P dalla sua proiezione sull'ellissoide, misurata lungo la normale ellissoidica n_p .

Le coordinate geografiche non sono di facile utilizzo su una cartografia in quanto la distanza sul terreno tra due punti varia con la latitudine e la longitudine.

Esempio: Lunghezze in Km di archi di 1° lungo paralleli e meridiani

ϕ	$\Delta\phi=1^\circ$ (in km)
0°	110.57
10°	110.61
20°	110.70
30°	110.85
40°	111.04
50°	111.23
60°	111.41
70°	111.56
80°	111.66
90°	111.69

Spostamento lungo un meridiano

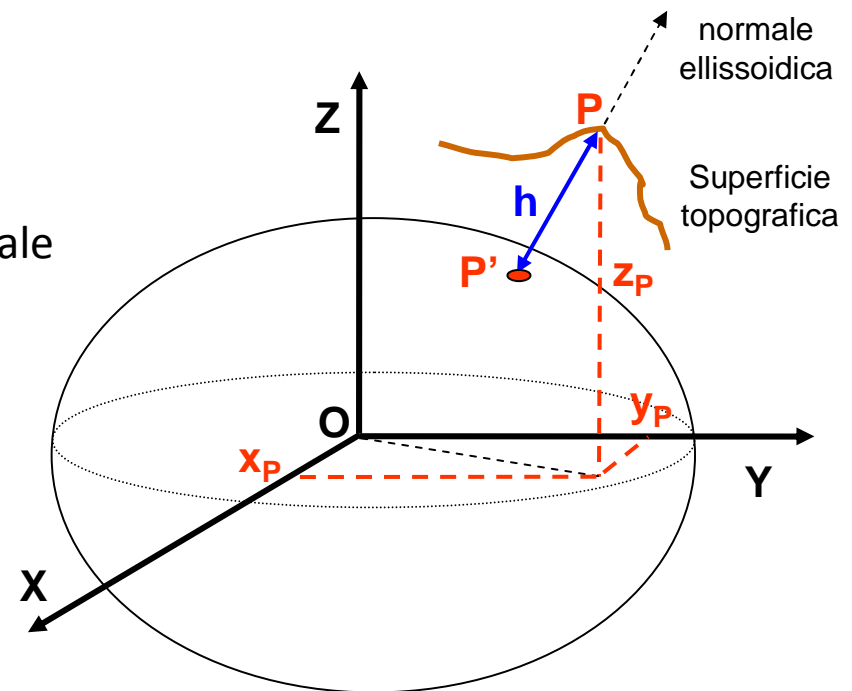
ϕ	$\Delta\lambda=1^\circ$ (in km)
0°	111.32
10°	109.64
20°	104.65
30°	96.49
40°	85.39
50°	71.70
60°	55.80
70°	38.19
80°	19.39
90°	0.00

Spostamento lungo un parallelo

Coordinate Cartesianhe Geocentriche

Alternativamente è possibile esprimere univocamente la posizione del punto P rispetto all'ellissoide tramite una terna di **coordinate cartesiane geocentriche**, dette anche **ellissocentriche**, (X, Y, Z) così definita:

- Origine nel centro geometrico dell'ellissoide;
- Asse Z diretto secondo l'asse di rotazione dell'ellissoide;
- Assi X intersezione del meridiano fondamentale e del piano equatoriale;
- Asse Y disposto in modo da formare una terna destrorsa (regola della mano destra).

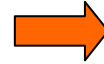


E' possibile passare indifferentemente da una rappresentazione all'altra mediante apposite formule di conversione, **senza introdurre errori**.

Trasformazione diretta:

$$(\lambda, \varphi, h) \rightarrow (X, Y, Z)$$

Trasformazione esatta,
definita in modo univoco.



$$\begin{aligned} X &= (N+h) \cos \varphi \cos \lambda \\ Y &= (N+h) \cos \varphi \sin \lambda \\ Z &= [N(1-e^2)+h] \sin \varphi \end{aligned}$$

$$N = \frac{a}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 \varphi}} \quad (\text{grannormale})$$



Trasformazione inversa:

$$(X, Y, Z) \rightarrow (\lambda, \varphi, h)$$

Realizzabile mediante
procedura iterativa.



$$\begin{aligned} \varphi &= \arctg \frac{Z + e' b \sin^3 \theta}{p - e'^2 a \cos^3 \theta} \\ \lambda &= \arctg \frac{Y}{X}; \quad h = \frac{p}{\cos \varphi} \end{aligned}$$

$$p = \sqrt{X^2 + Y^2}; \quad \theta = \arctan \frac{Za}{pb}; \quad e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$$

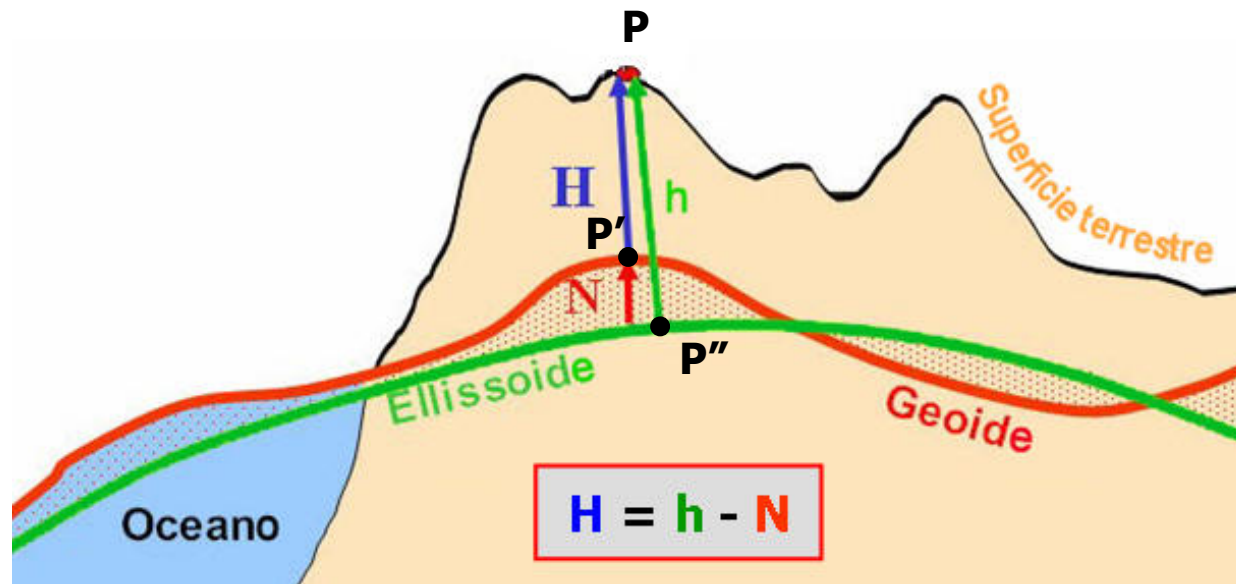
Confronto tra Geoide ed Ellissoide - 1

Geoide	Ellissoide
<p>Fisicamente significativo</p> <p>Una misura di dislivello tra due punti individua effettivamente un percorso di discesa dell'acqua</p>	<p>Fisicamente NON significativo</p> <p>Misure di dislivelli riferiti all'ellissoide non indicano necessariamente reali direzioni di flusso dei liquidi</p>
<p>Individuazione facile e precisa</p> <p>Il filo a piombo individua materialmente la direzione della normale al Geoide (VERTICALE) in quel punto</p>	<p>NON è facilmente individuabile</p> <p>Le normali all'ellissoide non sono dirette secondo le linee della forza di gravità. Non sono individuabili con il filo a piombo</p>
<p>Superficie matematicamente complessa</p> <p>L'andamento del Geoide dipende dalla distribuzione casuale della densità di massa terrestre (bisogna conoscere δ punto per punto)</p>	<p>Superficie matematicamente trattabile</p> <p>La superficie dell'ellissoide è definita tramite una formula molto semplice.</p>

Confronto tra Geoide ed Ellissoide - 2

Geoide	Ellissoide
Superficie di riferimento per l' altimetria	Superficie di riferimento per la planimetria
Ha un centro di massa che coincide con il centro di massa della Terra	Ha un centro geometrico che non coincide necessariamente con il centro di massa terrestre
Risente della distribuzione di massa terrestre, "segue" l'andamento della superficie della Terra: superficie corrugata e irregolare	In quanto astrazione matematica, la superficie ellissoidica ha un andamento liscio e regolare .

Relazione tra Geoide ed Ellissoide



H = **quota ortometrica**, distanza di un punto P dalla sua proiezione P' sulla superficie del Geoide, misurata lungo la linea di forza (Verticale).

h = **quota ellissoidica**, distanza di P dalla sua proiezione P'' sulla superficie ellissoidica, misurata lungo la normale all'ellissoide.

N = **ondulazione del geoide**, differenza tra la quota ellissoidica h di P e la corrispondente quota ortometrica H. Varia da punto a punto.

Datum Geodetico

E' un **sistema di riferimento** che permette di esprimere in termini matematici la posizione di punti della superficie fisica della Terra o prossimi ad essa.

Un Datum è definito dai seguenti 3 elementi:

- 1) Superficie di riferimento (**forma e dimensioni**)
- 2) **Orientamento** della superficie rispetto alla terra fisica
- 3) Materializzazione della superficie di riferimento tramite **rete di inquadramento**.

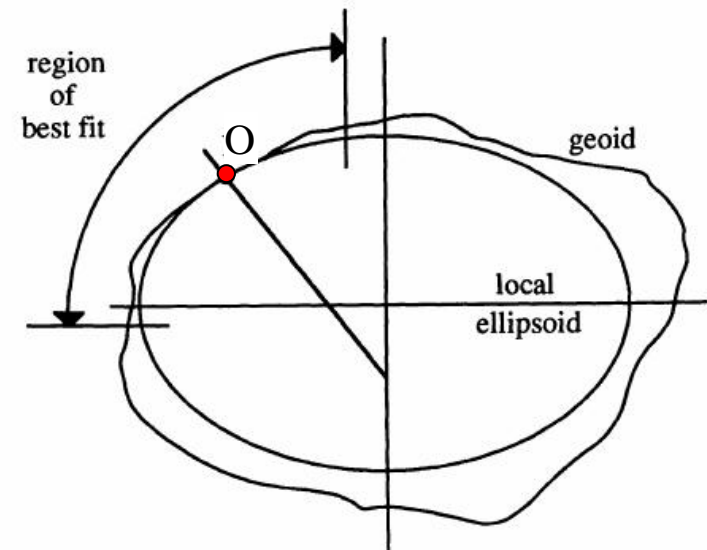
La rete di inquadramento consente di rendere disponibile agli utenti il sistema di riferimento convenzionalmente fissato, attraverso l'attribuzione di determinati valori di coordinate a un insieme finito di punti materializzati sulla superficie terrestre (**realizzazione del SdR**).

Datum geodetico locale

Nei tempi passati la disponibilità di sole misure basate a terra impediva una visione globale mondiale del problema geodetico.

Per minimizzare le deformazioni introdotte nel proiettare la superficie fisica della Terra sull'ellissoide, i geodeti delle varie nazioni decisero di adottare un ellissoide **orientato localmente** rispetto alla Terra, cioè:

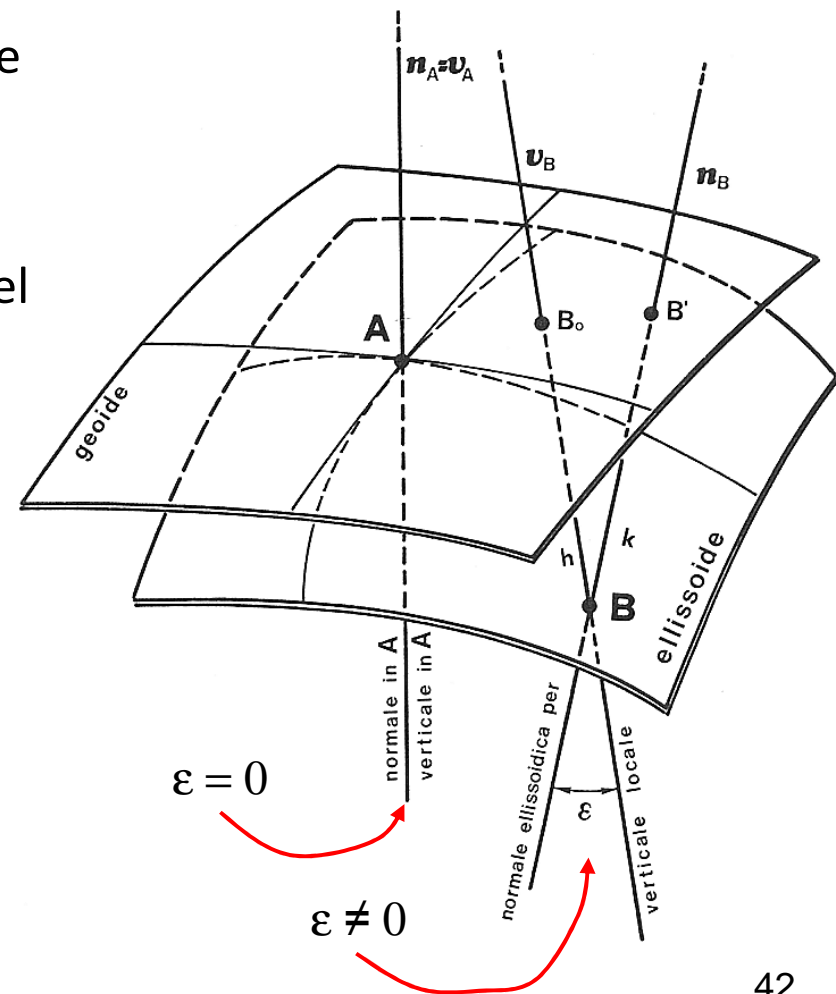
- l'ellissoide veniva reso **tangente al geode** in un punto particolare del territorio nazionale (**punto di emanazione**).
- in tale punto si assumeva che la verticale e la normale ellissoidica fossero **coincidenti**.
- le coordinate geografiche (λ , φ) del punto venivano assunte coincidenti con quelle derivate da **misure astronomiche**.



La **deviazione della verticale** ε , cioè l'angolo tra normale ellissoidica e verticale tende ad aumentare man mano che ci si allontana dal punto di emanazione.

Per rendere **trascurabili** ai fini topografici e cartografici gli **scostamenti** tra geoide ed ellissoide nell'area di interesse, la forma e dimensione dell'ellissoide e la posizione del punto di emanazione venivano definiti in modo opportuno.

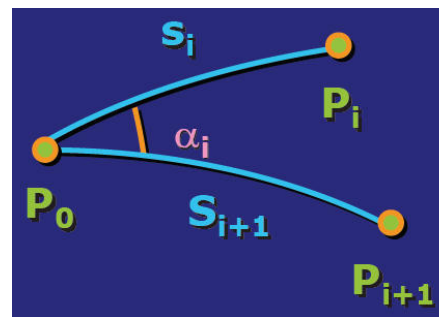
In particolare quest'ultimo veniva scelto generalmente in **posizione baricentrica** rispetto alla regione da cartografare.



Materializzazione di un Datum geodetico locale

Una volta scelta ed orientata localmente la superficie ellissoidica di riferimento, è stata realizzata una rete di punti (**vertici trigonometrici**), tale da ricoprire tutto il territorio di interesse.

Le coordinate dei vertici sono state ottenute da **misure trigonometriche** (angoli e distanze), sulla base della loro posizione rispetto al punto di emanazione.



Parametri ellissoide

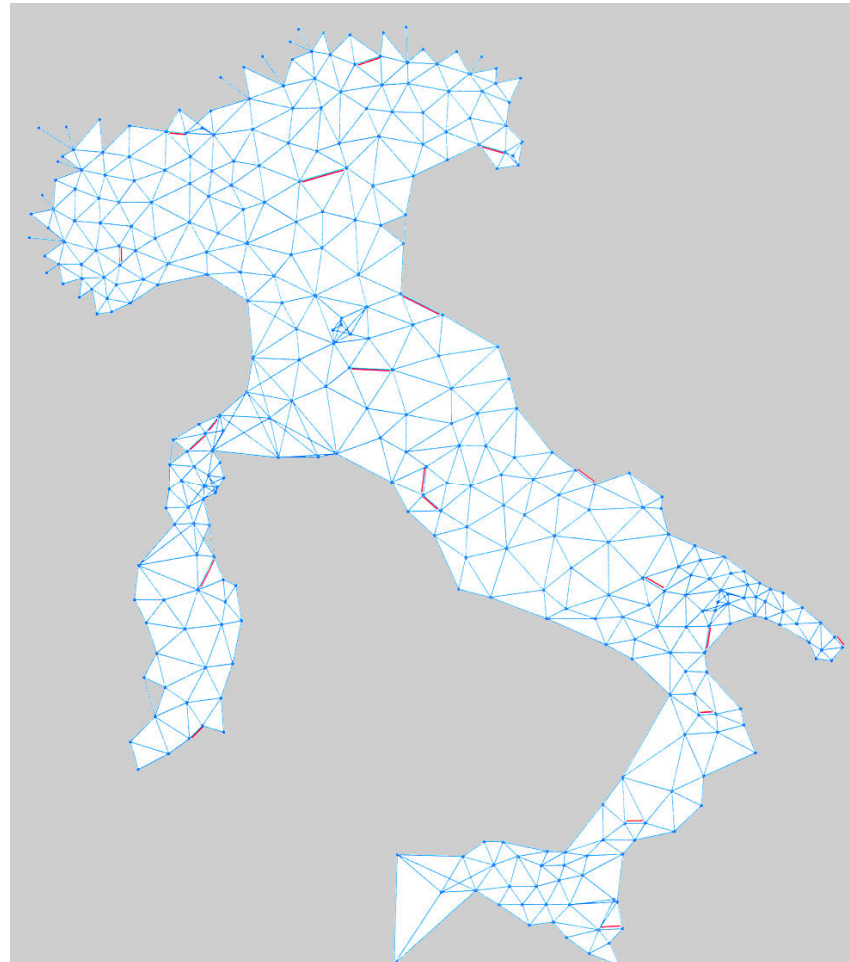
Grandezze misurate sul terreno

$$\varphi_i = F(\varphi_0, \lambda_0, a, b, \alpha_i, S_i)$$
$$\lambda_i = G(\varphi_0, \lambda_0, a, b, \alpha_i, S_i)$$

Coord. geografiche punto di emanazione

Utilizzando la rete (ed i suoi raffittimenti) è stato poi possibile esprimere la **posizione planimetrica** (φ , λ) di qualsiasi altro punto misurato, rispetto all'ellissoide locale a cui tale rete era associata.

Rete geodetica italiana
di 1° ordine

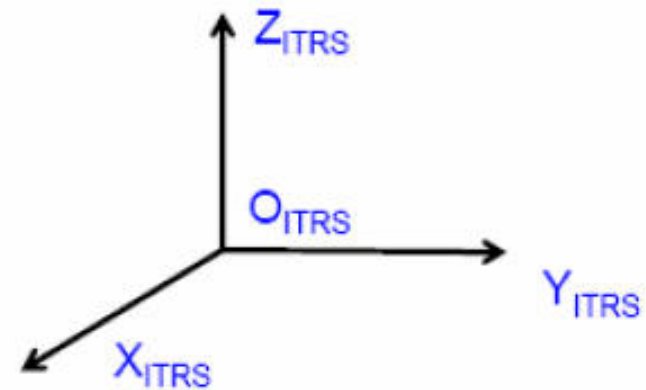


Datum geodetico globale

La definizione di Datum si basa sulla definizione di una **terna cartesiana geocentrica** solidale alla Terra (**ECEF**, *Earth Centered Earth Fixed*) alla quale si associa poi un ellissoide di tipo **geocentrico** (avente cioè centro geometrico coincidente con il centro di massa della Terra).

Un sistema di riferimento convenzionale terrestre è definito da una terna cartesiana aventi le seguenti **regole**:

- Origine delle coordinate coincidente con il centro di massa della Terra;
- Asse Z disposto secondo l'asse di rotazione terrestre (fissato ad una data epoca);
- Asse X secondo il piano del meridiano origine (Greenwich);
- Asse Y diretto in modo da completare una terna destrorsa.



Esempio di terna cartesiana destrorsa

A questo sistema di riferimento viene poi associato

- un **ellissoide geocentrico**, opportunamente definito in forma e dimensione,
- una **rete di punti** sul terreno che lo materializza.

La combinazione di questi tre elementi dà luogo ad un Datum **globale**.

Attraverso misure spaziali e satellitari riferite a tale Datum è possibile esprimere la posizione di **qualsiasi punto** della superficie terrestre nello **stesso** Sistema di Riferimento.

Le coordinate geografiche o cartesiane dei punti del globo terrestre sono tra loro **omogenee e confrontabili**.

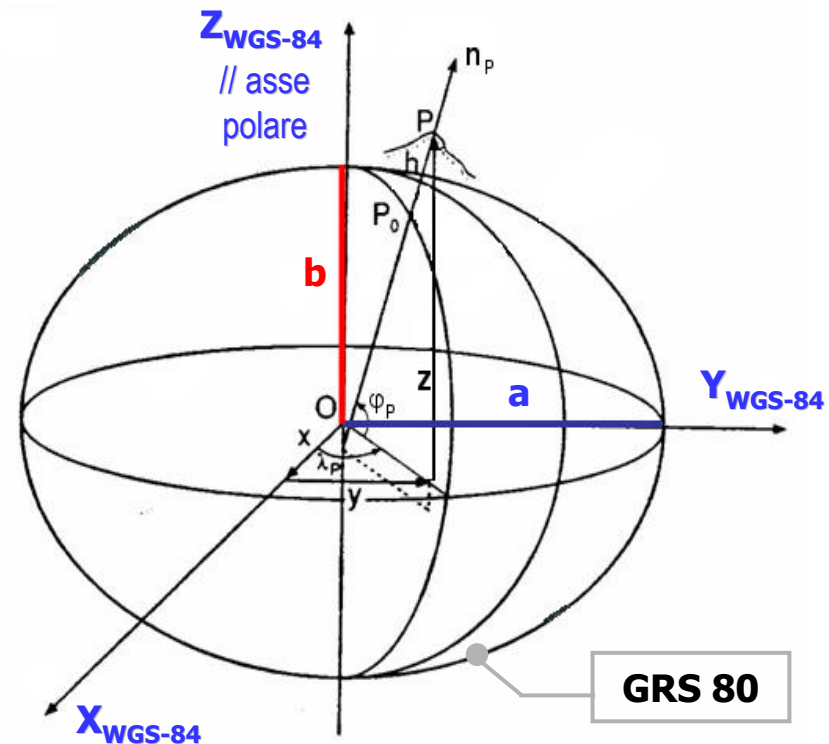
Esempio di Datum globale

- Datum: **WGS84** (*World Geodetic System 1984*)
- Ellissoide geocentrico: **GRS80**
- Parametri ellissoide:

$a = 6.378.137,00$ m (*Semiasse maggiore*)

$b = 6.356.752,31$ m (*Semiasse minore*)

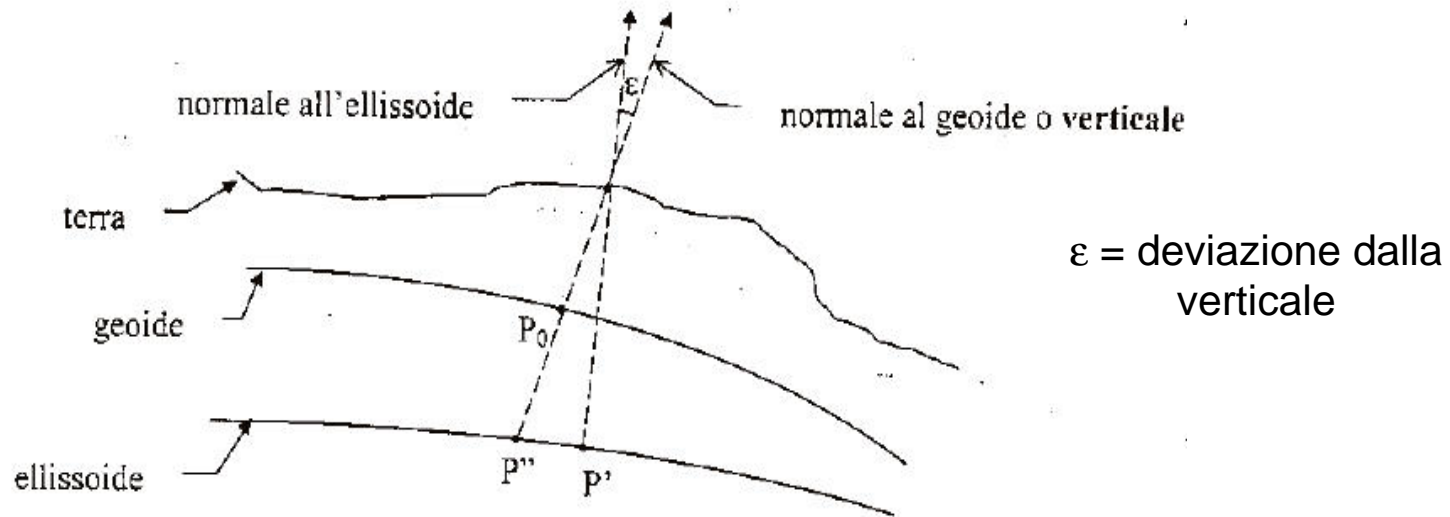
$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = 0.00669438$ (*Eccentricità prima*)



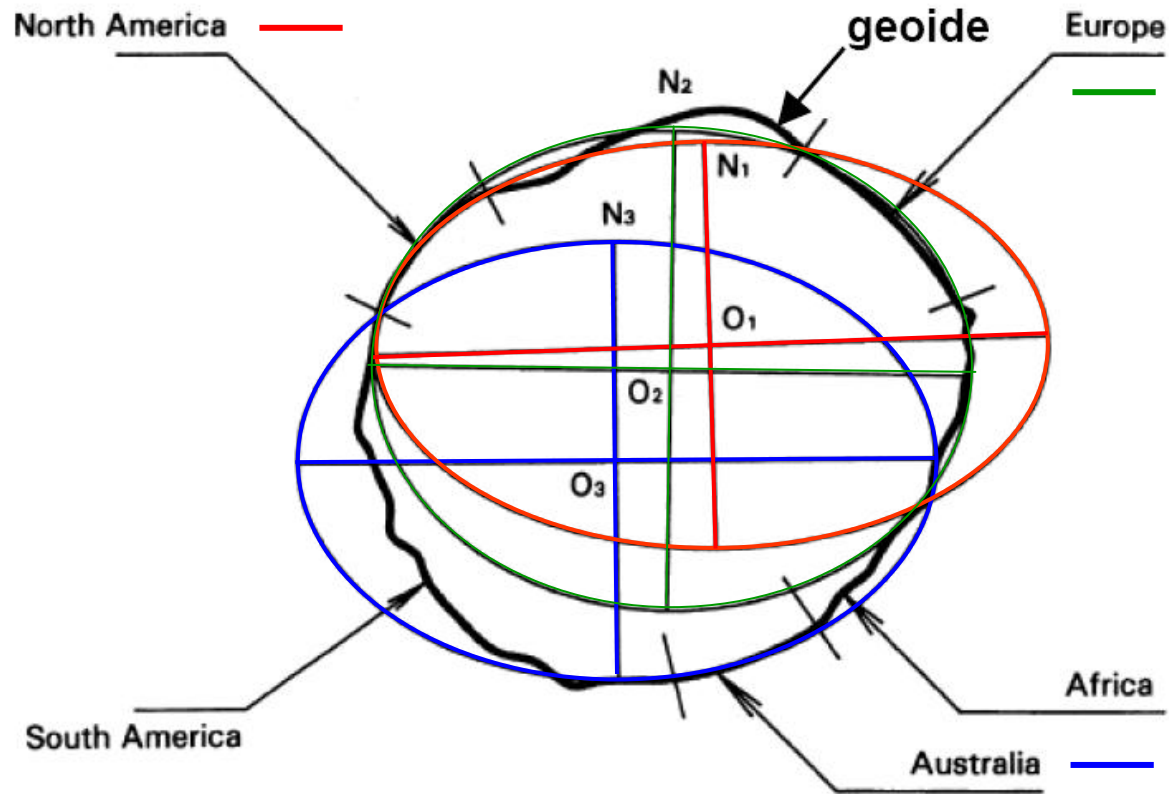
Confronto tra Datum geodetici Locali e Globali

Caratteristiche dei Datum locali o regionali

1. Concepiti per le misure classiche, realizzano l'obiettivo di rendere **bassa** la deviazione dalla verticale (scostamento angolare tra normale all'ellissoide e verticale) in modo da poterla trascurare, permettendo così di trasferire all'ellissoide, **senza correzioni**, angoli e distanze misurate sul terreno.

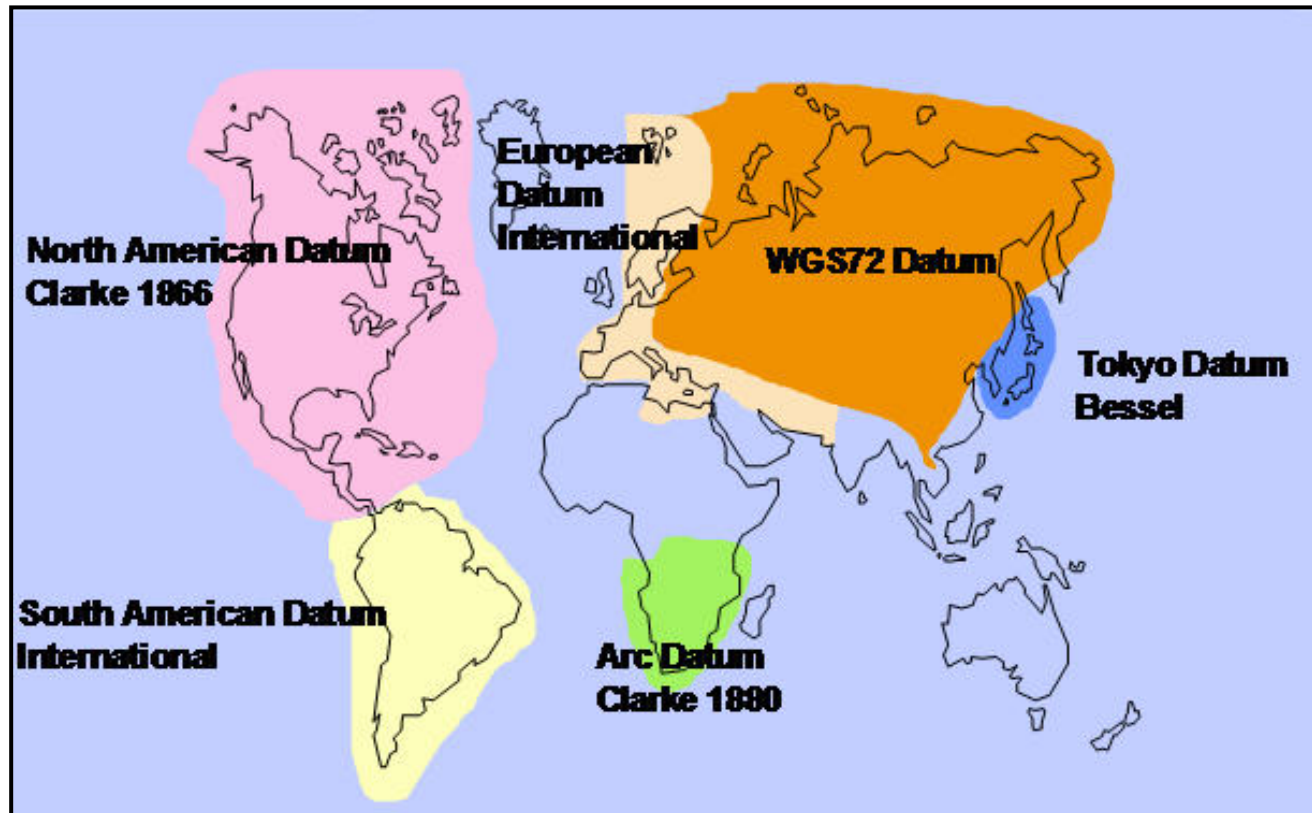


2. Un Datum locale viene utilizzato con l'intento di ottenere una buona approssimazione della superficie terrestre unicamente in una **ristretta area** di interesse (nazione o continente).



3. La presenza di numerosi sistemi locali (> 150) è dovuta al fatto che prima dell'avvento dei sistemi di posizionamento satellitare (es. GPS) venivano impiegati strumenti di rilievo topografico e geodetico in grado di operare solo su **estensioni limitate** di territorio.

Esempio di datum locali più utilizzati



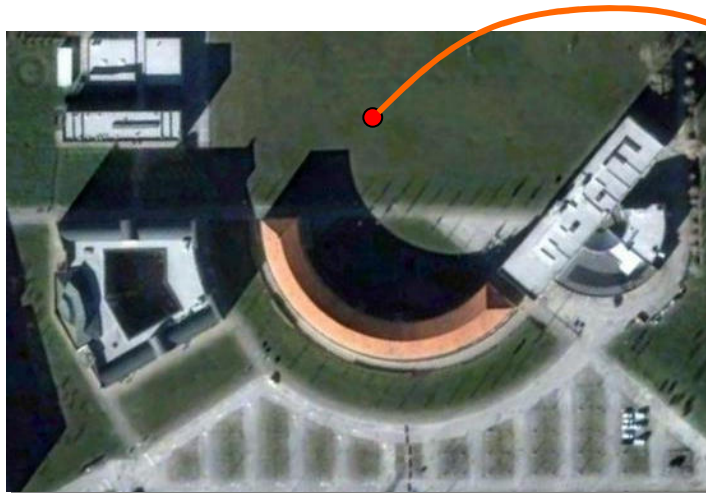
Caratteristiche dei Datum globali

1. Sono concepiti come supporto alle misure satellitari (ad es. al Datum WGS84 sono riferite le coordinate orbitali dei satelliti GPS).
2. Poichè tali misure interessano tutto il globo terrestre si è reso necessario assumere un'**unica** superficie di riferimento valida per tutto il mondo.
3. La superficie di riferimento è sempre costituita da un **ellissoide geocentrico**.
4. Pur essendo definiti sempre in modo **convenzionale** sono comunque legati alla **realtà fisica** (origine del sistema coincidente con il centro di massa della terra e asse Z orientato secondo il polo medio terrestre) in modo non variabile dall'utente e condiviso a livello internazionale.
5. Diversamente dai sistemi di riferimento geodetici locali, per loro natura i datum globali vengono utilizzati per esprimere la posizione **plano-altimetrica** (λ, φ, h) dei punti della superficie terrestre.

Coordinate in datum locali e globali

Differenze di forma, dimensioni ed orientamento degli ellissoidi associati ai diversi Datum (locali e globali), fanno sì che le coordinate geografiche di uno stesso punto, valutate in datum diversi, siano **sensibilmente differenti** tra loro.

Tali differenze possono essere anche dell'ordine di **alcune centinaia di metri** è quindi **sempre indispensabile stabilire con precisione il Datum in cui si opera**, quando si assegnano o si utilizzano coordinate di punti.



Datum	Lat. φ	Long. λ
Roma40	45° 20' 29.356"	11° 57' 27.586"
ED50	45° 20' 35.007"	11° 57' 30.304"
WGS84	45° 20' 31.759"	11° 57' 26.820"

Datum altimetrico

Oltre ai Datum geodetici, esistono anche i datum altimetrici, che costituiscono il **sistema di riferimento** per le **quote** dei punti della superficie fisica della Terra.

Un Datum altimetrico è definito dai seguenti due elementi:

- Superficie di riferimento \Rightarrow Geoide (locale), livello medio del mare
- Rete di livellazione di alta precisione che materializza il Geoide.

Ad esempio per l'Italia esistono **tre** differenti datum altimetrici, definiti in corrispondenza di tre mareografi (Genova, Catania e Cagliari), i quali individuano il livello medio del mare per la parte continentale e per le due isole maggiori (Sicilia e Sardegna).

Questi datum sono poi materializzati attraverso la rete di livellazione fondamentale istituita lungo tutto il territorio nazionale.

Modelli del Geoide

Nel caso di Datum **globali**, come ad esempio il WGS84, gli strumenti di rilevamento satellitare (es. GPS) consentono di determinare attraverso un'unica misura la **posizione planimetrica ed altimetrica** di un qualsiasi punto della superficie terrestre.

In particolare, la componente altimetrica è definita in termini di **quota ellissoidica**, che però, come visto, **non ha significato fisico**.

Per determinare la quota ortometrica di un qualsiasi punto battuto con il GPS si potrebbe pensare di utilizzare una qualche rete di livellazione posta nelle vicinanze dell'area del rilievo.

Ciò però sarebbe **poco pratico** perché richiederebbe l'esecuzione di costose operazioni aggiuntive di misure di livellazione a partire dal più vicino caposaldo.

Un metodo alternativo, **più semplice e speditivo**, per passare dalla quota ellissodica alla corrispondente quota ortometrica si basa invece sull'impiego di un **modello di ondulazione geoidica** (o **modello del Geoide**).

Un modello di geoide può essere considerato come una funzione che a partire dalla posizione planimetrica di un punto (φ, λ) fornisce il valore dell'ondulazione N in quel punto:

$$N = N(\varphi, \lambda)$$

In sostanza, quindi, un modello di geoide quantifica gli **scostamenti** del geoide rispetto ad una superficie regolare e nota (ellissoide orientato).

Una volta nota N per il punto in questione, attraverso la relazione matematica che lega la quota ellissodica a quella ortometrica è semplice ottenere quest'ultima.

Realizzazione del modello del geoide

1. Stima del valore di ondulazione N rispetto ad un ellissoide (di solito il **WGS84**) in corrispondenza di una serie di punti (**campioni**) distribuiti in modo irregolare nell'area di interesse.

Per determinare N si utilizzano varie tecniche di misura:

- misure gravimetriche,
- confronto tra misure GPS e da livellazione geometrica,
- misure di deviazione della verticale,
- studio delle orbite di satelliti a bassa quota.

2. **Interpolazione** dei valori di N , così misurati, secondo una **griglia regolare** in modo da ottenere un valore delle ondulazioni del geoide anche nei punti non direttamente misurati.

Per un qualsiasi altro punto che ricada all'interno di una cella della griglia il valore di N è calcolabile tramite **ulteriore interpolazione** dei valori di ondulazione associati ad ogni nodo della griglia stessa e memorizzati come parametri del modello del geoide.

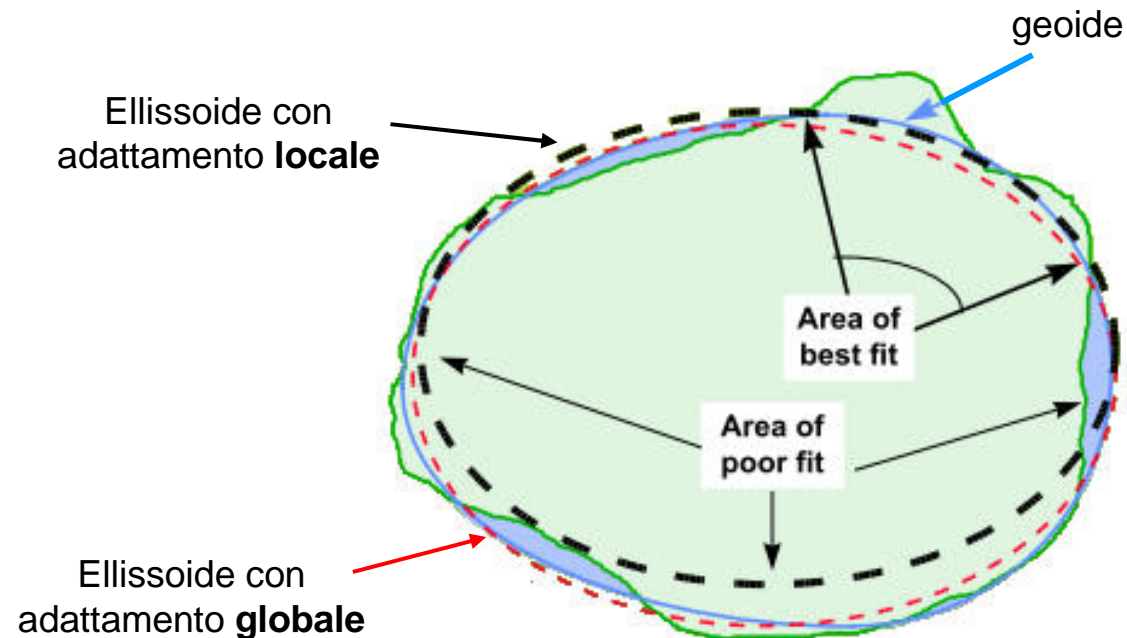
In sostanza, quindi, la quota ortometrica ottenuta tramite un modello di ondulazione geoidica, a partire dalla quota ellissoidica di un generico punto P , è il risultato di una **doppia interpolazione**:

- dei valori di ondulazione N realmente misurati sul terreno e redistribuiti su una griglia regolare (*prima interpolazione*);
- dei valori di ondulazione N dei nodi della cella della griglia al cui interno ricade il punto in oggetto (*seconda interpolazione*).

A causa di queste interpolazioni, il valore della quota ortometrica così calcolato è sempre un'**approssimazione** del valore vero.

Nel corso degli anni sono stati sviluppati numerosi modelli di geoide, sia a livello **locale** che **globale**.

Rispetto ad ellissoidi geocentrici (*Datum globale*) la deviazione della verticale **non è mai trascurabile**: le ondulazioni geoidiche rispetto all'ellissoide geocentrico possono anche raggiungere valori di **svariate decine di metri**.



Modelli locali

Sono calcolati per **aree limitate** (ad es. per una nazione), descrivono localmente l'andamento della superficie del geoide in maniera più fine e **meglio approssimata** rispetto ai modelli globali.

Sono destinati a un utilizzo tecnico (es. rilievi altimetrici con GNSS).

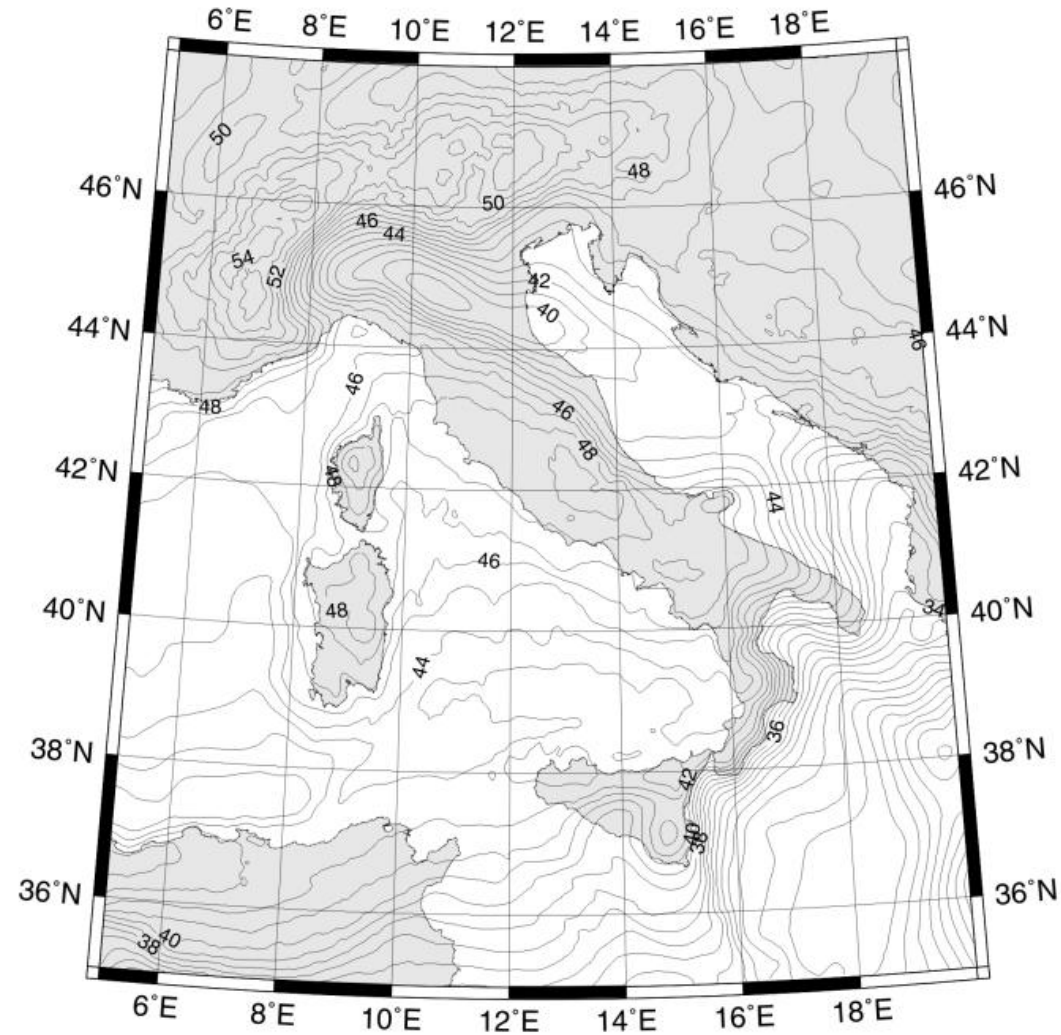
In Italia il modello locale di geoide è stato determinato dal Politecnico di Milano in collaborazione con l'Istituto Geografico Militare (IGM) di Firenze ed è stato chiamato **ITALGEO**.

Il modello ha subito molte revisioni e, a partire dal 1995 (ITALGEO95), è stato rilasciato in versioni successive sempre più accurate (99, 2000, 2005).

In Italia il geoide passa **sempre sopra** l'ellissoide geocentrico WGS84.

Le ondulazioni sono tutte **positive** ($h > H$) e variabili da circa **+35 m** a **+ 54 m**.

Esempio di modello di geoidi locale: ITALGEO 2005



Accuratezza di ± 4 cm.

Modelli globali

Sono calcolati per **l'intero globo terrestre** nel suo complesso e non hanno un'approssimazione molto spinta in quanto non tengono conto delle variazioni locali del terreno.

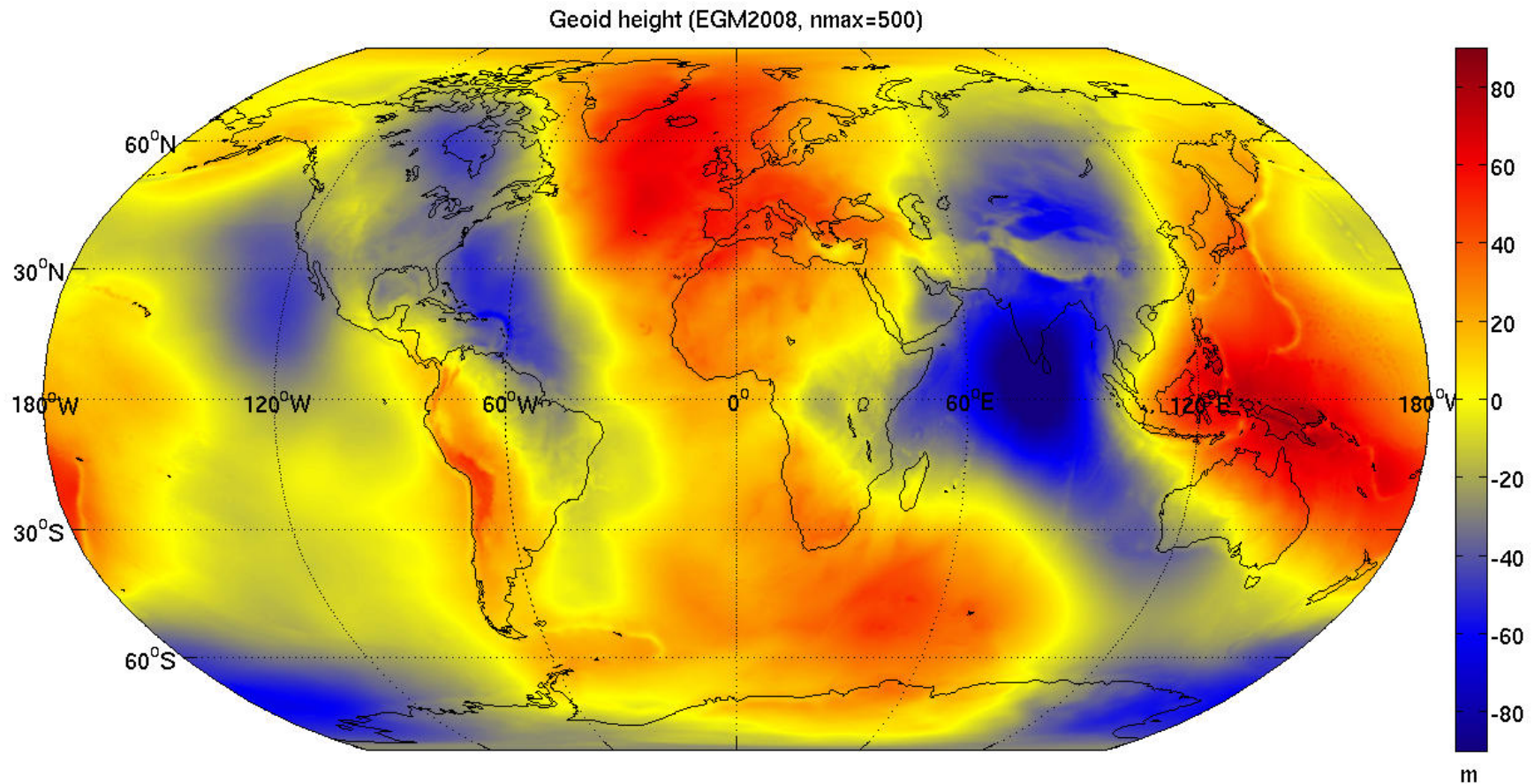
Sono utilizzati prevalentemente per scopi scientifici.

Se si considera **l'ellissoide WGS84** come superficie di confronto con il geoide, risulta che vi sono zone del pianeta dove l'ellissoide **passa sotto** il geoide (ondulazioni positive) e zone dove l'ellissoide **passa sopra** (ondulazioni negative).

In generale, l'intervallo di variazione delle ondulazioni mondiali va da circa **-107 m** a circa **+85 m** ($N = h - H$).

Valori elevati delle ondulazioni, si riscontrano nell'oceano indiano a causa della **catena montuosa dell'Himalaya** e a nord est dell'Oceania per la presenza della **fossa delle Marianne**.

Esempio di modello di geoidi globale: EGM2008



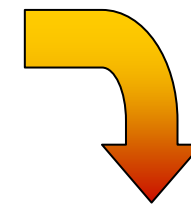
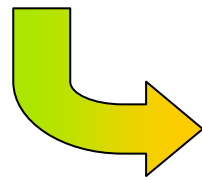
Ondulazioni rispetto all'ellissoide WGS84

EGM = Earth Gravitational Model.

Proiezioni e Rappresentazioni cartografiche

La rappresentazione sul piano della carta degli elementi naturali ed artificiali presenti sulla superficie terrestre si svolge secondo lo schema seguente:

**Superficie fisica
della Terra**

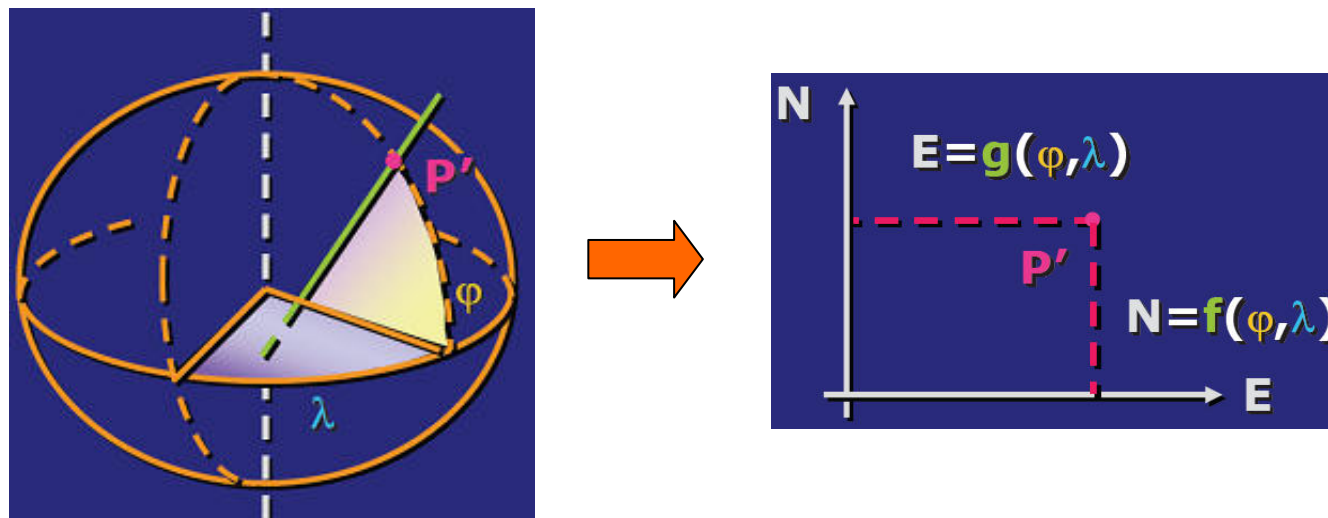


**Proiezione
sul piano**

Per costruire una cartografia si procede quindi nel modo seguente:

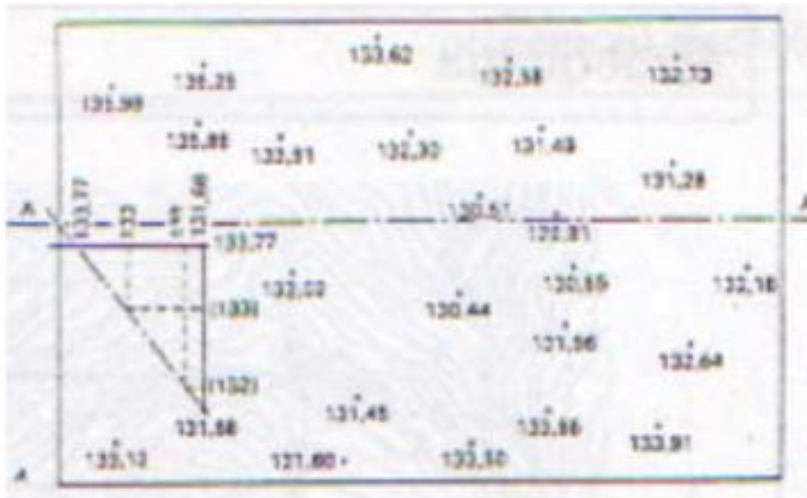
PLANIMETRIA

- per ogni punto P rilevato sul terreno si ottiene la sua **proiezione** P' sull'ellissoide (tramite operazioni di misura e calcolo molto complesse proprie della topografia e della geodesia);
- nota la posizione (λ, φ) di P' sull'ellissoide, si determinano le corrispondenti coordinate cartografiche piane $E = g(\lambda, \varphi)$ ed $N = f(\lambda, \varphi)$ attraverso le formule di proiezione.

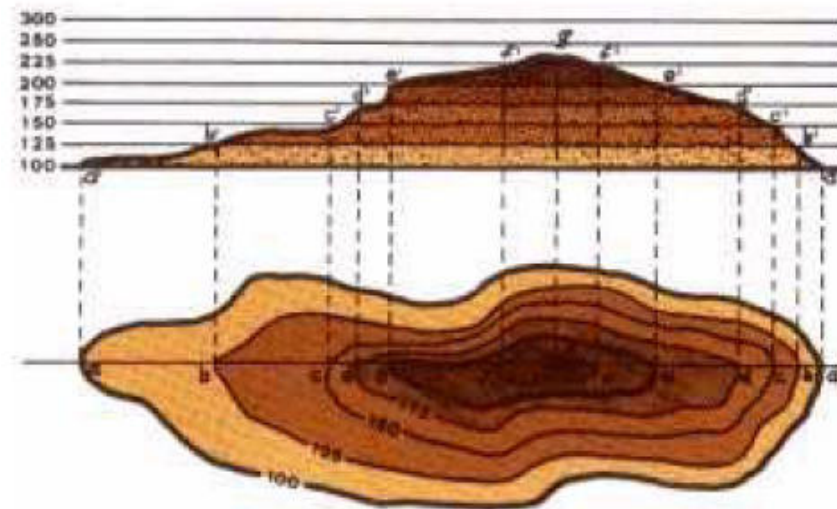


ALTIMETRIA

- si determinano le quote ortometriche, cioè le distanze dal GEOIDE, degli elementi da cartografare (livellazioni, rilievi aerofotogrammetrici);
- i valori delle quote vengono riportati sulla carta vicino ai particolari planimetrici corrispondenti (**punti quotati**);
- oppure si collegano i punti a ugual quota con **curve di livello**.



Rappresentazione altimetrica
secondo piano quotato



Rappresentazione altimetrica
per curve di livello

Le cartografie possono essere distinte in base ai seguenti criteri:

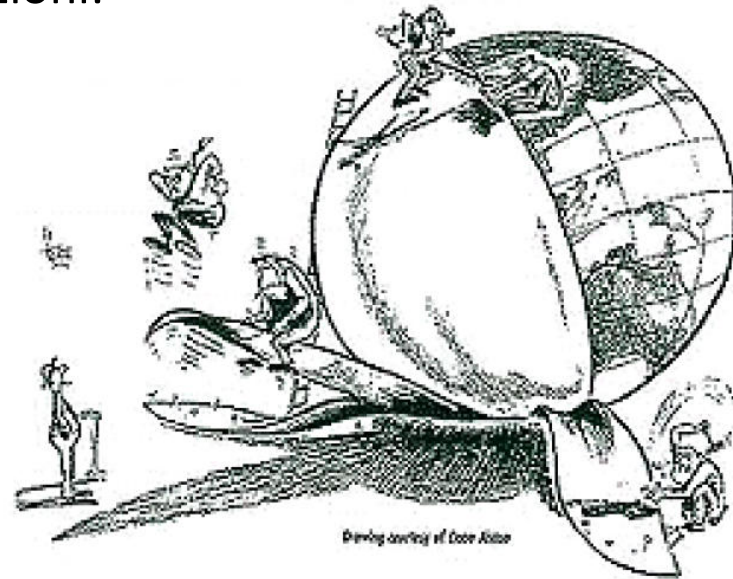
- **Deformazione**
- **Scala della carta**
- **Metodo di proiezione/rappresentazione**

Deformazioni della carta

Quando si proietta un oggetto da una superficie sferica, o ellissoidica, ad una superficie piana si introducono inevitabilmente delle **deformazioni**.

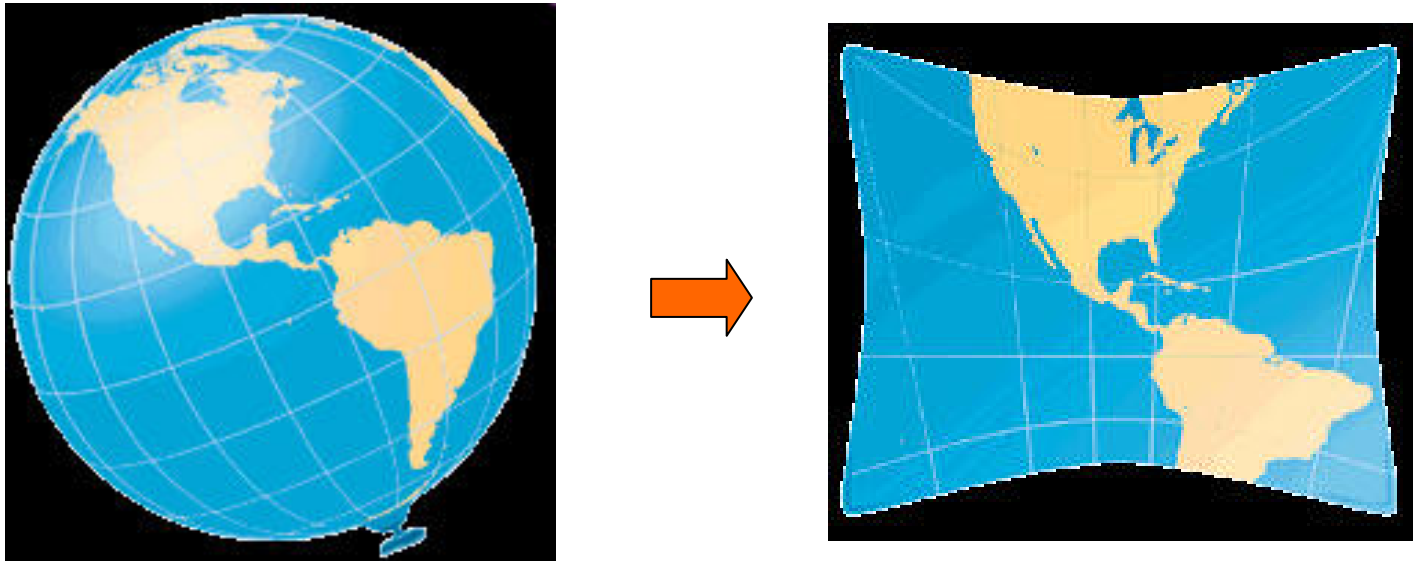
In particolare esse si manifestano come variazioni:

- delle direzioni (distorsione degli angoli)
- delle superfici (aumento o diminuzione)
- delle distanze (aumento o diminuzione)

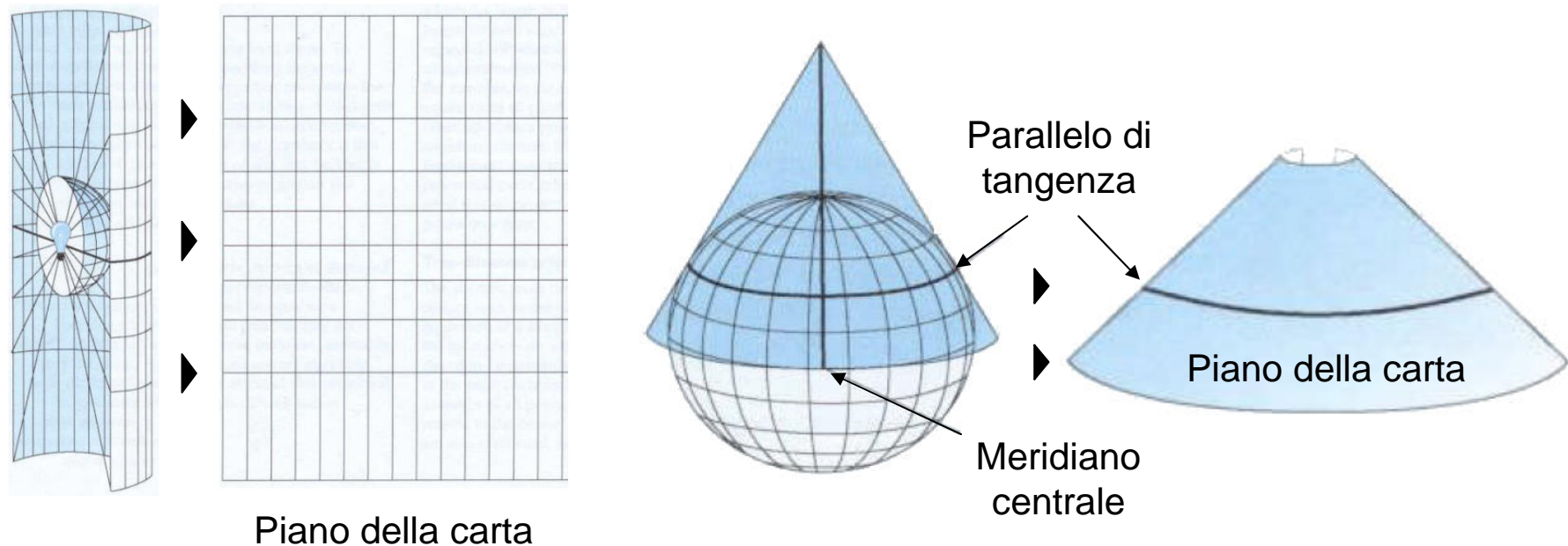


La **forma** degli oggetti riportati sul piano della carta risulta quindi **distorta** rispetto a quella che essi assumono sulla superficie ellissoidica.

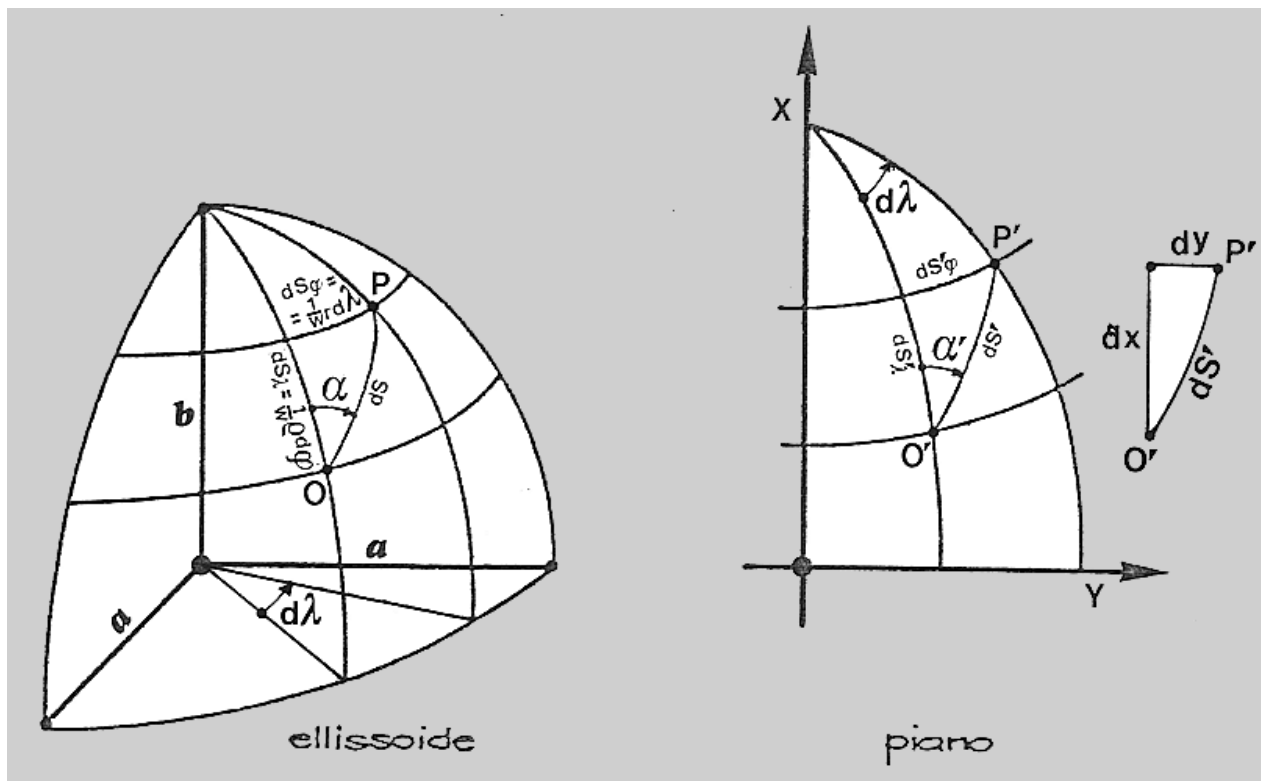
Il fenomeno delle deformazioni è dovuto al fatto che la sfera e l'ellissoide **NON sono** superfici **sviluppabili su un piano** (come invece il cilindro o il cono).



Cono e **cilindro** si prestano bene ad essere utilizzate come superfici di proiezione perché, se “tagliate” lungo una particolare direzione, possono essere “srotolate” (sviluppate) su di un piano senza subire alcuna deformazione o distorsione.



Corrispondenze tra ellissoide e piano



elemento lineare	ds	\longrightarrow	ds'
elemento areale	dS	\longrightarrow	dS'
angolo (azimuth)	α	\longrightarrow	α'

Classificazione delle carte in base alle deformazioni

Rappresentazioni conformi

Gli angoli fra due direzioni sulla carta sono **uguali** a quelli fra le stesse direzioni sull'ellissoide.

- **Si conservano gli angoli.**
- Le trasformate di meridiani e parallele sono curve ortogonali tra loro.
- La forma degli oggetti viene distorta progressivamente verso i poli.

Per determinare se una rappresentazione è conforme si ricorre al **modulo di deformazione angolare**, così definito:

$$\delta = \alpha - \alpha'$$

Se $\delta = 0$ la rappresentazione conserva gli angoli, cioè è conforme.

Rappresentazioni equivalenti

Ad un elemento superficiale dell'ellissoide di area infinitesima corrisponde sulla carta un altro elemento di forma diversa ma avente la stessa area.

- **Si conservano le aree.**
- Le forme si distorcono.
- Le ampiezze degli angoli sono alterate.

In questo caso si considera come parametro discriminante il valore assunto dal **modulo di deformazione superficiale** (areale), così definito:

$$\mu = \frac{dS'}{dS}$$

← elemento di area infinitesima sul piano

← elemento di area infinitesima sull'ellissoide

$\mu > 1 \rightarrow$ dilatazione $\mu = 1 \rightarrow$ equivalenza $\mu < 1 \rightarrow$ contrazione

Rappresentazioni equidistanti

Ad un arco di lunghezza infinitesima sull'ellissoide corrisponde sulla carta un arco di lunghezza analoga

- Si **conservano le distanze**
- Si distorcono le forme.
- Si distorcono le ampiezze degli angoli.

Una rappresentazione equidistante viene caratterizzata dal **modulo di deformazione lineare**, definito dal seguente rapporto:

$$n = \frac{ds'}{ds}$$

← arco di lunghezza infinitesima sul piano

← arco di lunghezza infinitesima sull'ellissoide

$n > 1$ → allungamento delle distanze

$n = 1$ → conservazione delle distanze (equidistanza)

$n < 1$ → accorciamento delle distanze

Rappresentazioni afilettiche

Una carta si dice afilettica quando sono presenti **tutti** e tre i tipi di deformazioni, ma ognuno è mantenuto entro limiti **molto piccoli** e generalmente prefissati per una data estensione di territorio.



$$n \neq 1 ; \mu \neq 1 ; \delta \neq 0$$

con

$$n < \varepsilon_1$$

$$\mu < \varepsilon_2$$

$$\delta < \varepsilon_3$$

Quale proiezione usare ?

- Non esiste una “proiezione standard”, bensì occorre selezionare la **proiezione più adatta** in funzione dell'impiego della cartografia.
- Ogni proiezione è ottenuta cercando di eliminare (o al più ridurre) una determinata deformazione: lineare, superficiale o angolare.
- In base quindi alle **caratteristiche** desiderate **di deformazione** della carta, rappresentate dal corrispondente modulo di deformazione (lineare, areale, angolare), si sviluppa un determinato tipo di proiezione cartografica.
- Esistono (quasi sempre) delle formule matematiche che consentono di passare da una proiezione all'altra.

La scala della carta

Nell'ambito della formazione di una cartografia bisogna distinguere due momenti successivi:

Fase analitica → consiste nel calcolare le coordinate cartesiane sul piano della carta dei punti sull'ellissoide, una volta stabilite le equazioni della carta.

In questa fase si considerano pertanto i valori **reali** delle coordinate.

Fase grafica → i punti calcolati al passo precedente vengono posizionati sulla carta riducendone i valori secondo un determinato fattore n , che rappresenta la **SCALA** della carta.

$$\frac{1}{n} = \frac{\text{Unità di disegno}}{\text{n° di riduzioni delle dimensioni reali}}$$

Esempio: scala 1:10.000 → 1 cm (sulla carta) = 10.000 cm (nella realtà)

La scala di una cartografia 1:10.000 è > o < della scala 1:100.000 ?

REGOLA

n **piccolo** ⇒ dimensioni reali **poco** ridotte ⇒ 1/n grande ⇒ **GRANDE SCALA**

n **grande** ⇒ dimensioni reali **molto** ridotte ⇒ 1/n piccolo ⇒ **PICCOLA SCALA**

- La riduzione in scala riguarda i valori lineari mentre le **aree** subiscono variazioni pari al **quadrato** delle lunghezze.
- Una riduzione in scala pari alla sua metà (1/2) (es. da 1:50.000 a 1:100.000) porta ad una riduzione di superficie pari ad un quarto (1/4).

Classificazione delle carte in base al fattore di scala

Le carte possono essere classificate anche in base al fattore di scala.

E' così possibile distinguere le seguenti categorie:

- carte **GEOGRAFICHE** ($n > 1.000.000$)
- carte **COROGRAFICHE** ($200.000 < n < 1.000.000$)
- carte **TOPOGRAFICHE** ($5.000 < n < 200.000$)
- **MAPPE** ($500 < n < 5000$)
- **PIANTE** ($n < 500$)

Per le carte topografiche, le mappe e le piante si utilizza anche la seguente classificazione alternativa:

– **PICCOLA SCALA** (1:100.000 - 1:25.000)

Sono carte **nazionali**: danno una visione di sintesi, sono base di progetti di programmazione di massima.

– **MEDIA SCALA** (1:10.000 - 1:5.000)

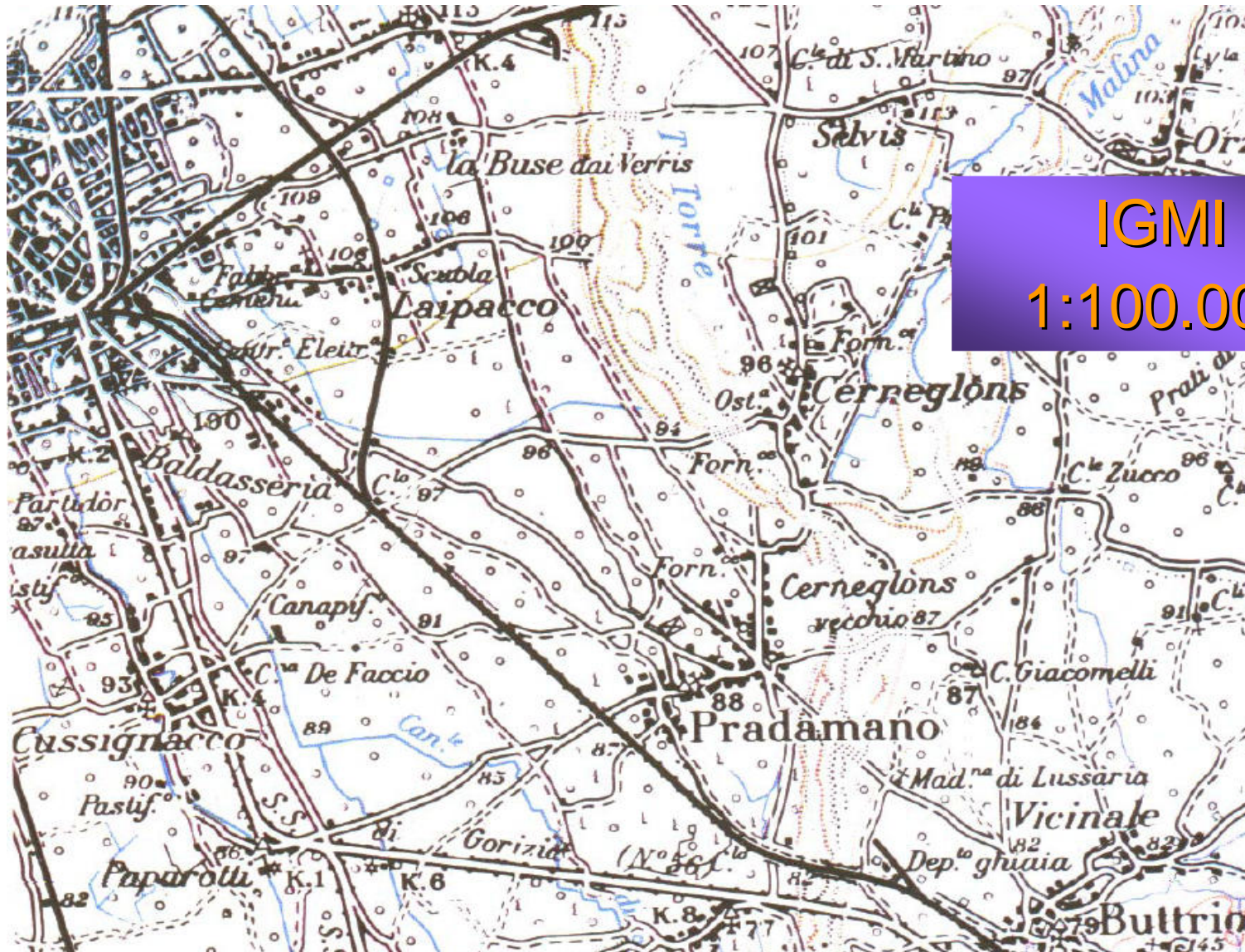
Carte delle **regioni**: il loro grado di dettaglio e' quello che serve al pianificatore regionale.

– **GRANDE SCALA** (1:2.000 - 1:1.000)

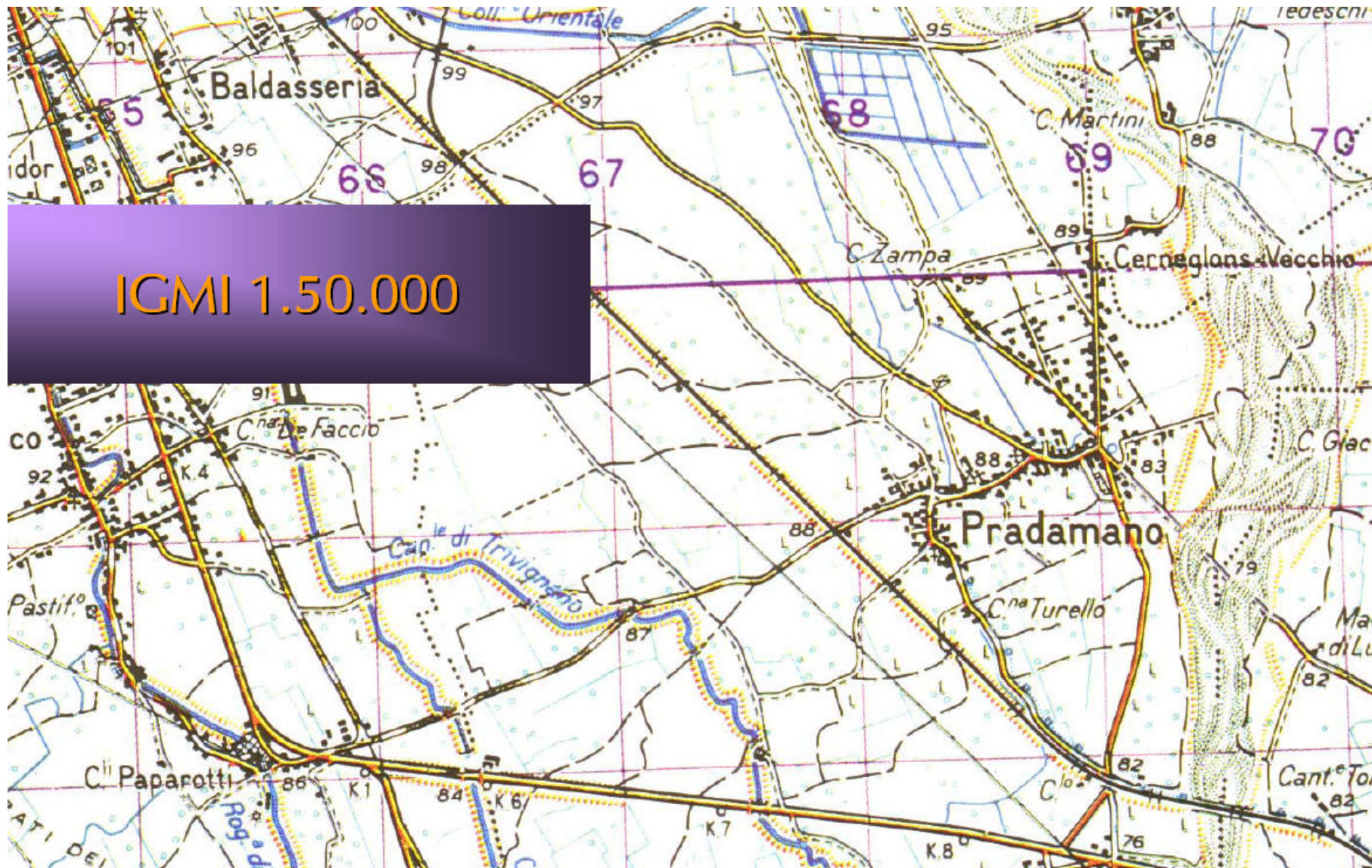
Carte **comunali**: sono le basi per gli interventi di pianificazione comunale (PRG, PPA, piano viabilita' urbana, ecc.).

– **GRANDISSIMA SCALA** (1:500 -1:200)

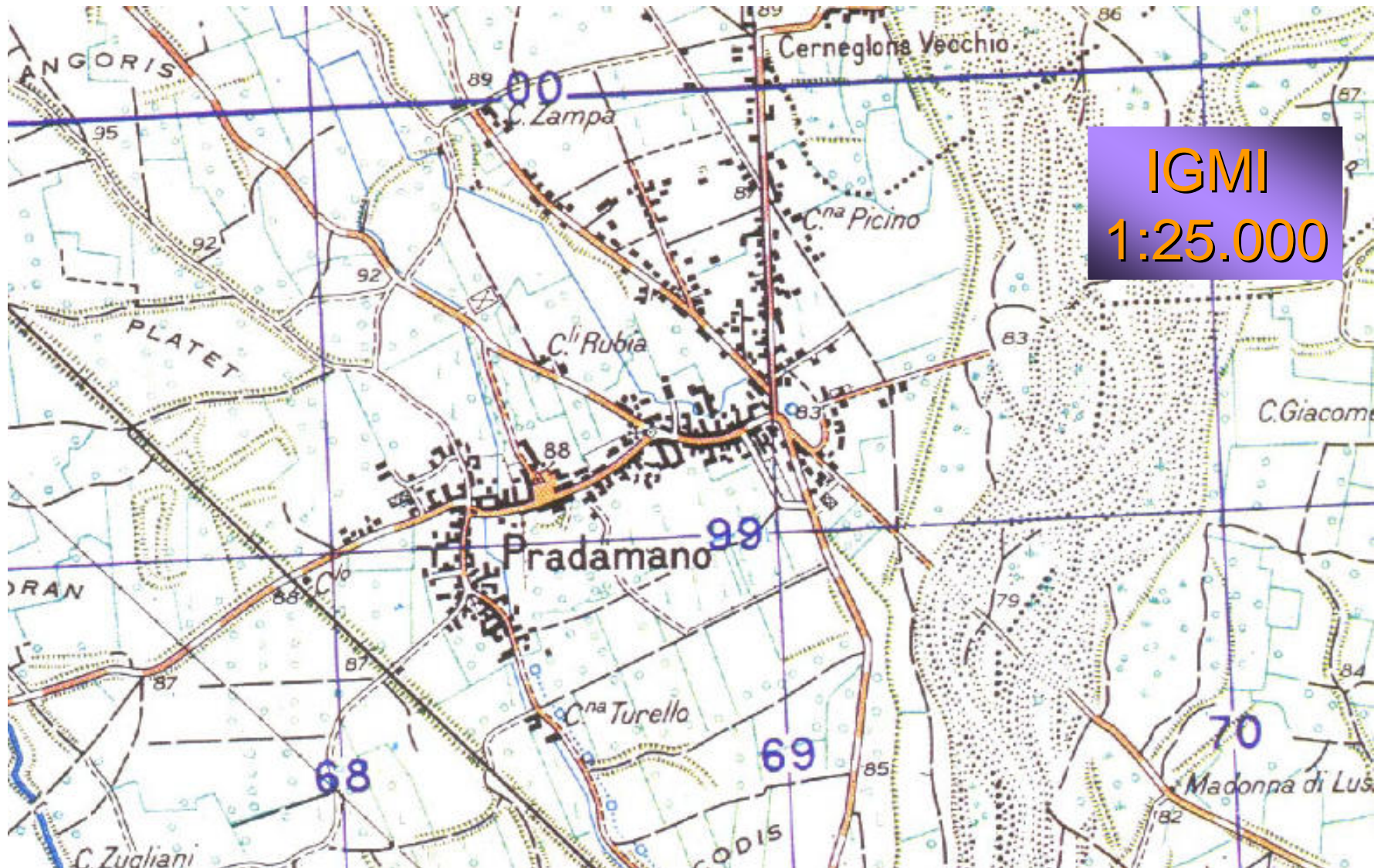
Sono realizzate a livello **comunale** per zone limitate del territorio (centri storici) sono la base di interventi di progettazione, piani di recupero, ecc. 79



Carta Topografica a **piccola** scala (carta nazionale)



Carta Topografica a **piccola** scala (carta nazionale)

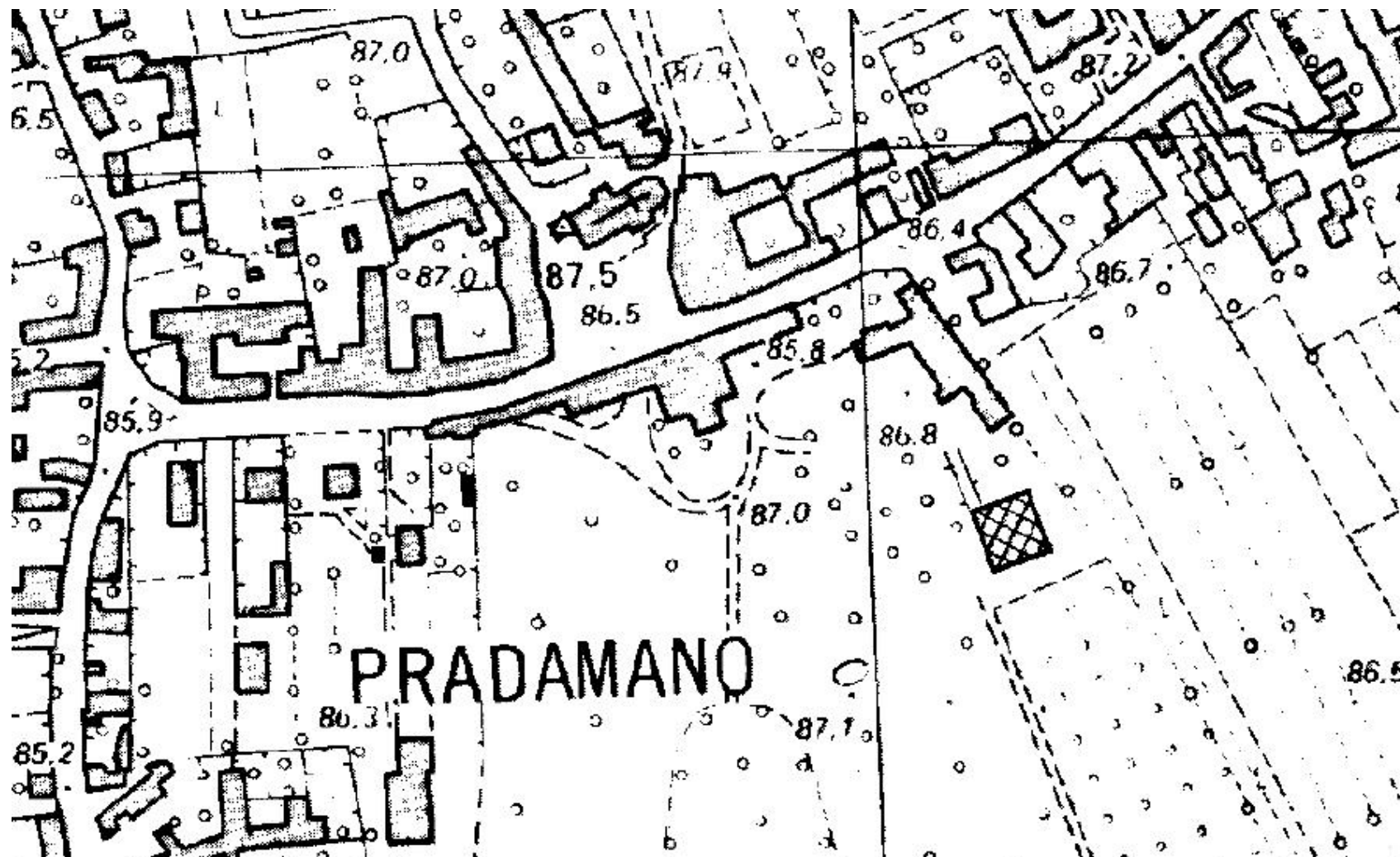


Carta Topografica a **piccola** scala (carta nazionale)

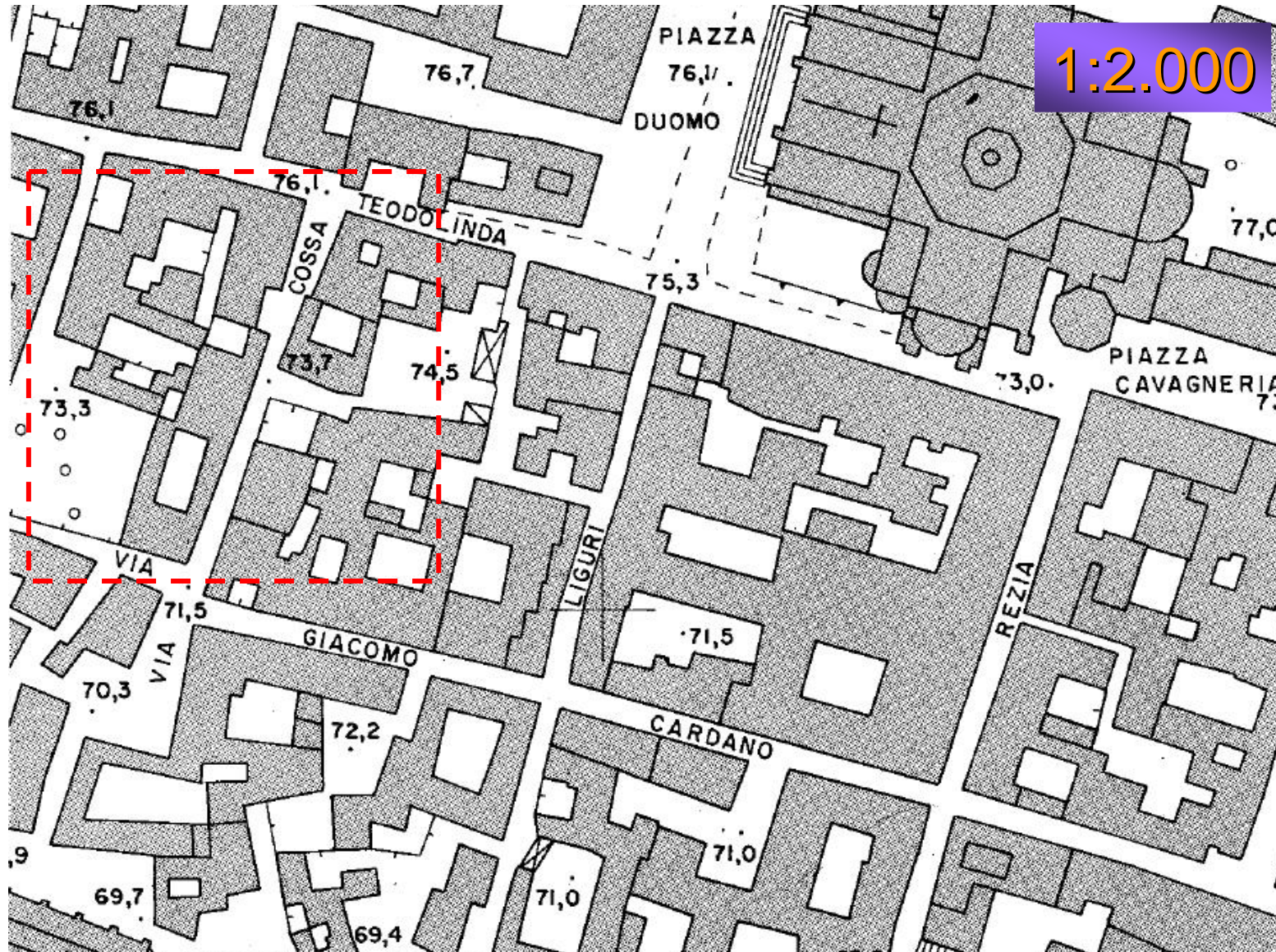


Carta Topografica a **media** scala (carta regionale)

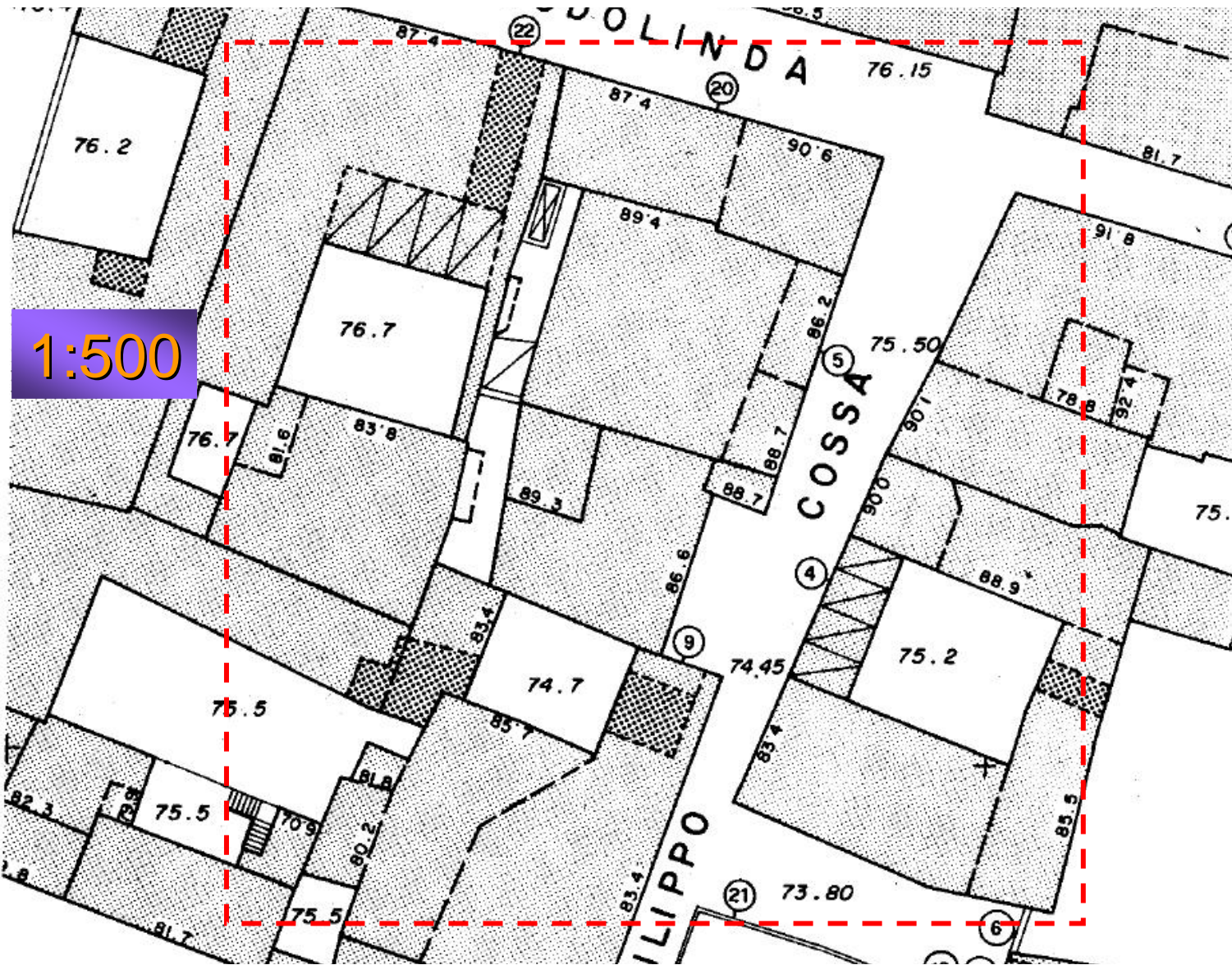
1:5.000



Carta Topografica a **media** scala (carta regionale)



Carta Topografica a **grande** scala (carta comunale)



Carta Topografica a **grandissima** scala (pianta o carta comunale)

Errore di graficismo

Quando si crea una cartografia su supporto cartaceo, e anche quando la si usa, si commette un errore metrico dovuto al fatto che gli oggetti vengono rappresentati con un tratto grafico di dimensioni finite (**graficismo**).

Dimensioni del tratto grafico (**errore di graficismo**) → $\varepsilon = 0.2 \text{ mm}$

Attraverso il denominatore, n , del rapporto di scala, l'errore di graficismo influenza sia il contenuto metrico che quello qualitativo della carta in quanto determina:

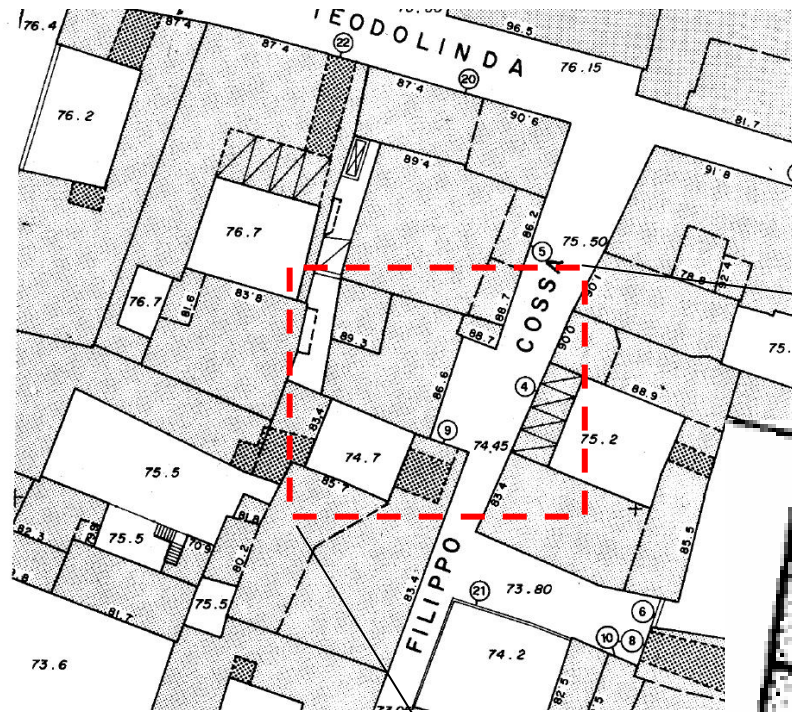
- la **precisione** (contenuto **metrico**) **mettere la tolleranza di una carta**
 - con cui devono essere fatte le misure per costruire la carta
 - che l'utente potrà ottenere nell'eseguire misure sulla carta
- il **grado di dettaglio** (contenuto **qualitativo**).

Esempio: Un punto sulla carta alla scala 1:2000 ha diametro = 0.2 mm, sul terreno rappresenta un cerchio di diametro = 40 cm.

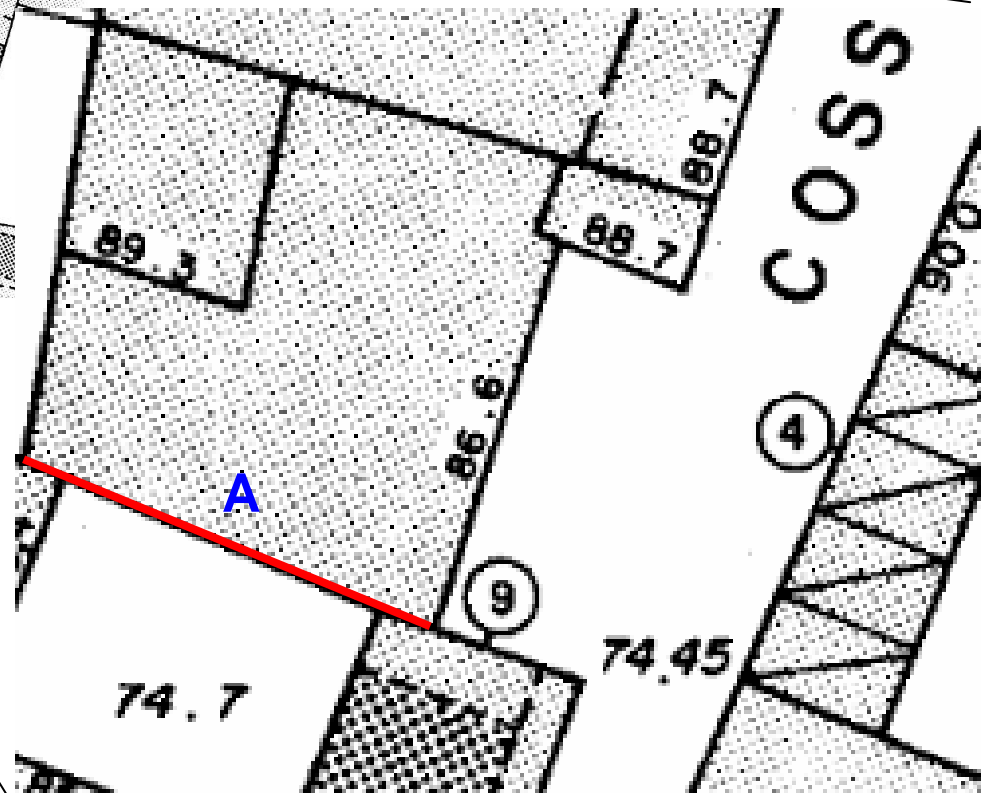
- Ciò comporta che su una carta 1:2000 i punti riportati su di essa hanno una indeterminazione di circa 40 cm anche se il topografo ha eseguito le misure sul terreno in modo da ottenere delle coordinate dei punti affette da errore molto minore (es. 2 – 3 cm).

Di conseguenza il topografo utilizzerà dei metodi di misura con precisione adeguata in funzione della carta (fattore di scala) che deve realizzare.

- Anche l'utente quando effettua delle misure sulla carta commette degli errori dovuti a:
 - **graficismo** (indeterminazione dovuta al tratto grafico);
 - **strumento di misura** (indeterminazione del tratto del righello).



1:500



Alla scala 1:500 la misura del lato A può essere errata anche di 10 cm rispetto alla realtà.

La dimensione del tratto grafico, indipendente dal fattore di scala, si ripercuote in modo diverso nelle varie carte in funzione della scala, come illustrato dalla seguente tabella:

errore planimetrico = errore graficismo x scala della carta

100.000	x	ε	⇒	± 20 m
50.000	x	ε	⇒	± 10 m
10.000	x	ε	⇒	± 2 m
5.000	x	ε	⇒	± 1 m
2.000	x	ε	⇒	± 0.4 m
1.000	x	ε	⇒	± 0.2 m
500	x	ε	⇒	± 0.10 m

Grado di dettaglio di una cartografia

L'errore di graficismo condiziona però non solo la precisione metrica di una carta disegnata, ma anche il suo **grado di dettaglio**.

In una carta disegnata non possono essere infatti riportati particolari del terreno la cui dimensione, divisa per il fattore di scala (n), sia **inferiore** al graficismo ϵ .

In caso contrario infatti lo spessore del tratto grafico “nasconderebbe” il particolare.

Esempio:

In una cartografia alla scala 1:2000 non si può rappresentare un muro di recinzione di spessore di 30 cm con due tratti paralleli, bensì con una sola linea di spessore 0.2 mm, che già da sola vale nel rapporto di scala 40 cm.

Scelta della scala

Il rapporto di scala di una carta deve essere fissato tenendo conto degli utilizzi che della carta verranno fatti.

Al diminuire della scala della carta, cioè con l'aumentare del denominatore n ,

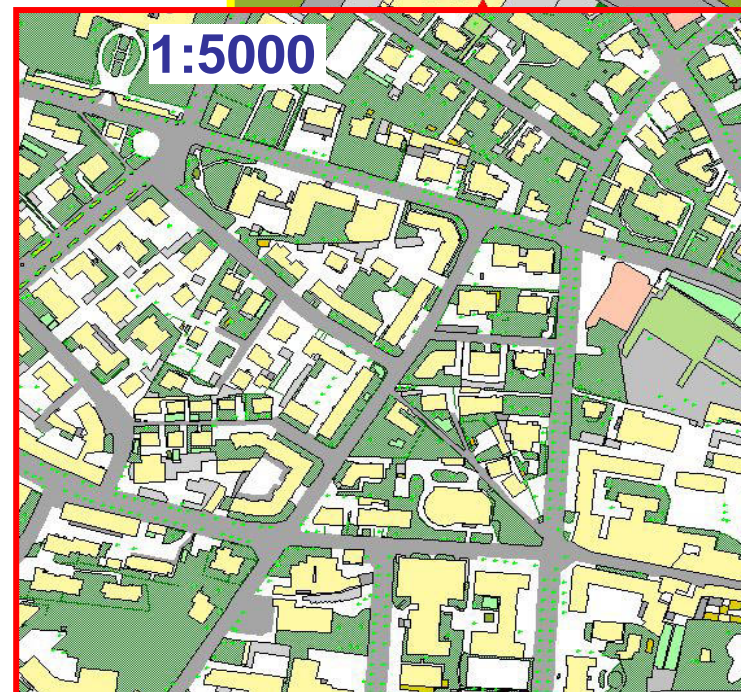
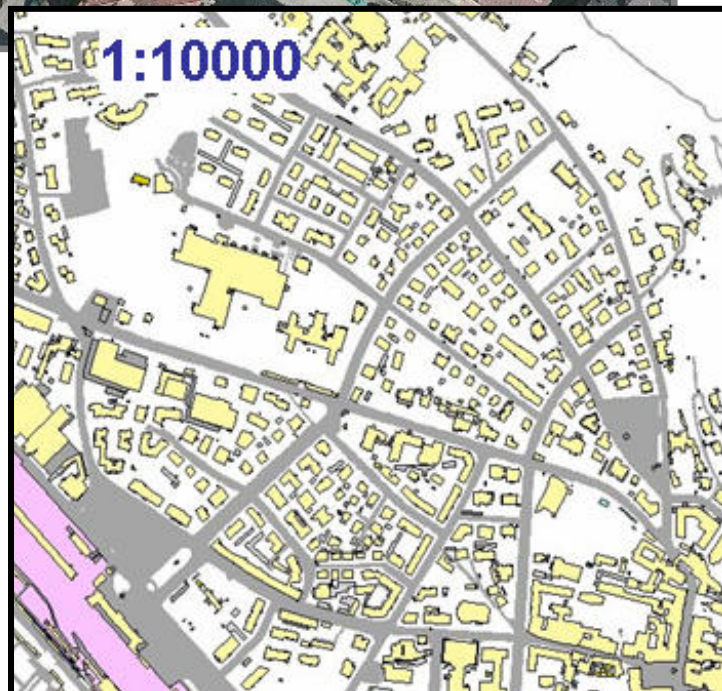
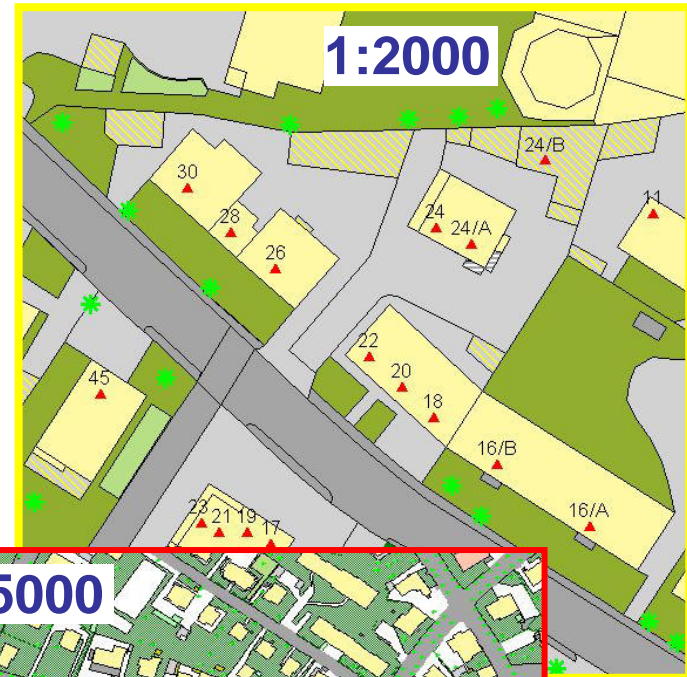
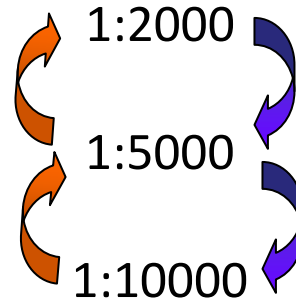
- si ha un minor contenuto d'informazione in termini qualitativi e metrici;
- si produce sulla carta una specie di semplificazione, che cancella quanto ne costituisce la tessitura minuta ed esalta i tratti più importanti del territorio;
- aumenta, a parità di dimensioni del foglio, la zona reale di territorio rappresentata.

Le **grandi** scale, quindi, consentono un grado di lettura molto fine del territorio, ma quelle a **media** e a **piccola** scala permettono una visione di insieme che le prime non danno.

Derivazione delle carte -1



Carte alle scale

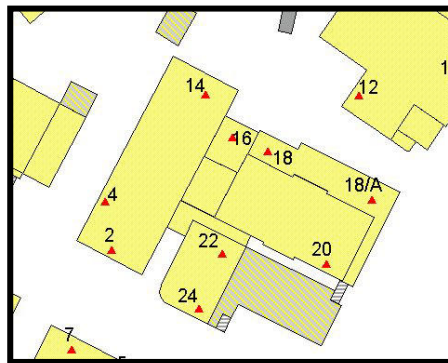


Derivazione delle carte - 2

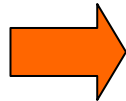
Attraverso l'operazione di **generalizzazione** degli oggetti rilevati è possibile produrre cartografie a scala diversa partendo da una rappresentazione di base.

La produzione delle varie carte avviene secondo il seguente criterio: **dalla carta alla scala più grande a quella alla scala più piccola.**

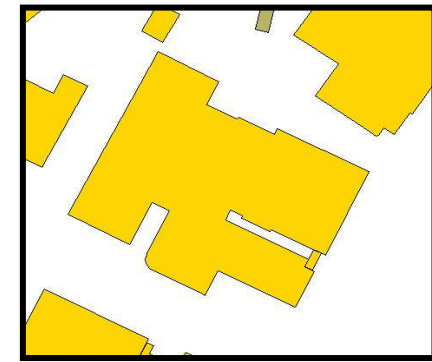
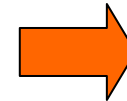
Esempio: 1:25000 -> 1:50000 -> 1:100000



1:2000



1:5000



1:10000

Reticolato geografico e cartografico

Quando si realizza la cartografia di un territorio, si pone il problema di come suddividerne l'estensione in fogli maneggevoli (inquadramento della carta).

Esistono fondamentalmente due modi di operare:

- Taglio secondo il reticolato **GEOGRAFICO**
- Taglio secondo il reticolato **CARTOGRAFICO**

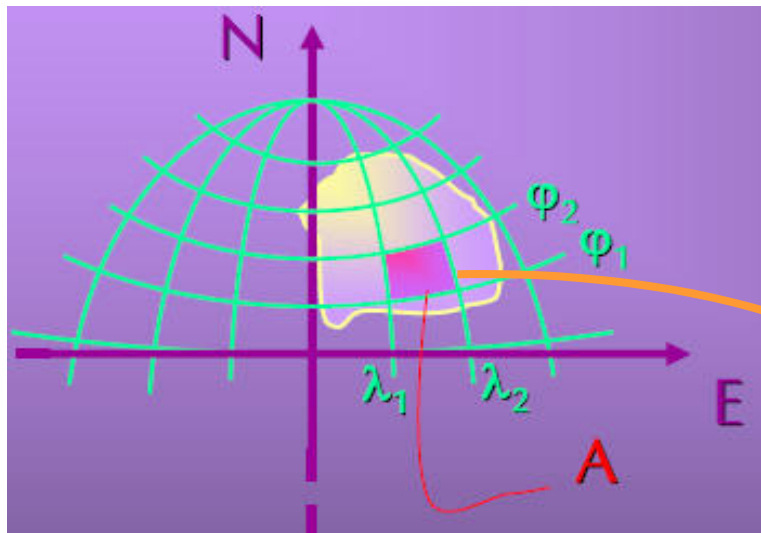
Il primo è costituito da una maglia di linee, che costituiscono le **trasformate** dei meridiani e dei paralleli, cioè le curve aventi equazione:

$$\phi = \text{cost} \quad \lambda = \text{cost}$$

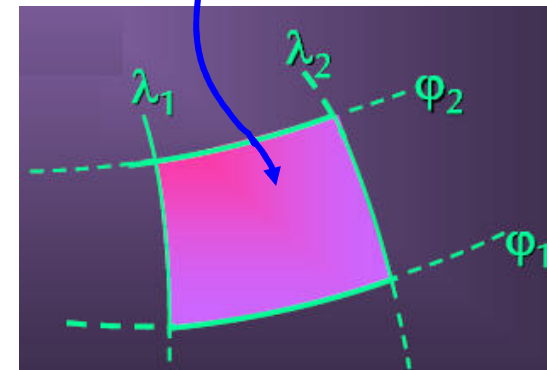
Il secondo è invece costituito dalla maglia di rette parallele al sistema di assi x,y definito sul piano della proiezione dalle rette di eq:

$$x = \text{cost} \quad y = \text{cost}$$

Si dice che una carta e' suddivisa in fogli con **taglio geografico** quando i bordi dei medesimi sono le proiezioni dei meridiani e dei paralleli.



zona
cartografata

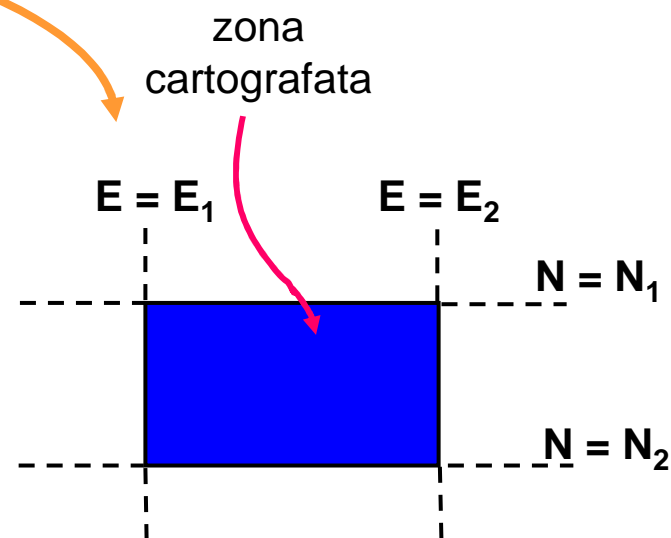
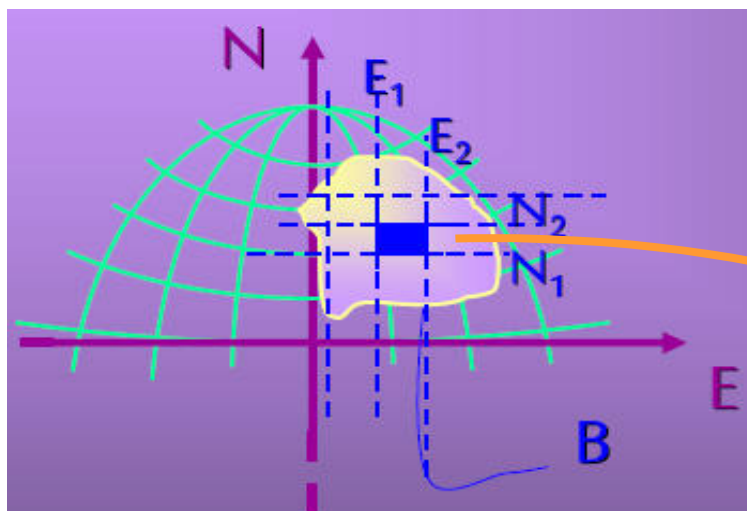


Il foglio A che ha come bordi

$$\begin{array}{ll} \lambda = \text{cost} = \lambda_1 & \varphi = \text{cost} = \varphi_1 \\ \lambda = \text{cost} = \lambda_2 & \varphi = \text{cost} = \varphi_2 \end{array}$$

è tagliato secondo il **TAGLIO GEOGRAFICO**.

Si dice invece che una carta e' suddivisa in fogli con **taglio a rete** quando i bordi dei fogli sono paralleli al sistema di riferimento cartografico.

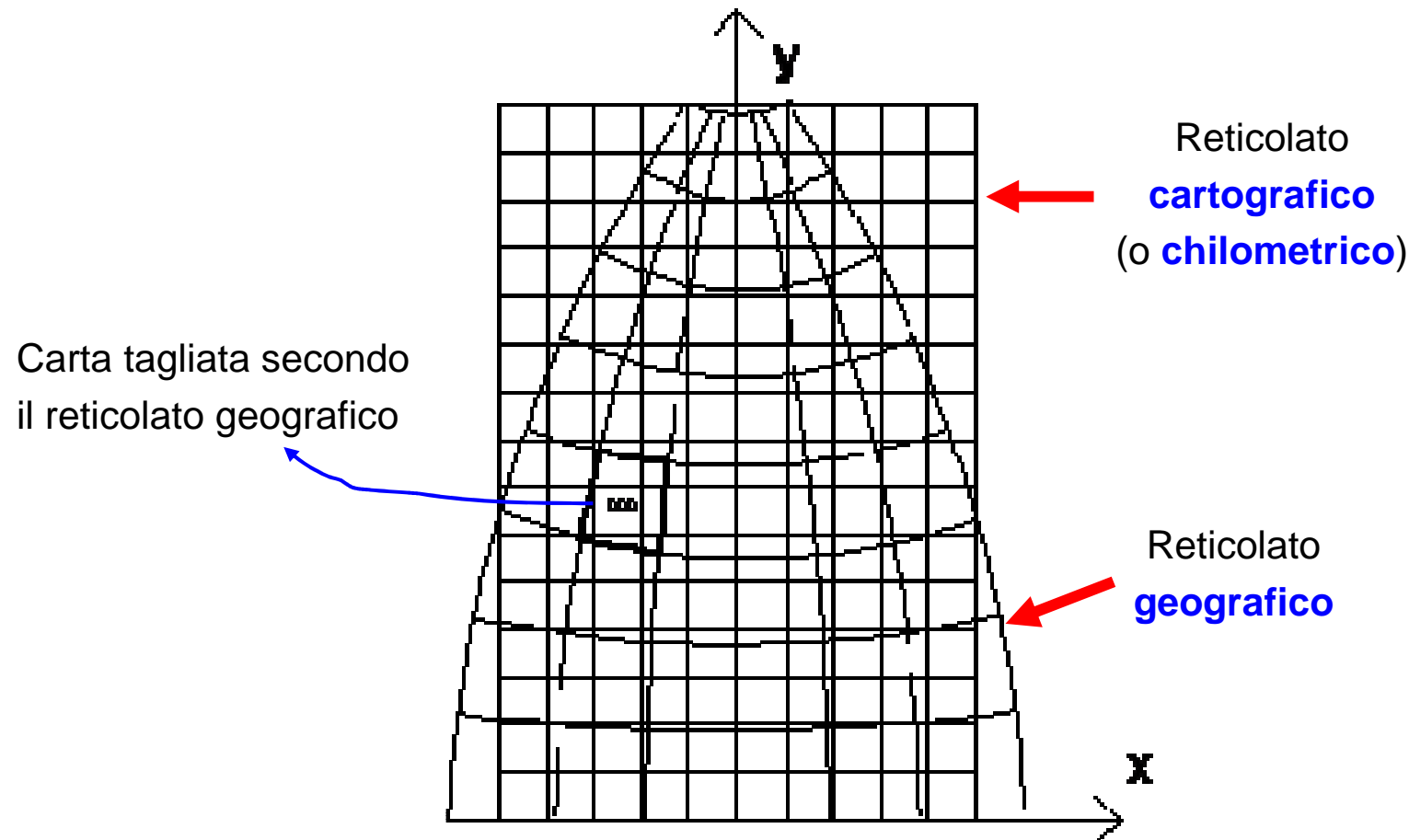


Il foglio B che ha come bordi

$$E = \text{cost} = E_1 \quad N = \text{cost} = N_1$$

$$E = \text{cost} = E_2 \quad N = \text{cost} = N_2$$

è tagliato secondo il **TAGLIO A RETE**



In genere la suddivisione in fogli viene fatta in modo che le deformazioni della carta, valutate in base al valore che il modulo di deformazione lineare assume in corrispondenza della massima lunghezza misurabile (**diagonale del foglio**), siano inferiori all'errore di graficismo così da rendere la carta stessa **praticamente equidistante**.

Metodi di proiezione

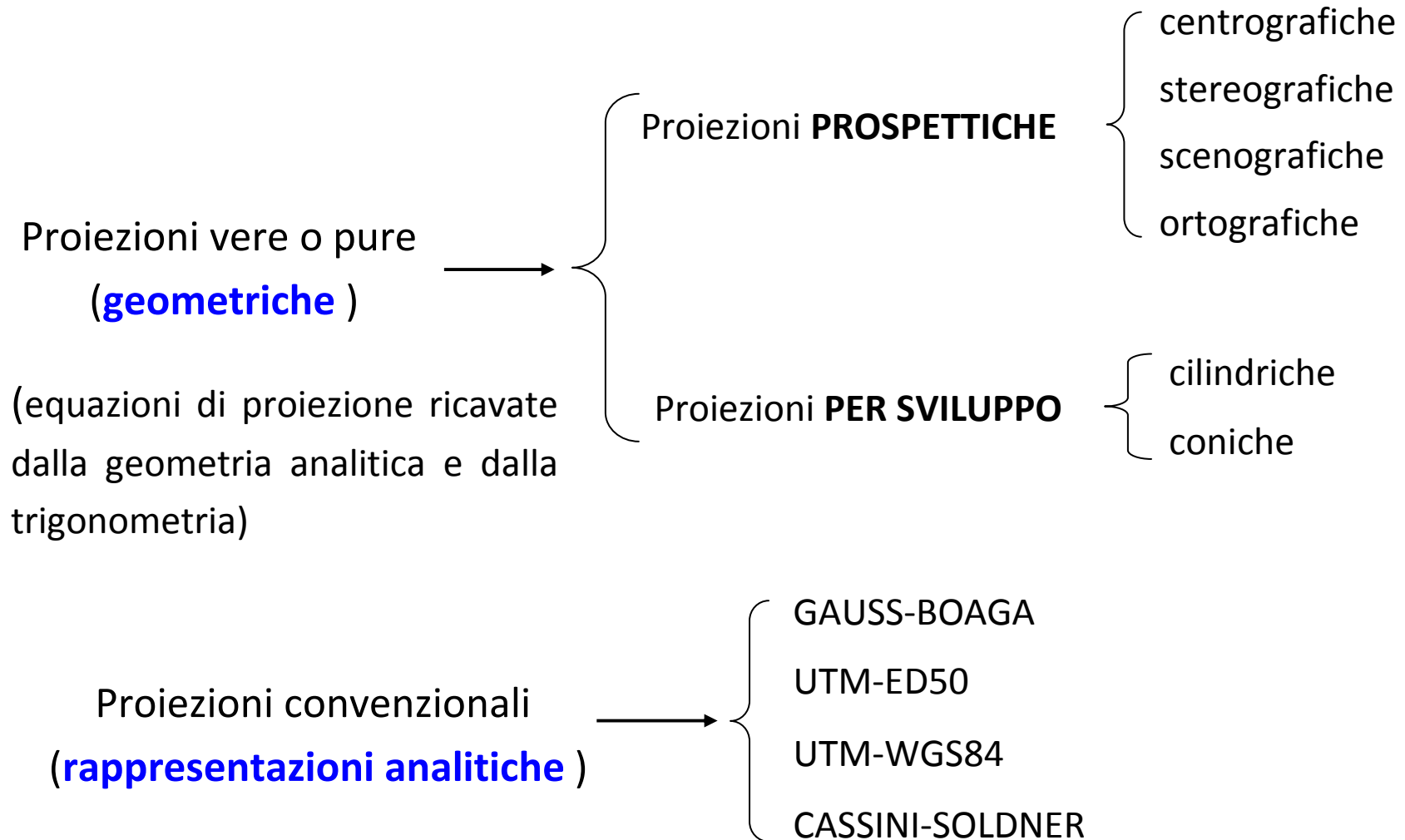
Le corrispondenze tra superficie ellissoidica e piano della carta possono essere ottenute secondo due diversi approcci:

- per **proiezione geometrica**
- per **rappresentazione analitica**

Per entrambi i metodi, in funzione di svariati criteri, sono state sviluppate nel tempo **molteplici rappresentazioni cartografiche**.

Caratteristica comune è che ognuna di esse consente di stabilire una **corrispondenza biunivoca** tra ellissoide e piano della carta, in modo tale che ad ogni punto sull'ellissoide corrisponda un unico e determinato punto sul piano della carta e viceversa.

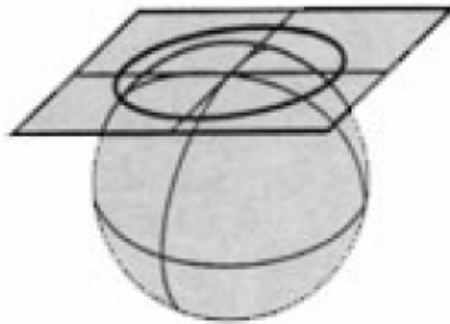
L'insieme delle proiezioni e rappresentazioni cartografiche può essere schematizzato nel modo seguente:



Classificazione delle carte per proiezione - 1

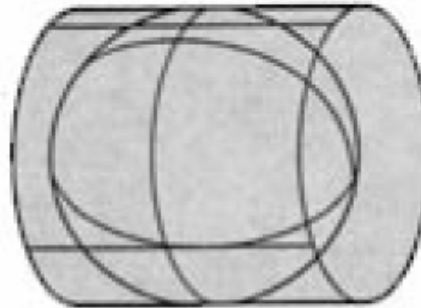
In base alla **natura** della superficie di proiezione si distingue tra:

Proiezioni
PROSPETTICHE

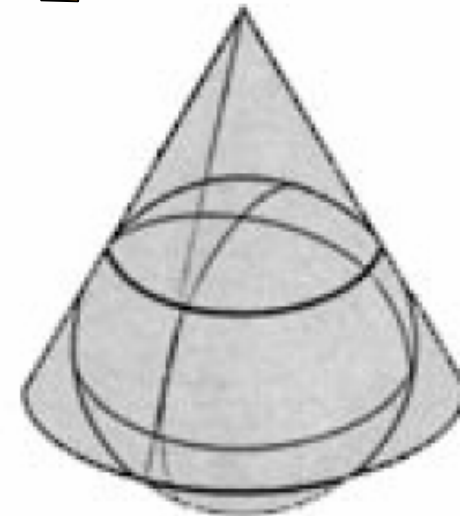


piano

Proiezioni
PER SVILUPPO



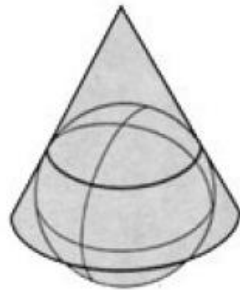
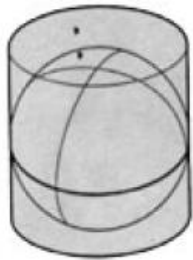
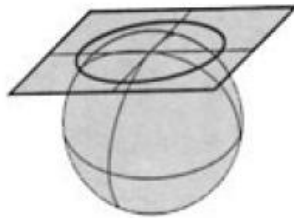
cilindro



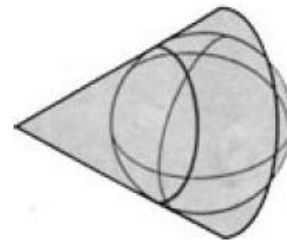
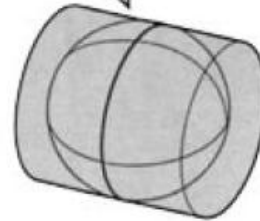
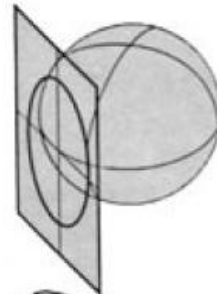
cono

Classificazione delle carte per proiezione - 2

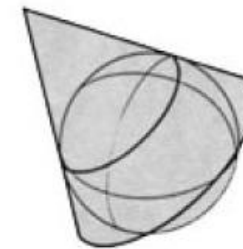
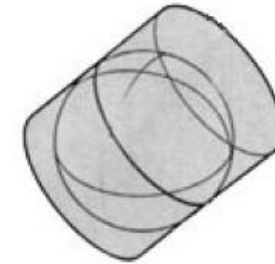
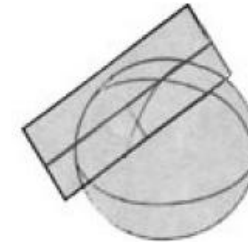
In base all'**orientamento** della superficie di proiezione rispetto all'ellissoide si distinguono le seguenti proiezioni:



normale



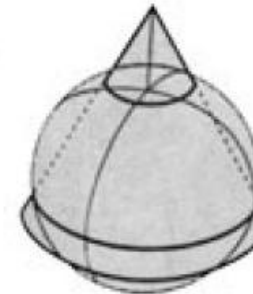
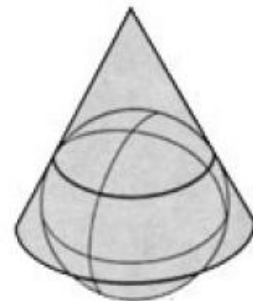
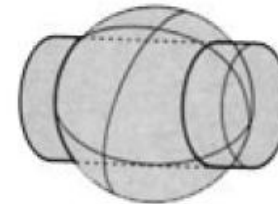
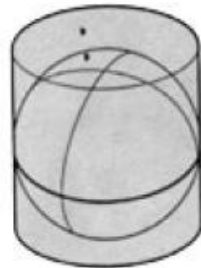
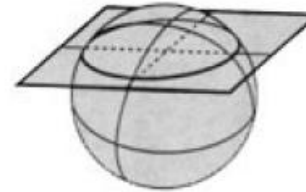
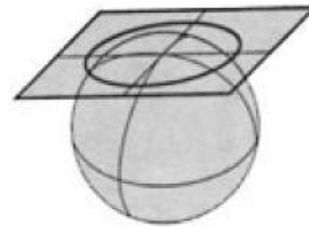
trasverso



obliquo

Classificazione delle carte per proiezione - 3

In funzione del tipo di **coincidenza** con la superficie terrestre si distingue tra:



tangente

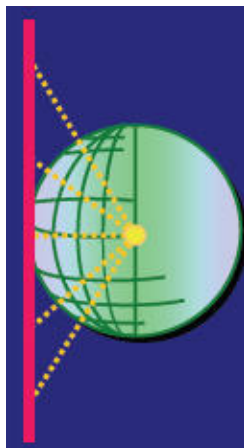
secante

Classificazione delle carte per proiezione - 4

Nel caso delle proiezioni **prospettive**, a seconda della posizione del punto di proiezione P si distinguono ulteriormente le seguenti proiezioni:

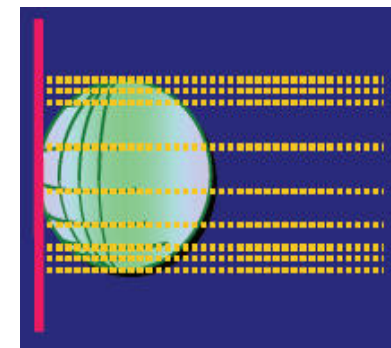
Gnomonica o Centrografica

(P nel centro dell'ellissoide)



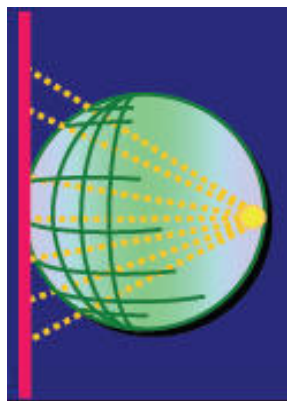
Ortografica

(P all'infinito)



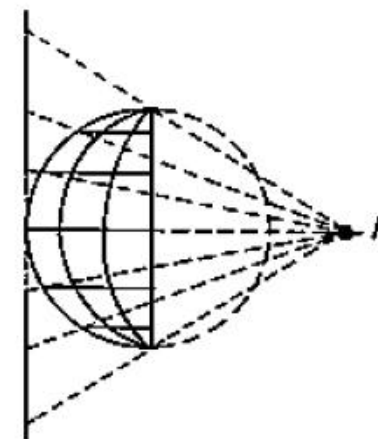
Stereografica

(P diametralmente opposto al punto di tangenza tra l'ellissoide ed il piano di proiezione)



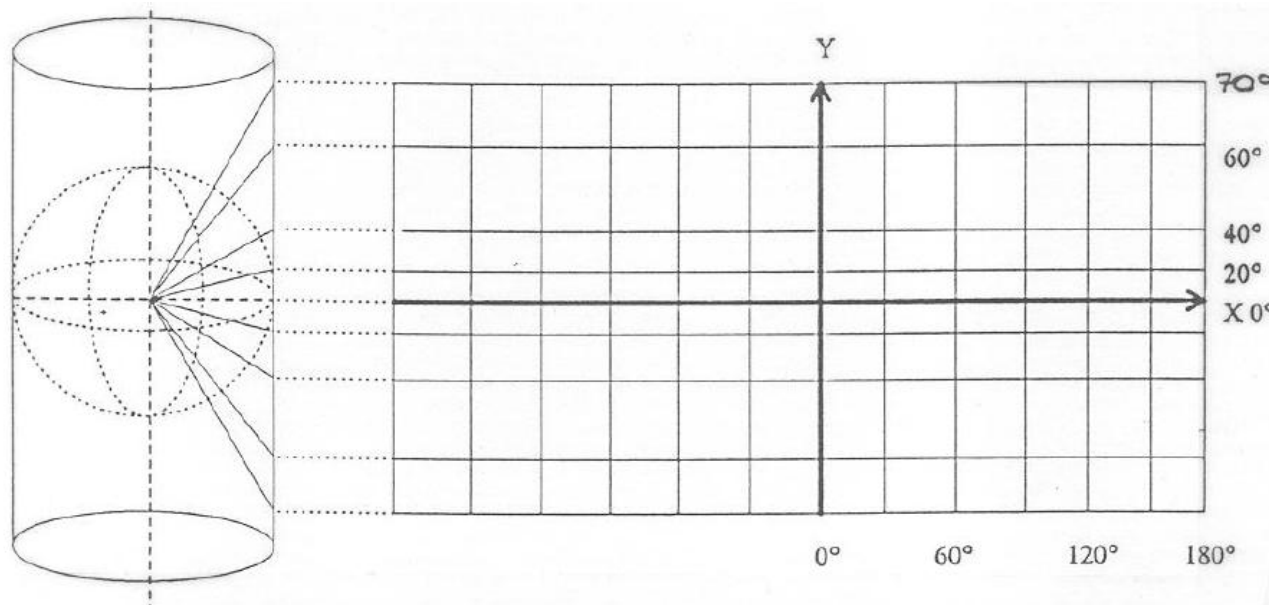
Scenografica

(P esterno alla superficie terrestre)



Esempio: Proiezione di Mercatore

- **Proiezione cilindrica**, sviluppata inizialmente nel 1569 dal cartografo **Gerhard Kremer** e poi modificata da **Mercatore** per renderla conforme.
- Meridiani e Paralleli sono trasformati in linee rette che si intersecano secondo angoli retti.
- I Meridiani sono equidistanti tra loro, per i Paralleli l'interdistanza varia con la latitudine.



- La carta presenta delle deformazioni lineari che aumentano man mano che ci si avvicina ai poli. Va bene per zone attorno all'equatore.

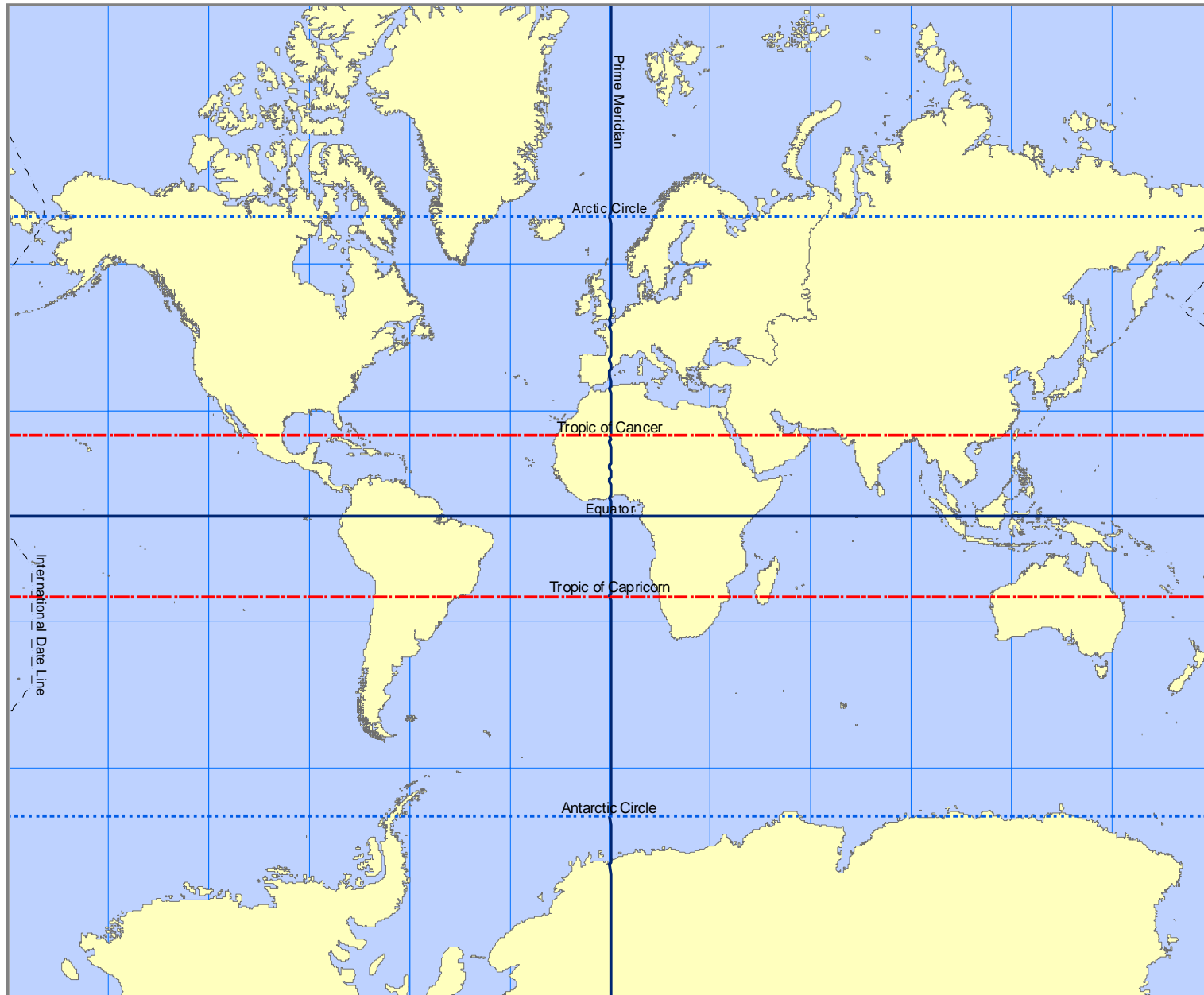
Variazione del modulo di deformazione
lineare al variare della latitudine



ϕ	m
0°	1.00
10°	1.01
20°	1.06
40°	1.30
60°	1.99
80°	5.74

E' particolarmente **utile per la navigazione aerea e marittima** perché permette di tracciare **la rotta** sulla carta per linee rette.

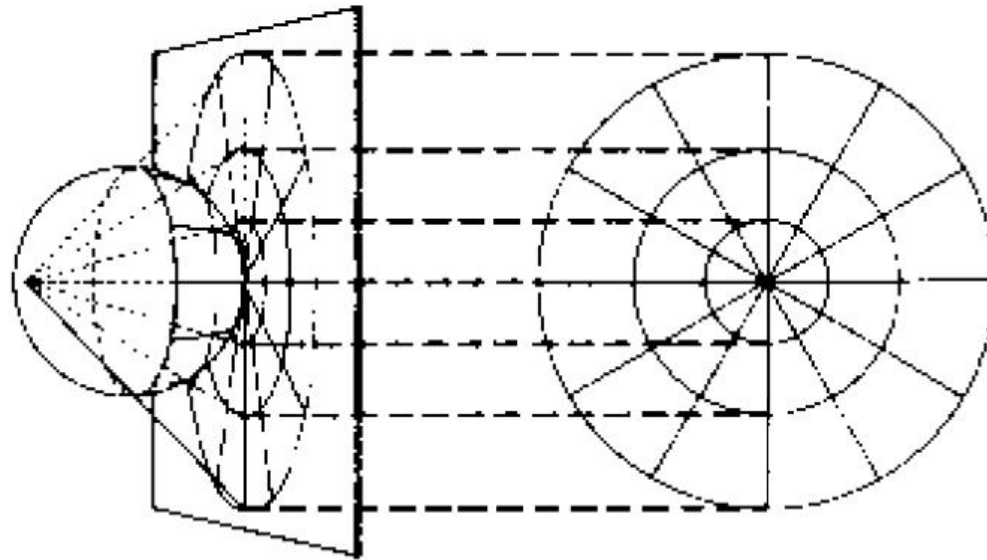
Per trovare l'angolo della rotta (azimut) che porta da un punto A al punto B è sufficiente: a) tracciare la retta congiungente i due punti; b) determinare l'angolo che essa forma con la trasformata dei meridiani; c) impostare tale angolo sulla bussola.



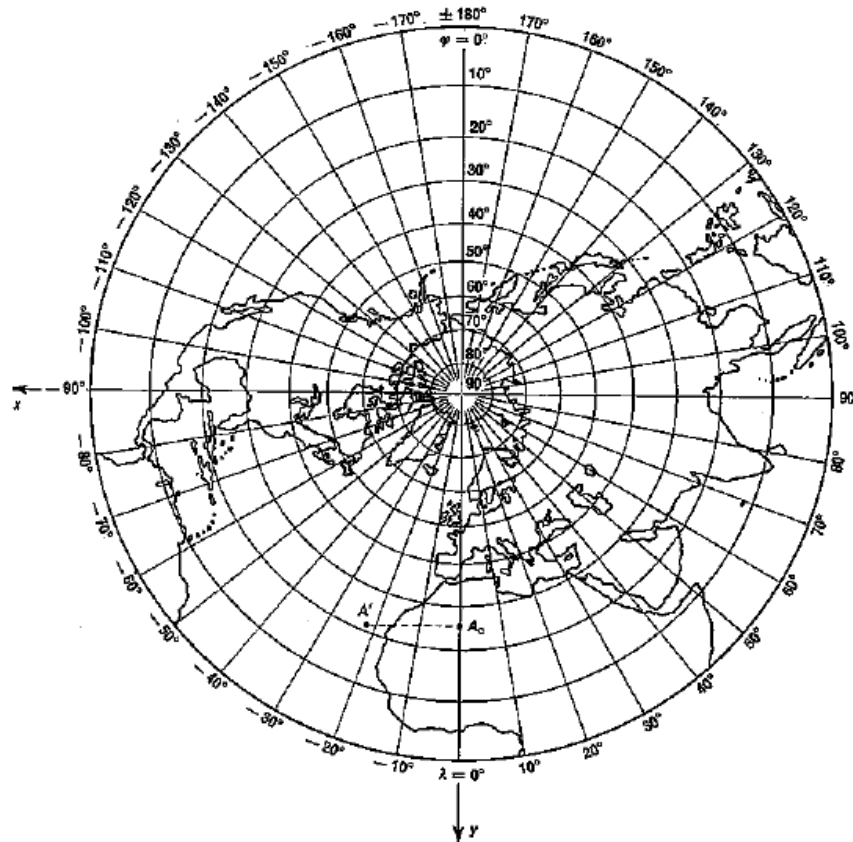
Proiezione Stereografica Polare

I punti dell'ellissoide sono proiettati su un piano tangente ad un polo, con il centro di proiezione sull'altro polo.

- I meridiani vengono rappresentati sul piano cartografico da rette che si intersecano al Polo.
- I paralleli vengono rappresentati da circonferenze concentriche (il cui centro coincide con il Polo).



- Paralleli e meridiani si intersecano ad angolo retto.
- E' una proiezione centrale conforme.
- E' utilizzata per rappresentare la terra dalla latitudine di $\pm 80^\circ$ a $\pm 90^\circ$ (*carta delle calotte polari*) ad integrazione della cartografia trasversa di Mercatore (UTM).



Rappresentazioni analitiche: le equazioni della carta

Accanto alle proiezioni ottenute per via puramente geometrica, esistono anche delle rappresentazioni cartografiche derivate attraverso una formulazione puramente analitica (**equazioni della carta**).

Le formule di proiezione si suddividono in due classi:

dirette → da coordinate geografiche ellissoidiche a cartesiane piane

$$x = f(\phi, \lambda, a, b); \quad y = g(\phi, \lambda, a, b)$$

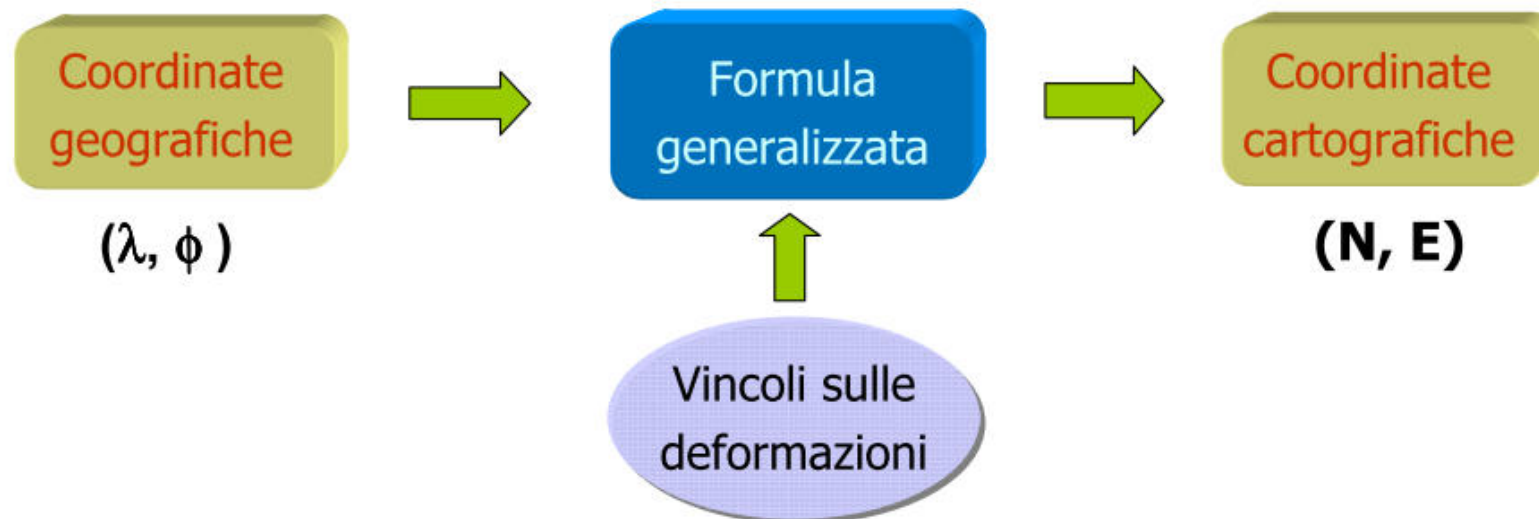
inverse → da coordinate cartesiane piane a geografiche ellissoidiche

$$\phi = f'(x, y, a, b); \quad \lambda = g'(x, y, a, b)$$

a, b = parametri di forma e dimensione che definiscono l'ellissoide di riferimento

A partire da una formula generalizzata, le funzioni f e g vengono particolarizzate imponendo delle condizioni (**vincoli**) sui moduli di deformazione (lineare, angolare e areale).

Si ottengono così le equazioni della carta le quali consentono di costruire una rappresentazione cartografica con le caratteristiche di deformazione desiderate (ad es. conforme, equivalente, equidistante oppure afilattica).



Le rappresentazioni cartografiche in Italia

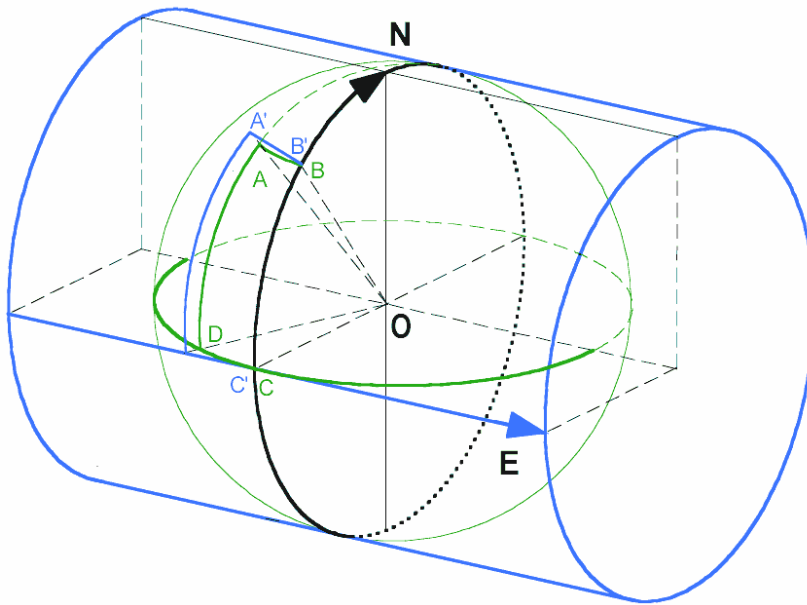
Per motivi di carattere storico e a seguito dell'avvento del sistema di posizionamento globale satellitare GPS, attualmente nel nostro Paese sono impiegati **quattro** diversi **sistemi di proiezione cartografica**, associati ad altrettanti sistemi di riferimento geodetici (Datum):

- **Gauss-Boaga**
- **UTM ED50**
- **Cassini-Soldner**
- **UTM WGS84**

Rappresentazione di Gauss

Deriva da una **proiezione cilindrica inversa**, ovvero la superficie ellissoidica viene proiettata dal suo centro su un **cilindro trasverso** il cui asse principale è ortogonale all'asse di rotazione terrestre.

Il cilindro risulta così **tangente** all'ellissoide lungo l'**equatore** e lungo un **meridiano** (meridiano di riferimento).



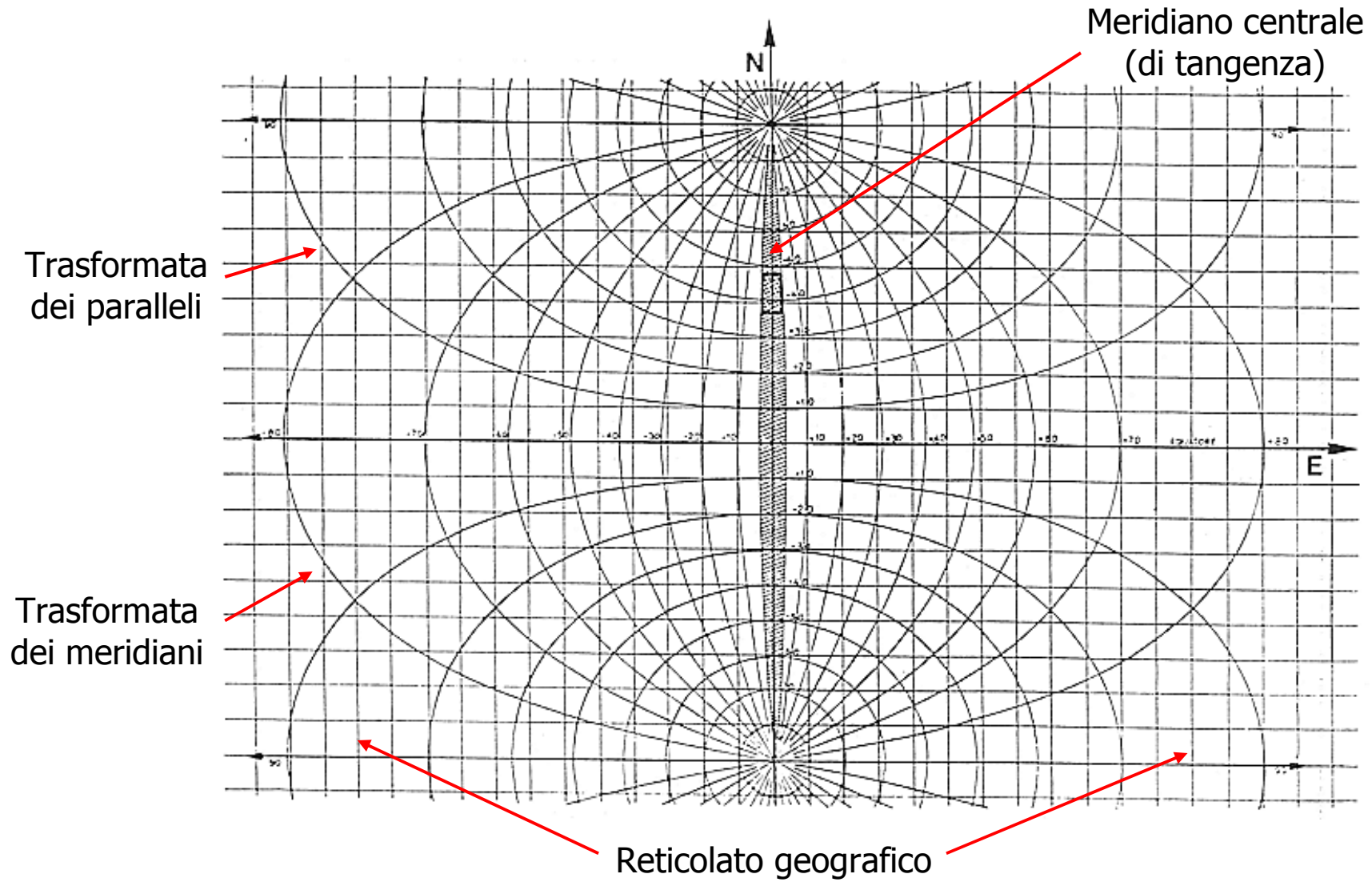
Carl Friedrich Gauss
(1777 – 1855)

Caratteristiche principali:

- cartografia **conforme**, la deformazione angolare è nulla;
- le trasformate del meridiano centrale (meridiano di tangenza) e dell'equatore sono rette e rappresentano gli assi del sistema di riferimento (Nord ed Est);
- sul meridiano centrale la rappresentazione è **equidistante**;
- le trasformate dei meridiani e dei paralleli sono famiglie di curve fra loro perpendicolari e simmetriche rispetto agli assi Nord ed Est.

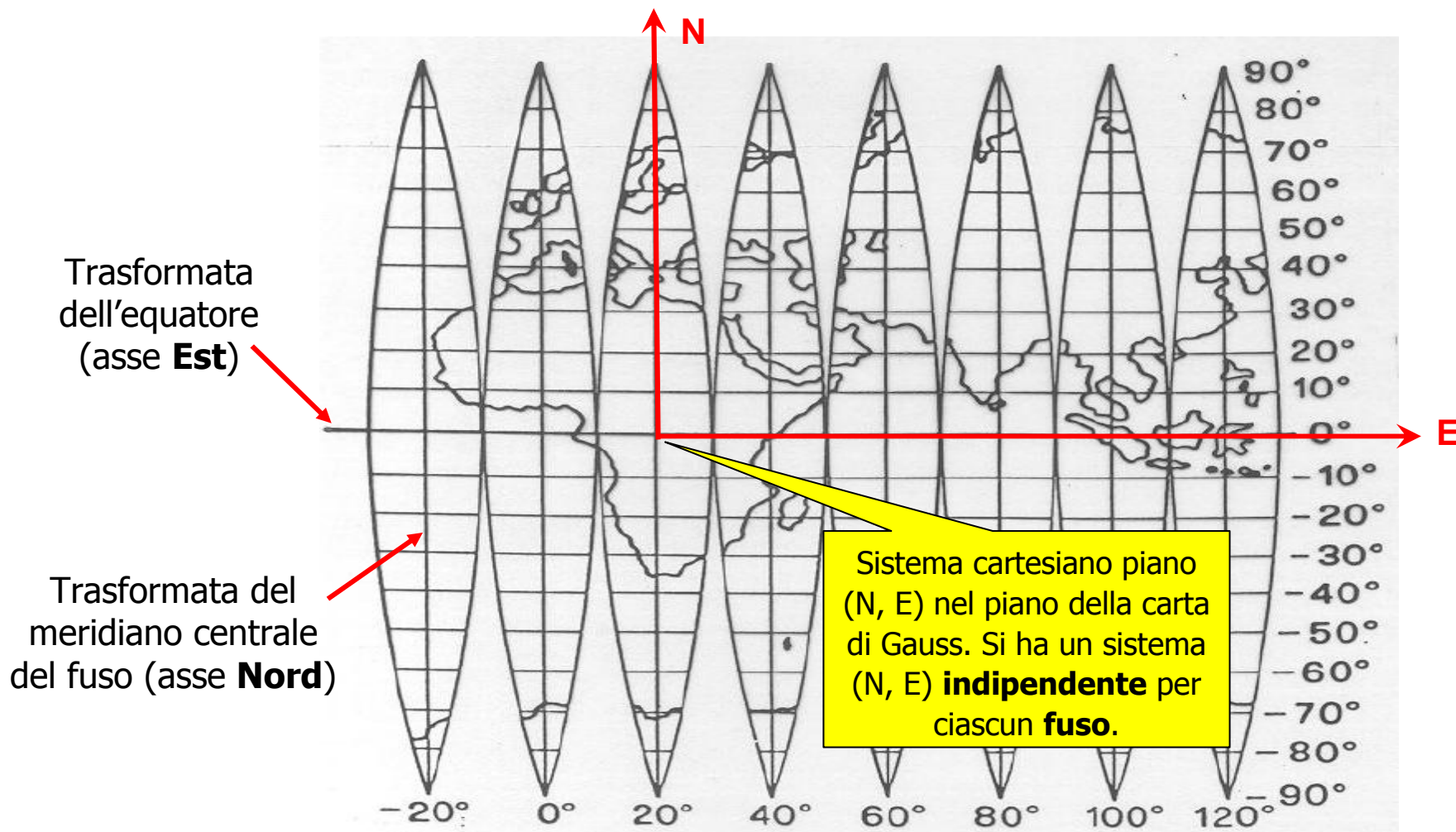
Le **deformazioni** lineari e quindi quelle superficiali **aumentano** velocemente **allontanandosi dal meridiano centrale**: la dilatazione delle figure aumenta rapidamente diventando intollerabile.

Esempio di carta di Gauss



- Per ridurre le forti deformazioni è necessario **limitare** la zona cartografata: il globo terrestre viene suddiviso in **fusi** di ampiezza di **6°** ($\pm 3^0$), le deformazioni ai bordi vengono così contenute entro limiti accettabili.
- Dal punto di vista geometrico, la rappresentazione in fusi è ottenuta proiettando i punti dall'ellissoide sul cilindro trasverso, ruotato di volta in volta attorno all'asse polare di un angolo pari appunto a 6° (**sistema policilindrico**).
- Ogni fuso è centrato su un diverso meridiano di tangenza (**meridiano centrale del fuso**), numerato a partire dall'antimeridiano di Greenwich.
- **L'asse Nord** varia quindi da fuso a fuso mentre **l'asse Est** è sempre rappresentato dall'equatore.
- Ciascun fuso ha quindi un suo sistema di riferimento (N,E) **indipendente**.

Carta di GAUSS suddivisa in fusi di 6° di ampiezza ciascuno



Rappresentazione di Gauss-Boaga

Si fonda sulla **proiezione conforme** di **Gauss** (o **Proiezione trasversa di Mercatore**) modificata successivamente dal Prof. Boaga.

Fu adottata negli anni '40 del secolo scorso dall'IGMI (Istituto Geografico Militare Italiano) come nuovo sistema cartografico in sostituzione di quello vigente all'epoca.

La scelta cadde su una proiezione conforme per motivi storici: prima dell'avvento dei distanziometri elettronici la maggior parte delle misure che venivano eseguite erano **misure angolari**.

Fu quindi conveniente adottare un sistema che consentisse di riportare su una carta le misure angolari eseguite sul terreno senza introdurre correzioni.



Giovanni Boaga
(1901 - 1962)

Proprietà della rappresentazione - 1

$$N = N' \cdot m_o$$
$$E = E' \cdot m_o + F.O.$$

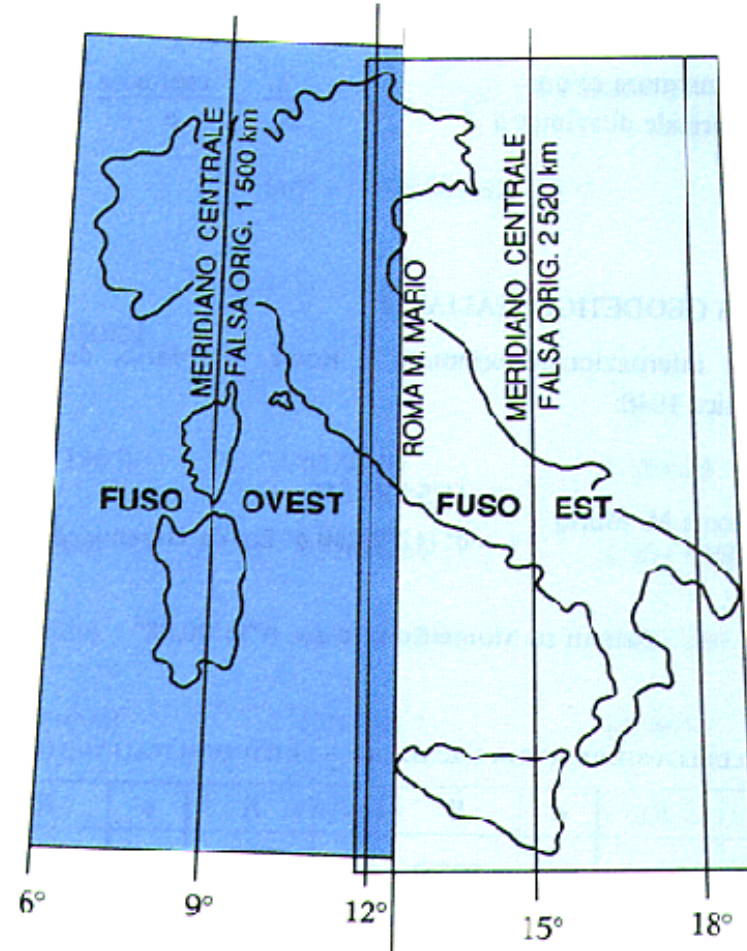
$$\left. \begin{array}{l} N' = f(\varphi, \lambda) \\ E' = g(\varphi, \lambda) \end{array} \right\} \text{Equazioni della carta}$$

$$m_o = 0.9996 \quad \text{Fattore di contrazione (introdotta da Boaga)}$$

Falsa Origine:

fuso ovest → **F.O. = 1500 km**

fuso est → **F.O. = 2520 km**



Origine longitudini: Greenwich

Ampiezza dei fusi ~ 6°30' (anziché 6°)

Proprietà della rappresentazione - 2

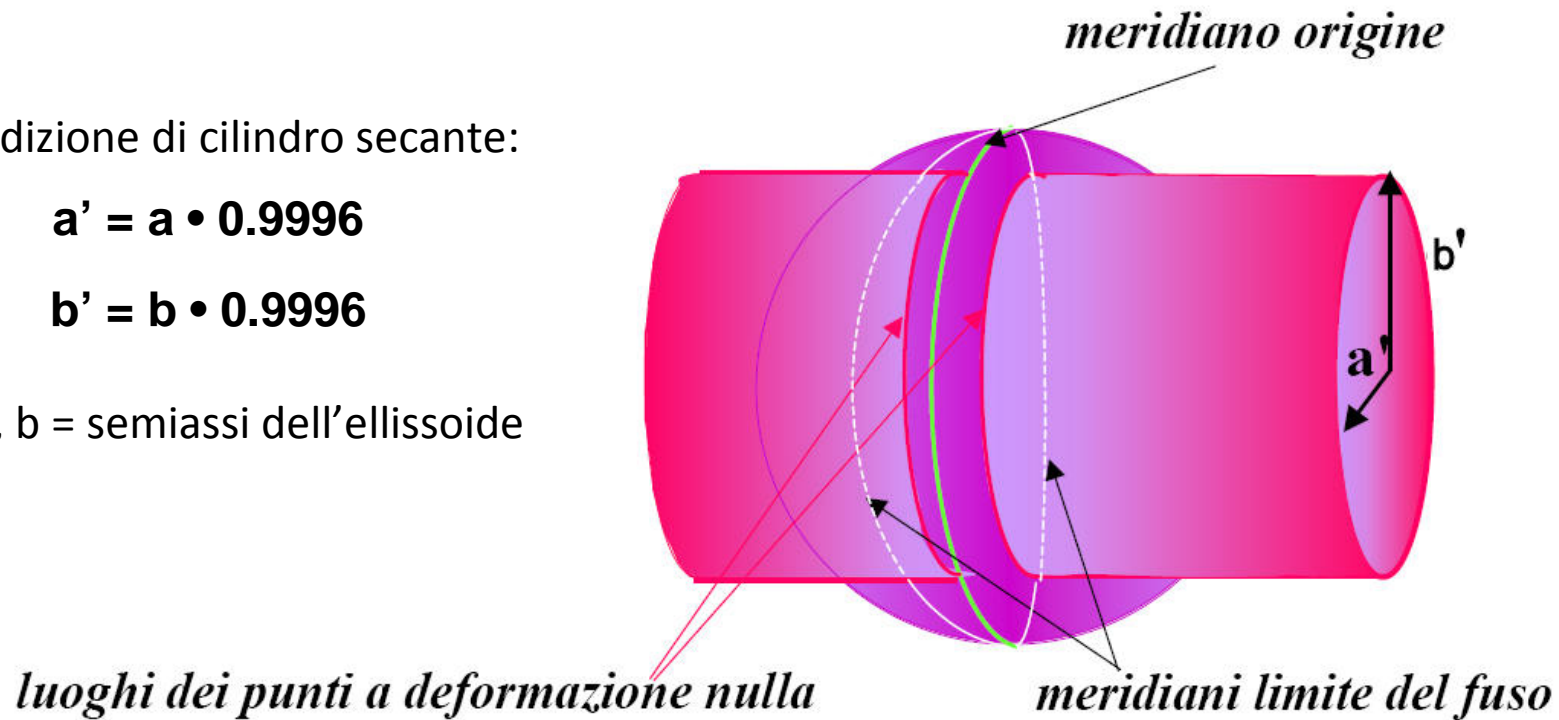
Le formule della rappresentazione di Gauss-Boaga equivalgono geometricamente alla proiezione della superficie ellissoidica dal suo centro su un **cilindro trasverso secante** l'ellissoide stesso.

Condizione di cilindro secante:

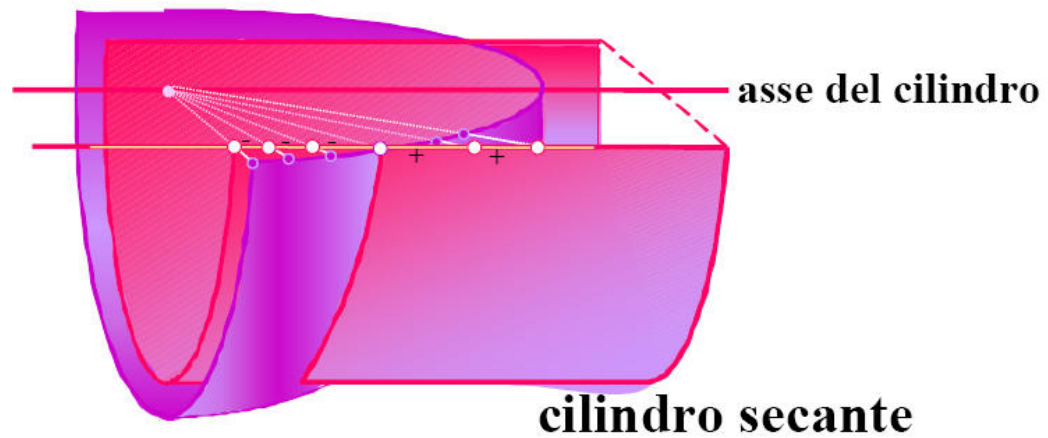
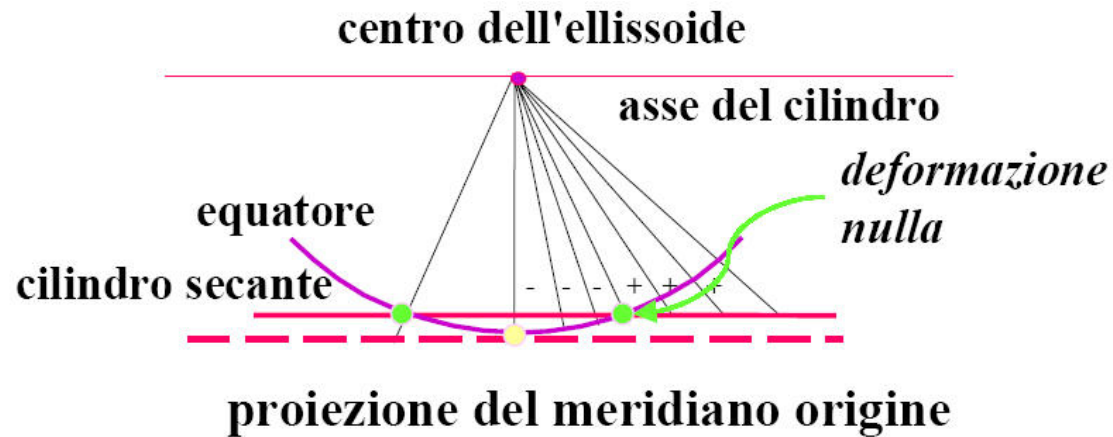
$$a' = a \cdot 0.9996$$

$$b' = b \cdot 0.9996$$

a, b = semiassi dell'ellissoide



Se invece di proiettare su una superficie tangente si proietta su una superficie **secante** si ottengono deformazioni di segno differente: **contrazioni** e **dilatazioni**.



Vantaggio:

Deformazioni, in valore assoluto, **piu' piccole**.

Proprietà della rappresentazione - 3

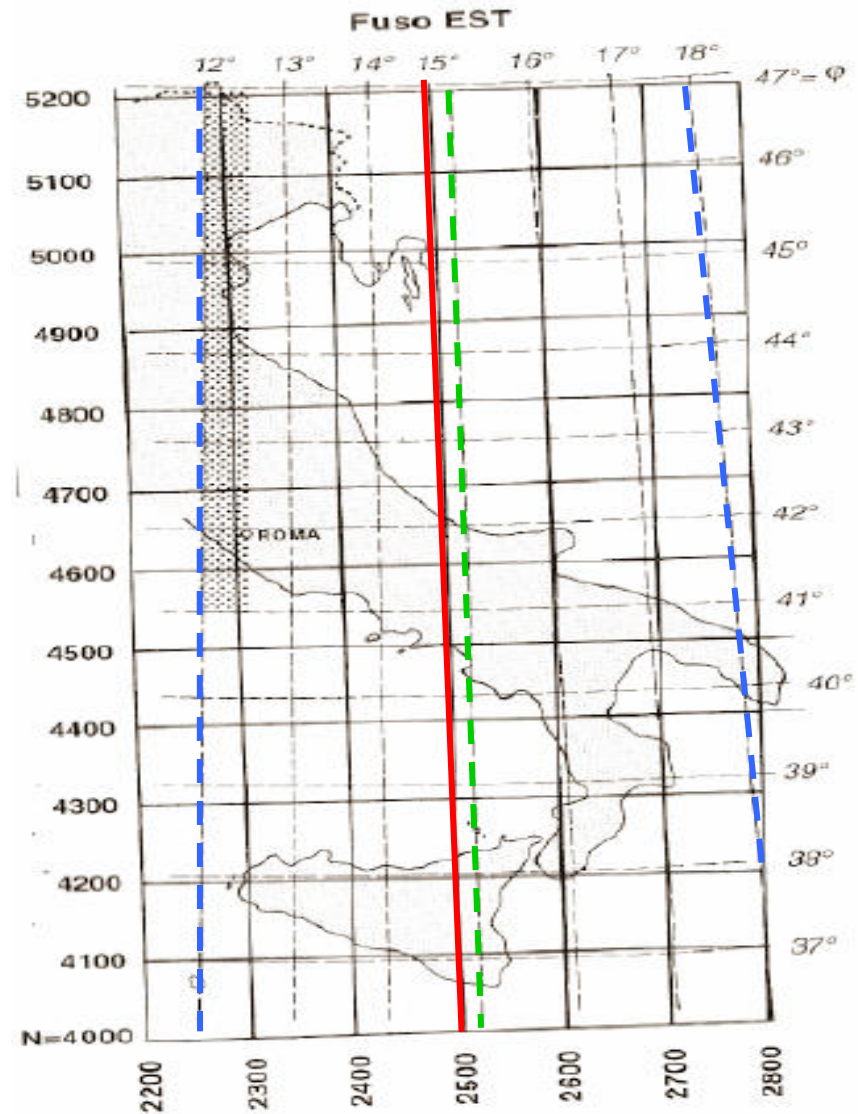
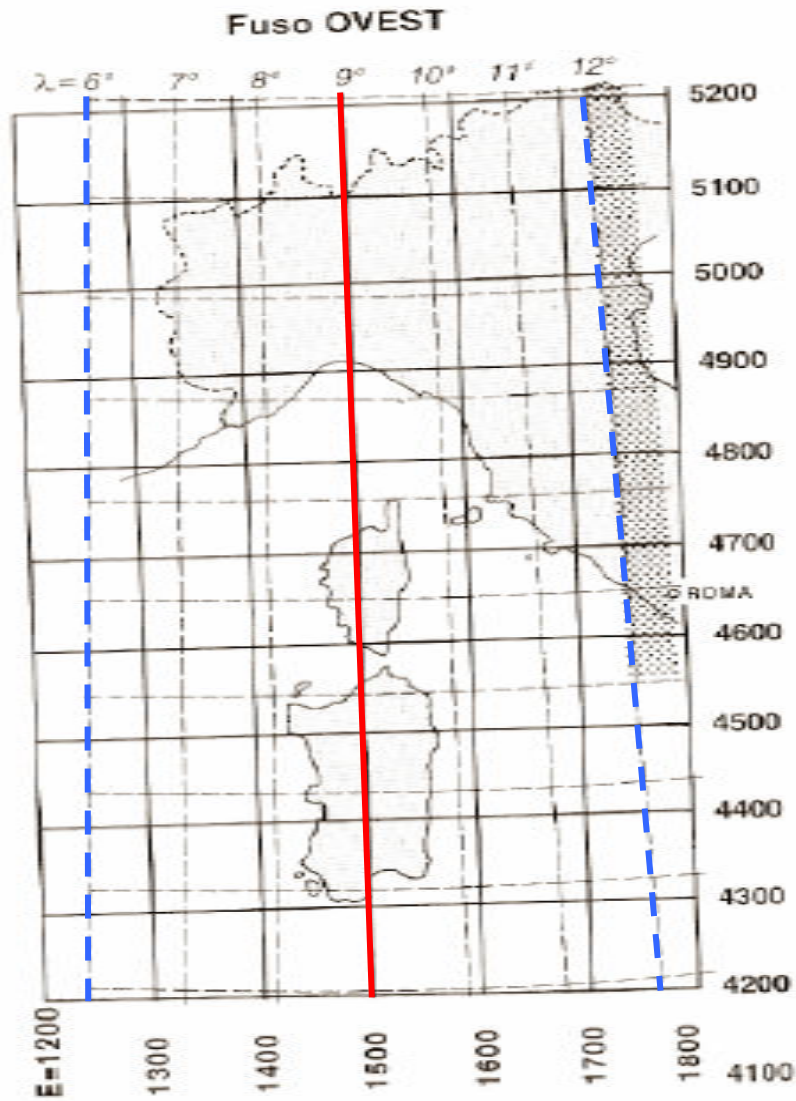
La scelta dei valori delle false origini risponde ai seguenti criteri:

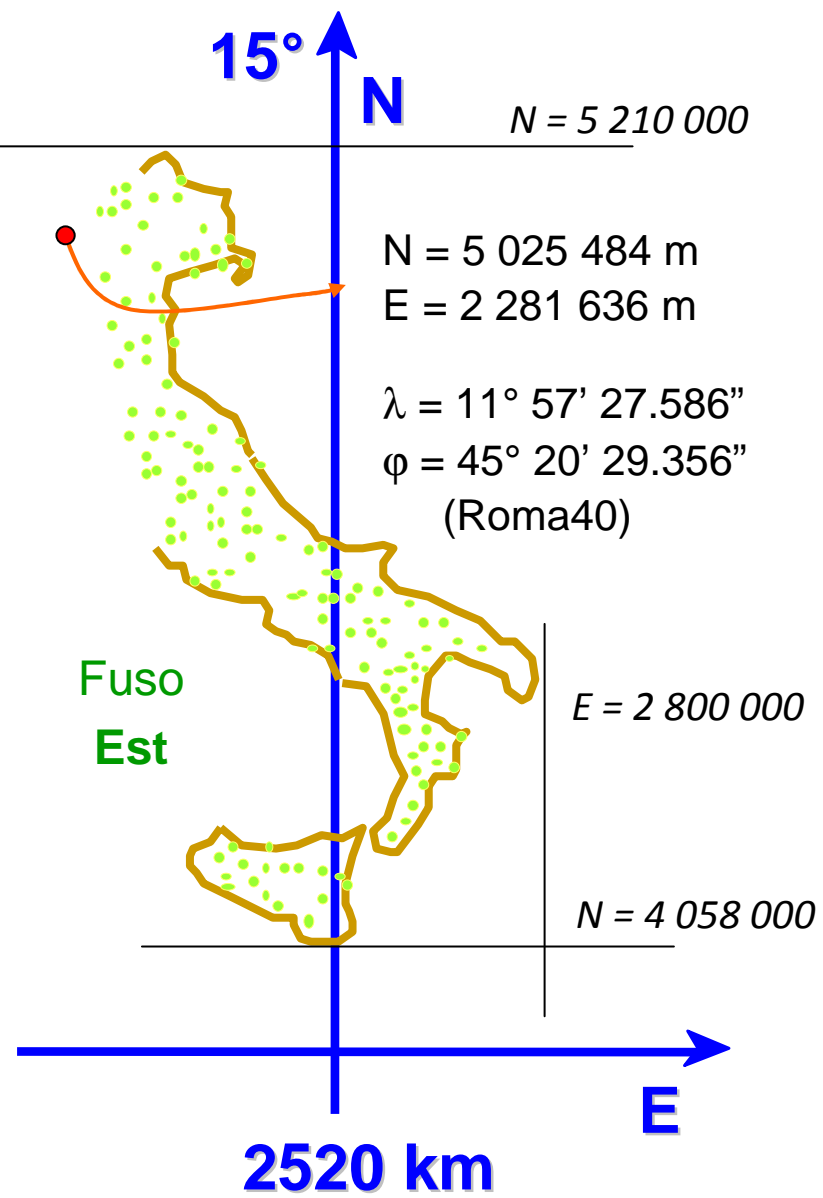
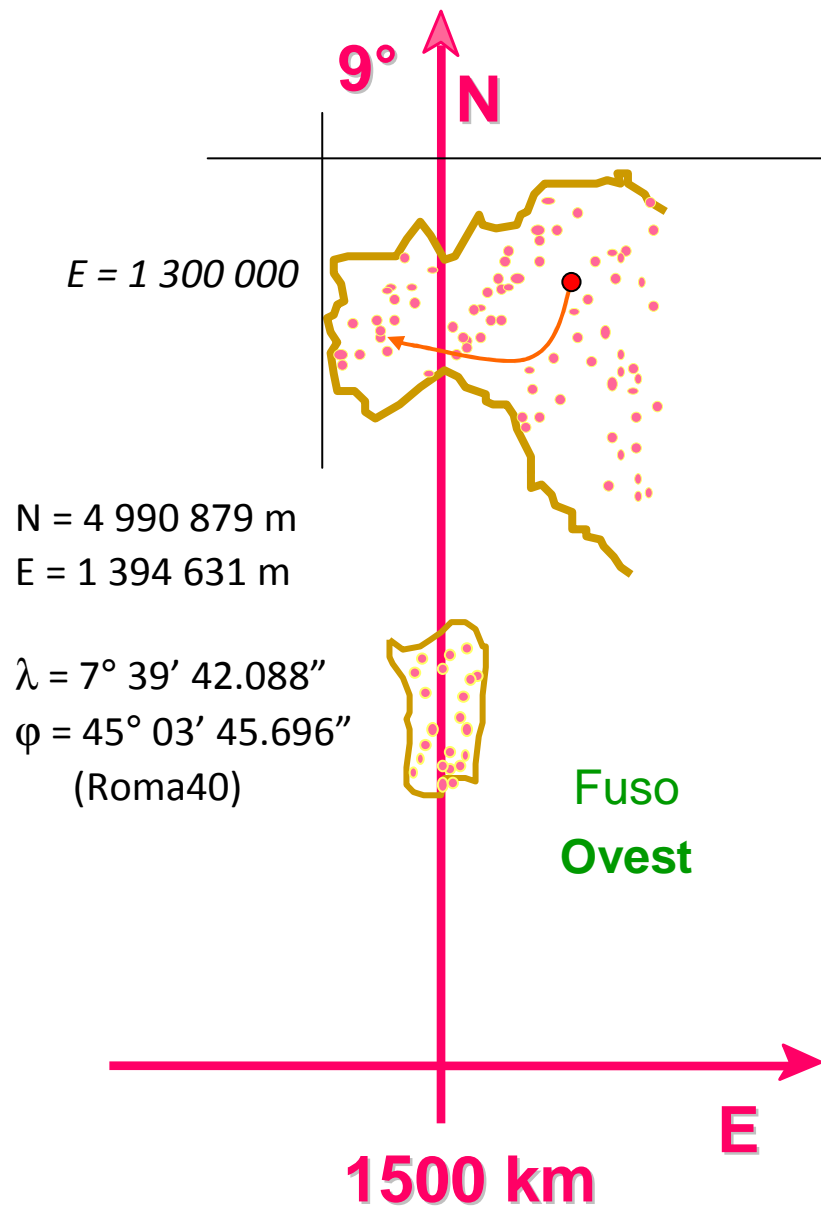
- 1) Facile **individuazione del fuso** di appartenenza, basta osservare la prima cifra della coordinata Est (**1** → **Ovest** , **2** → **Est**);
- 2) Coordinate Nord ed Est **sempre positive**;
- 3) Coordinate Est dei due fusi **nettamente distinte** (gli intervalli di variazione delle coordinate nei due fusi sono ben separati tra loro, cioè:

$$1000 \text{ km} < E_{\text{ovest}} < 2000 \text{ km} \quad 2000 \text{ km} < E_{\text{est}} < 3000 \text{ km}$$

La zona di sovrapposizione è stata creata per rimediare alla **discontinuità** che si crea nel passare da un fuso all'altro, non esistendo alcuna relazione diretta tra le rispettive coordinate gaussiane. Per le zone che ricadono in tale area esiste una **doppia rappresentazione** in entrambi i fusi.

Struttura di un fuso Gauss-Boaga





Datum Roma40

La rappresentazione di Gauss-Boaga è associata al sistema di riferimento geodetico nazionale **Roma40** così definito:

- Ellissoide di riferimento: **Hayford** (Internazionale)
- Centro di emanazione: Roma - **Monte Mario**
- Epoca di definizione: 1940 (**Roma40**)
- Materializzazione: rete geodetica di 1° ordine
- Rappresentazione cartografica: **Gauss-Boaga**
- Datum **locale**: valido solo per il territorio italiano

Fino al **10 Novembre 2011** il datum Roma 40 ha costituito il sistema di riferimento geodetico ufficiale italiano.

Proiezione UTM (Universal Transverse Mercator)

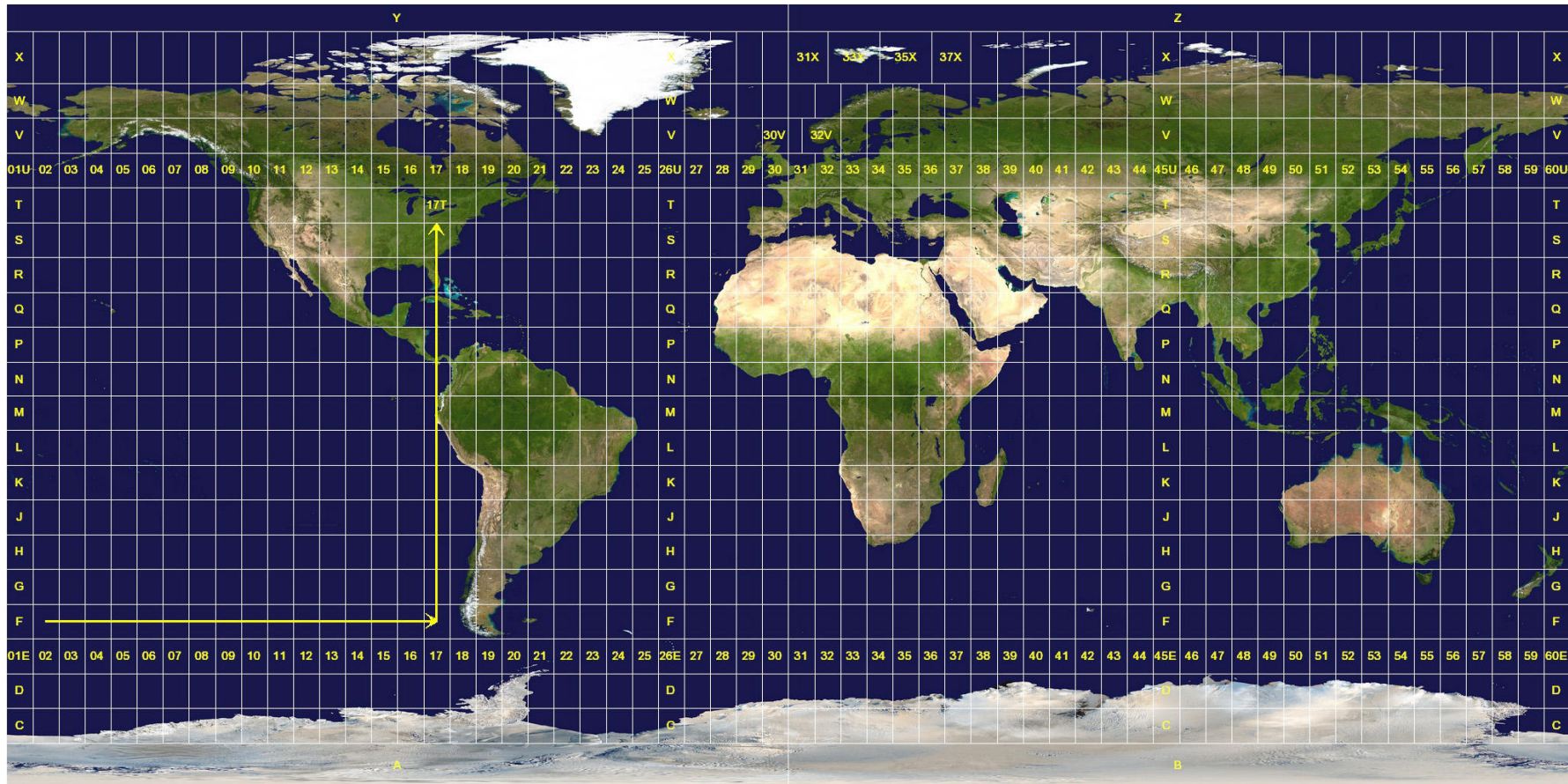
Utilizza le **stesse formule** di proiezione della rappresentazione Gauss-Boaga, ma viene modificata la falsa origine secondo la seguente convenzione:

$$\begin{array}{ll} \text{Emisfero Nord} & \Rightarrow \quad N = y \cdot m_o \qquad E = x \cdot m_o + E_{FO} \\ \text{Emisfero Sud} & \Rightarrow \quad N = y \cdot m_o + N_{FO} \qquad E = x \cdot m_o + E_{FO} \end{array}$$

essendo $E_{FO} = 500$ km; $N_{FO} = 100.000$ km

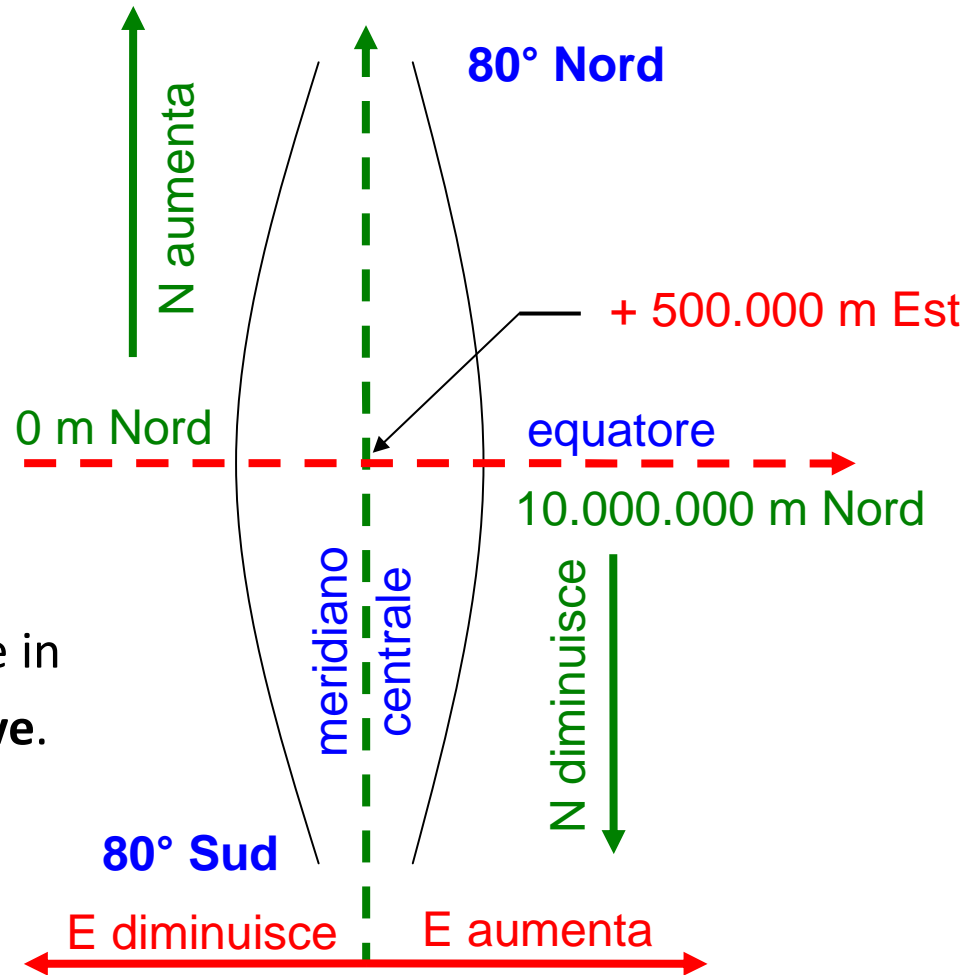
- Si introduce una falsa origine N_{FO} per l'emisfero SUD per evitare che le coordinate Nord assumano valori negativi.
- Il sistema UTM si considera valido per latitudini tra $80^\circ \text{ S} < \varphi < 80^\circ \text{ N}$

La proiezione UTM (**Universal Transverse Mercator**) prevede una suddivisione del globo terrestre in 60 fusi di 6° di ampiezza ciascuno.



I fusi del sistema UTM sono numerati da **1** a **60** a partire dall'antimeridiano di Greenwich verso est.

Struttura di un fuso UTM



Le coordinate sono espresse in **metri** e sono **sempre positive**.

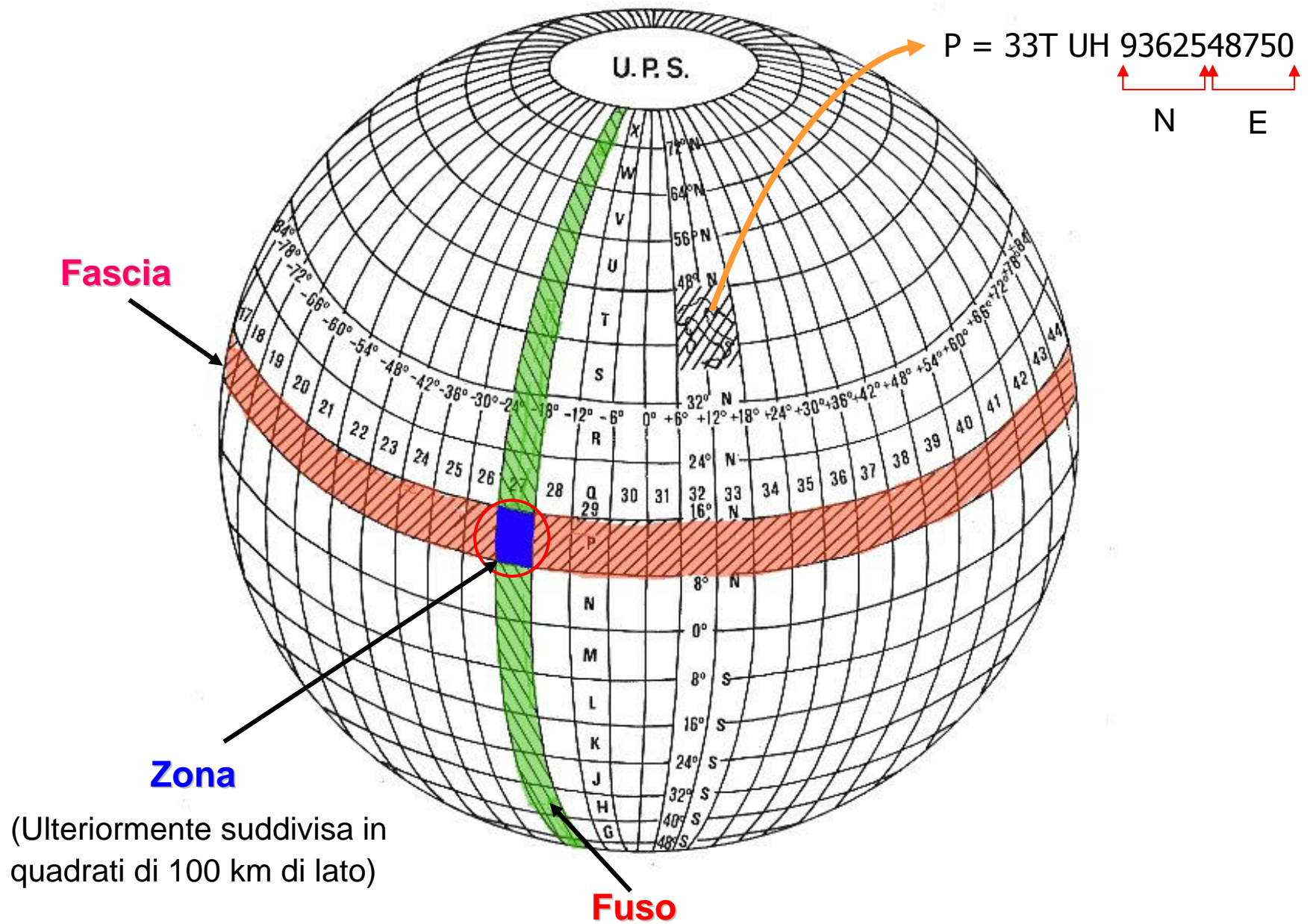
Problema:

Ogni fuso ha un sistema di riferimento cartesiano (N, E) **indipendente** dagli altri (come nel sistema GB), ma poiché la falsa origine è la stessa per tutti i fusi ne consegue che **punti in fusi diversi possono avere le stesse coordinate cartografiche!**

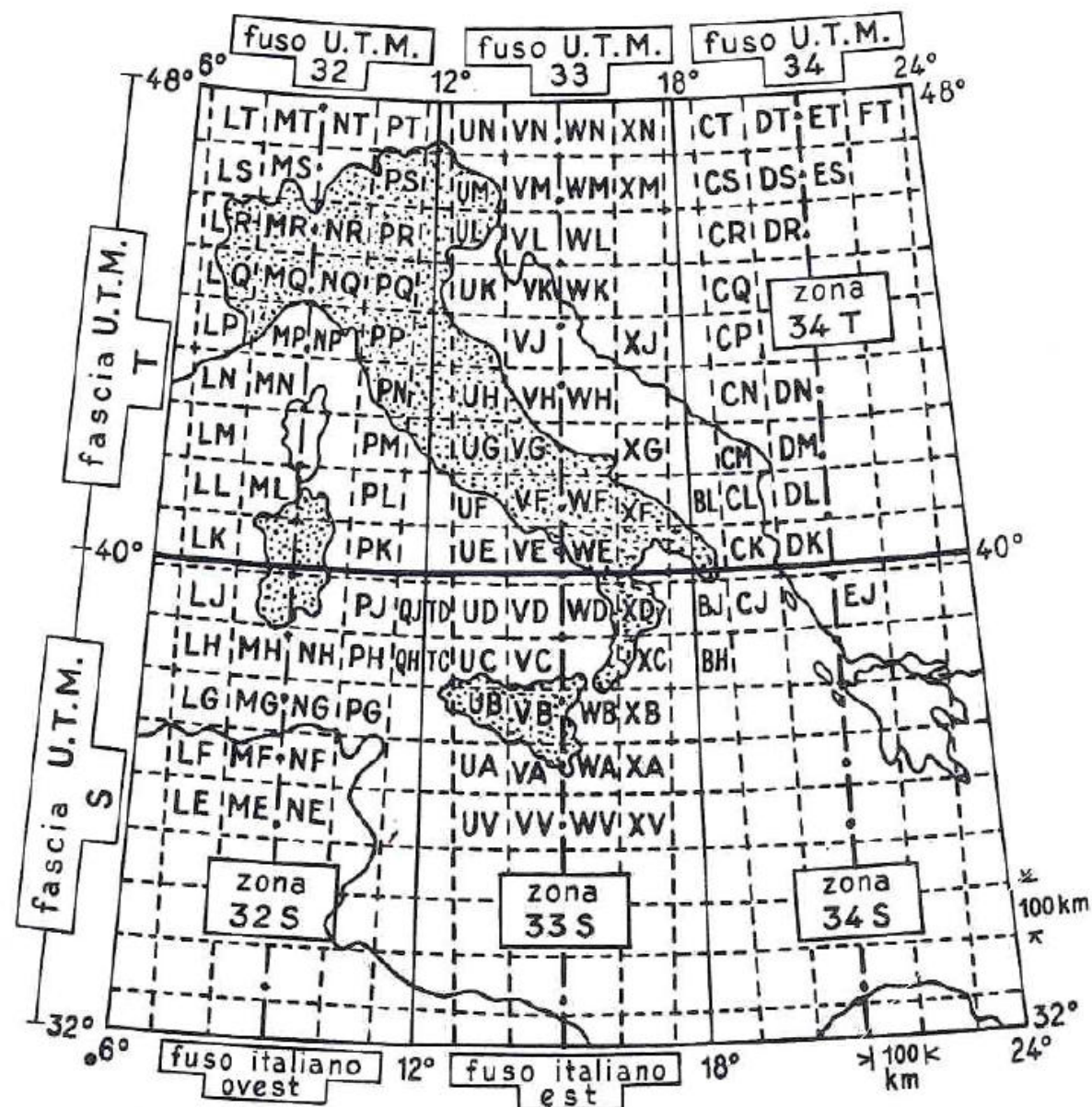
Soluzione:

E' stata creata un'opportuna codifica per le coordinate dei punti basata su un'ulteriore suddivisione dei fusi in **fasce**, **zone** e **quadrati**:

- il globo è stato suddiviso secondo i paralleli in **fasce** di 8° di ampiezza in latitudine; ciascuna di esse è individuata da una lettera.
- la **zona** è l'intersezione tra una fascia ed un fuso.
- ogni zona è stata poi suddivisa in **quadrati** di 100 km di lato indicati da coppie di lettere.



Suddivisione dei fusi italiani in quadrati di 100 km di lato

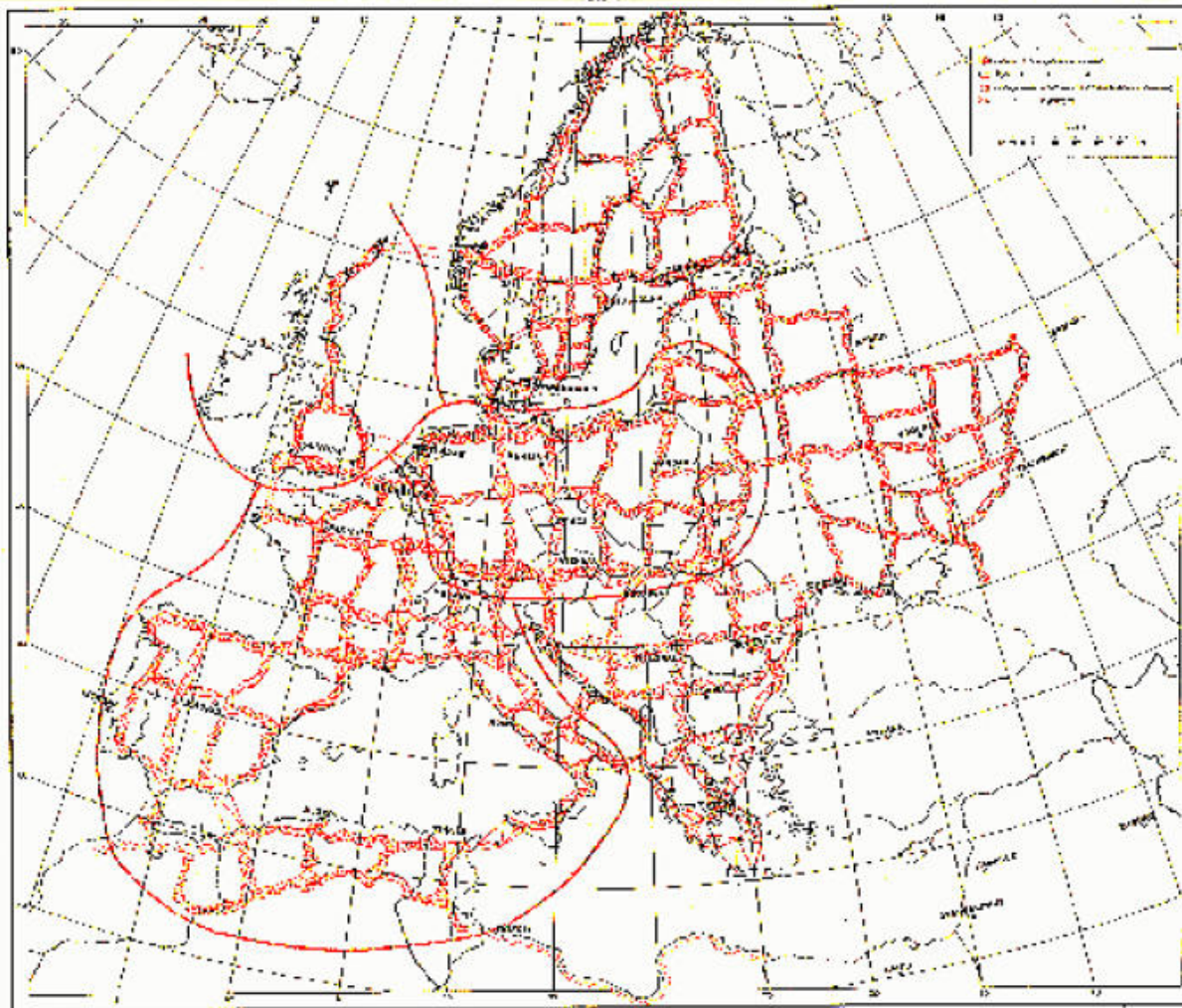


Datum ED50

La proiezione UTM è stata adottata come rappresentazione cartografica per il sistema di riferimento geodetico europeo **ED50**, creato allo scopo di unificare la cartografia di tutta l'Europa occidentale.

- Ellissoide di riferimento: **Hayford**
- Centro di emanazione: **Potsdam** (Berlino)
- Epoca di definizione: **1950**
- Rappresentazione cartografica: **UTM** (**UTM-ED50**)
- Materializzazione: non ha una vera e propria realizzazione; la rete è **calcolata** sulla base di una selezione di vertici delle reti trigonometriche di 1° ordine delle nazioni partecipanti al progetto.
- Datum **locale**: valido solo per l'Europa occidentale

Catene dei vertici trigonometrici delle reti geodetiche esistenti, utilizzati per il calcolo della rete di inquadramento del sistema europeo ED50.



Orientamento dell'ellissoide

Il sistema geodetico-cartografico UTM-ED50 è nato negli anni '50 per l'esigenza di individuare un unico sistema di riferimento europeo.

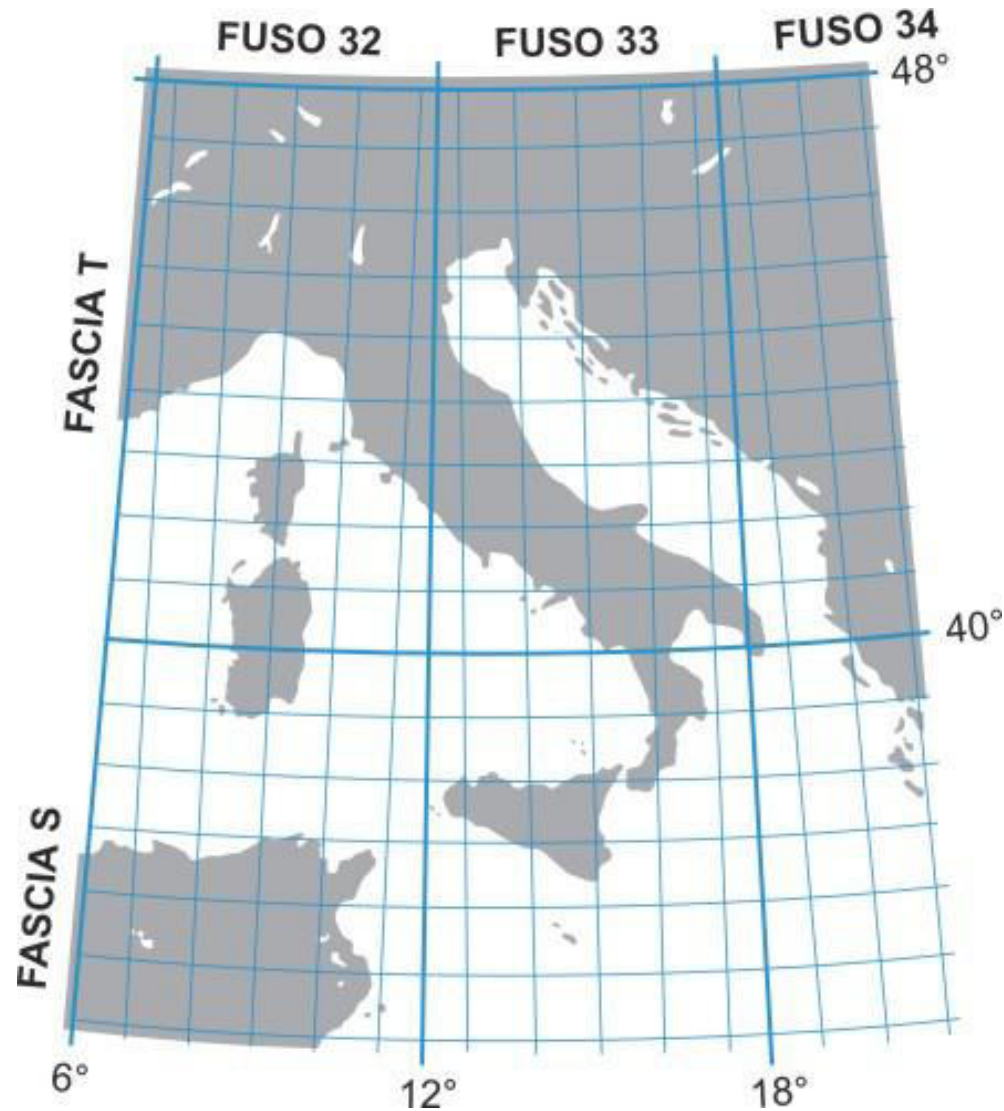
Come superficie di riferimento fu scelto l'ellissoide di Hayford, **orientato a Potsdam** (Berlino). In questo punto non fu annullata la deviazione dalla verticale, bensì venne lasciato un valore residuo in modo da minimizzare le deviazioni ai bordi della zona cartografata.

Si parla pertanto di “***orientamento medio europeo***”.

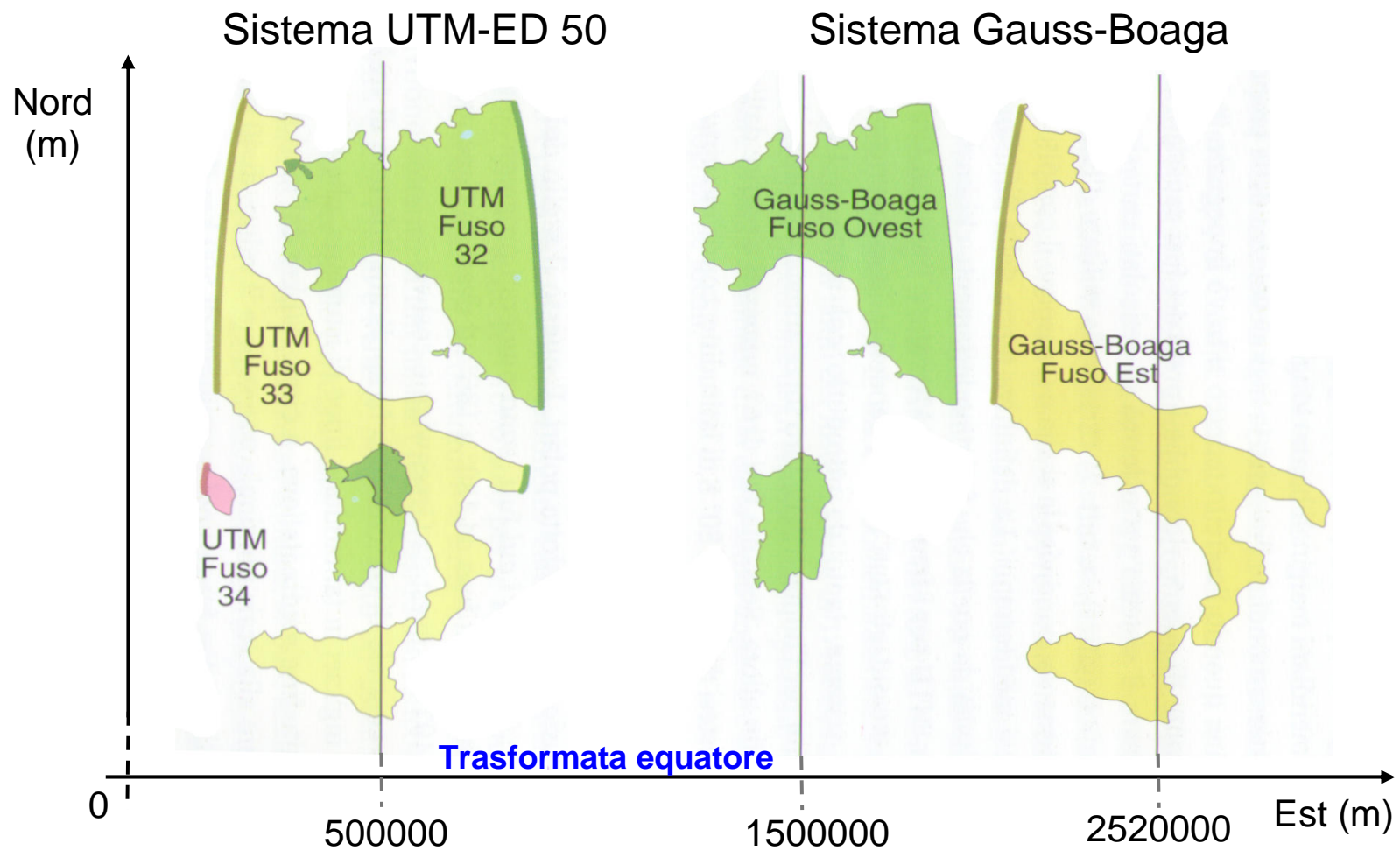
Per limitare la complessità dei calcoli, anziché rimisurare sul terreno le posizioni dei vertici trigonometrici, furono scelte catene di vertici trigonometrici delle reti geodetiche fondamentali degli Stati partecipanti, che furono sottoposti a compensazione.

Il Sistema UTM-ED50 per l'Italia

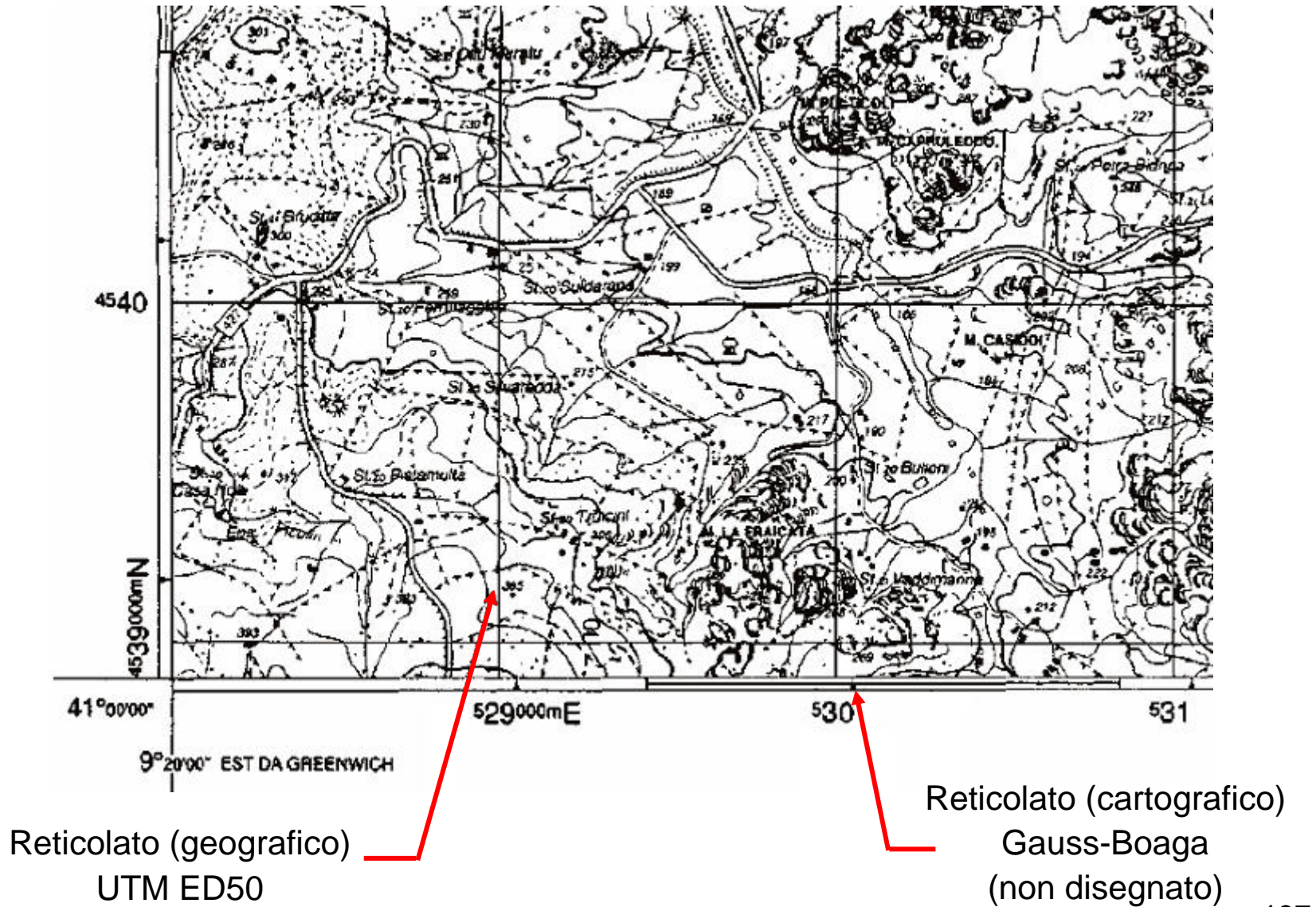
L'Italia ricade nei fusi
32, 33, 34



Confronto tra Gauss-Boaga e UTM-ED50



Esempio di cartografia Gauss-Boaga e UTM



Rappresentazione di Cassini-Soldner

E' una rappresentazione **analitica** ricavata dalla **proiezione cilindrica inversa**.

Il cilindro è tangente all'ellissoide lungo un meridiano situato centralmente rispetto alla zona da cartografare.

Prende il nome da **César-François Cassini de Thury**, che realizzò la carta di Francia con una proiezione cilindrica trasversa nel XVIII° secolo, poi adattata da **Johann Georg von Soldner** per realizzare il catasto della Baviera nel XIX° secolo.

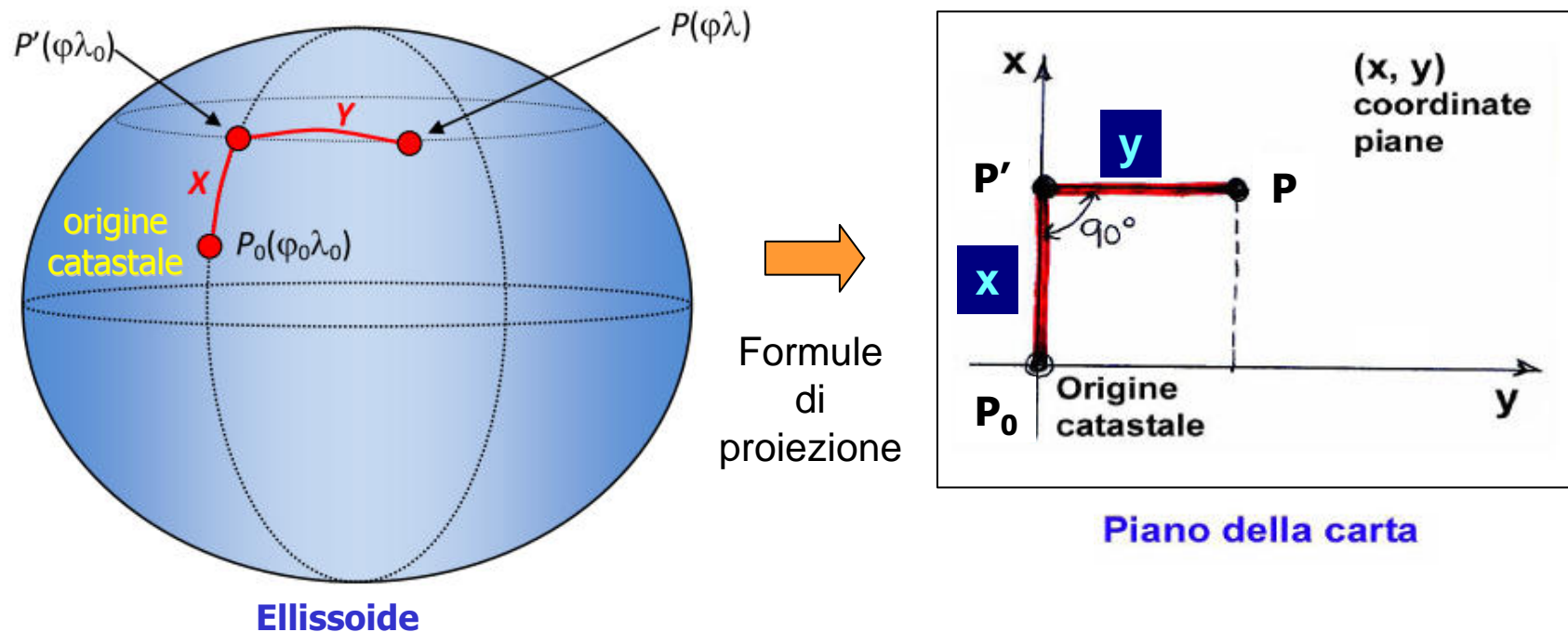


César-François Cassini de Thury
(1714 – 1784)



Johann Georg von Soldner
(1776 – 1833)

La rappresentazione di Cassini-Soldner presuppone che la posizione di un punto P sull'ellissoide sia individuata tramite una coppia di **coordinate geodetiche rettangolari** (X, Y).



$X = P_0P'$: distanza di P' da P_0 misurata sull'arco di meridiano fondamentale.

$Y = P'P$: distanza di P dal meridiano fondamentale misurata sull'arco di geodetica perpendicolare al meridiano stesso.

Caratteristiche della rappresentazione

- La **massima deformazione lineare** si ha nella direzione dell'asse Y ed è funzione della distanza dal meridiano centrale.
- La rappresentazione di Cassini-Soldner è quindi **inadatta** per rappresentare aree che si estendono per molte decine di chilometri in direzione perpendicolare al meridiano centrale (Est-Ovest).
- E' utilizzata per rappresentare zone con estensione prevalente nella direzione **Nord-Sud**.
- Per zone **limitate** la carta è **equivalente**.
- E' stata adottata anche dal **Catasto italiano** nel XIX° secolo.

Formule di proiezione (equazioni della carta)

Nella rappresentazione di Cassini-Soldner si impone l'uguaglianza tra coordinate geodetiche rettangolari e coordinate cartesiane piane:

$$x = X \quad y = Y$$

$$\text{con } X = f(\lambda, \varphi) \quad Y = g(\lambda, \varphi)$$

Le equazioni della carta espresse in funzione delle coordinate geografiche (λ, φ) assumono la forma seguente:

$$\varphi' = \varphi + \frac{N(\varphi) \sin \varphi \cos \varphi}{2\rho(\varphi)} (\lambda - \lambda_0)^2$$
$$\begin{cases} x = \rho(\varphi_0) (\varphi' - \varphi_0) + \frac{3}{4} e'^2 \frac{\rho^2(\varphi_0)}{N(\varphi_0)} \sin \varphi_0 (\varphi' - \varphi_0)^2 \\ y = N(\varphi') \cos \varphi' (\lambda - \lambda_0) + \frac{N(\varphi')}{3} \sin^2 \varphi' \cos \varphi' (\lambda - \lambda_0)^3 \end{cases}$$

λ_0 = Longitudine da Greenwich del meridiano centrale dell'area cartografata.

Le deformazioni lineari, angolari e superficiali possono essere rese tollerabili in relazione agli errori di graficismo propri delle grandi scale delle mappe catastali (da 1:1000 a 1:4000) a condizione di limitare la zona da riferire ad una stessa origine delle coordinate cartografiche.

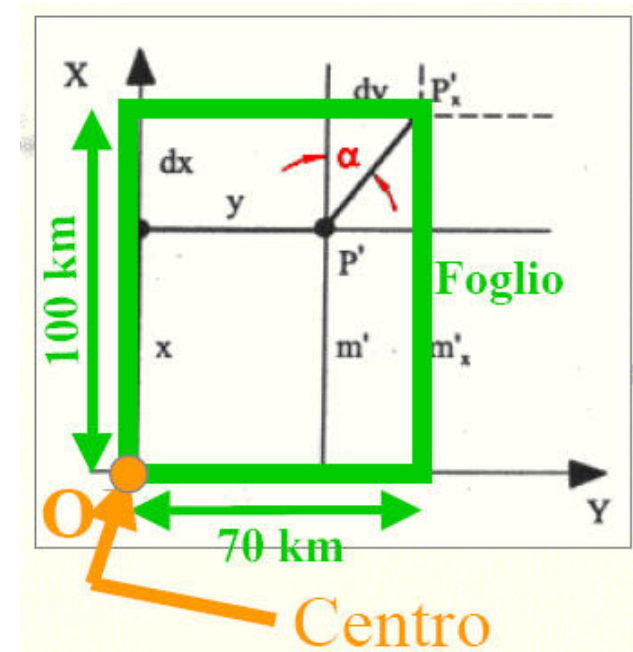
L'estensione di ciascuna zona cartografata viene così limitata:

70 km in direzione **Est-Ovest** (y)

100 km in direzione **Nord-Sud** (x)

Sotto queste condizioni la carta si può considerare **praticamente equivalente**.

Tale rappresentazione risulta quindi adatta ai **fini catastali**, ove interessa un esatto dimensionamento delle superfici.



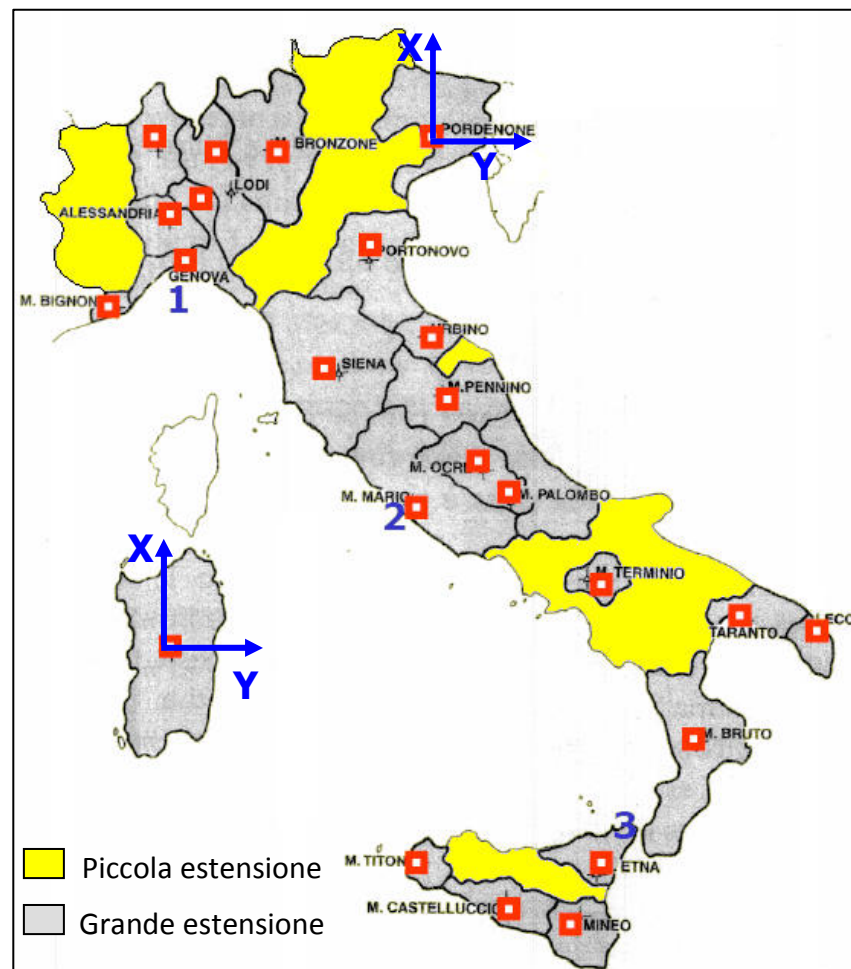
La carta di Cassini-Soldner è **policentrica**, cioè suddivisa in più fogli con diversi meridiani fondamentali di diversa origine (centro).

Il territorio italiano è stato suddiviso in:

- **32** origini di **grande estensione**
(da inizio '900)
- **818** origini di **piccola estensione**
(dal 1886 a inizio '900)

Ogni zona ha un **proprio** sistema di coordinate (X, Y) in proiezione di Cassini-Soldner, **indipendente** da quello delle altre zone.

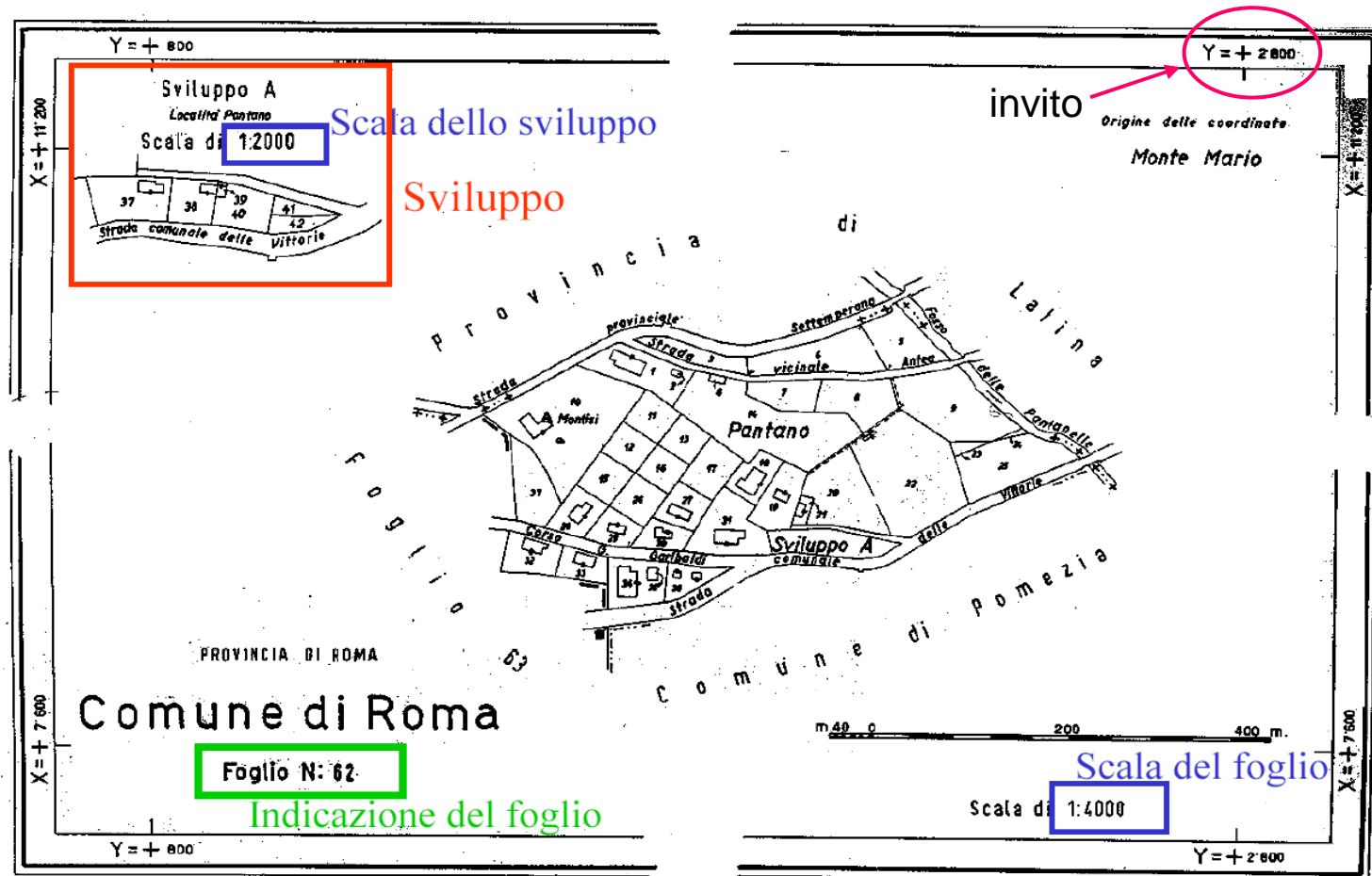
Problema : difficoltà ad operare su mappe catastali di **zone contigue** riferite a centri di sviluppo diversi.



Punti di emanazione
1 - Genova IIM
2 - Roma M. Mario
3 - Castanea delle Furie

Esempio di carta catastale

Poiché la finalità della cartografia catastale è quella di rappresentare proprietà immobiliari, sulle mappe sono riportate le linee che delimitano le differenti proprietà, secondo le particelle, definendone forma e posizione.



Datum CATASTALE

- Ellissoide di riferimento: **Bessel**
- Centro di emanazione:
 - *Genova*, presso IIM (Istituto Idrografico della Marina)
 - *Roma - Monte Mario* per l'Italia Centrale
 - *Castanea delle Furie* (ME) per l'Italia Meridionale
- Epoca di definizione: 1902
- Rappresentazione cartografica: **Cassini-Soldner**
- Rete di inquadramento costituita dai primi tre ordini della rete IGMI con raffittimento in rete, sottorete e dettaglio catastale.
- Datum **locale**: valido per il solo territorio italiano

Rappresentazione cartografica UTM-WGS84

- Utilizza le **stesse** formule della rappresentazione UTM-ED50 e quindi le stesse convenzioni per quanto riguarda le coordinate cartografiche.
- Nella rappresentazione UTM-WGS84 l'Italia ricade nei fusi **32**, **33** e **34**.
- Come superficie di riferimento utilizza il Datum geodetico **WGS-84**, ovvero l'ellissoide **geocentrico** a cui sono associate le coordinate geografiche fornite dal sistema di posizionamento satellitare GPS.
- Si tratta quindi di un Datum **globale**, valido per tutto il mondo.
- Tale datum ammette **diverse realizzazioni**, ovvero esistono molteplici reti di inquadramento a livello nazionale (es. rete IGM95), continentale (es. rete EUREF) e mondiale (rete IGS).

Rete IGM95


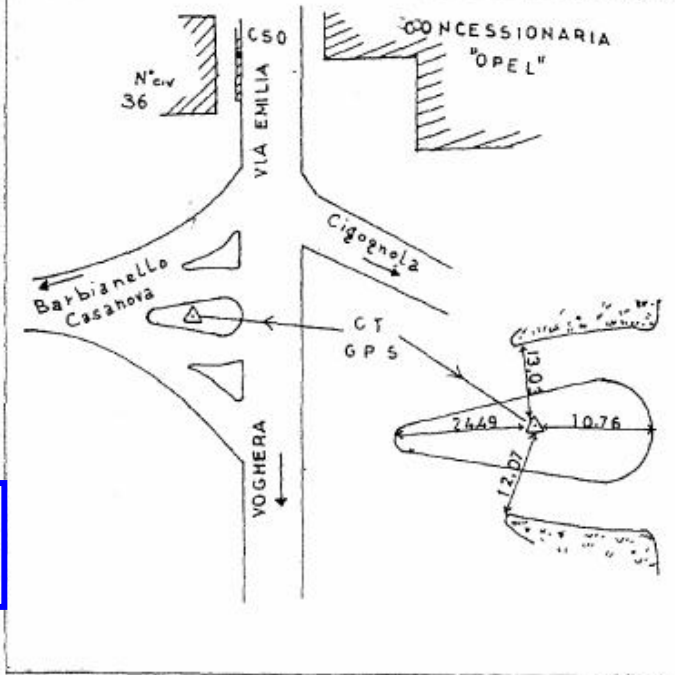
Rete geodetica GPS “**passiva**”,
costituita da circa 2000 vertici.

Finalità della rete:

- consente di effettuare rilievi geotopografici sul territorio nazionale con il GPS e di riferire i risultati al sistema geodetico nazionale;
- permette di stabilire le relazioni tra i datum WGS84 e Roma40.
- collegamento alla rete di livellazione nazionale. Consente di derivare le quote ortometriche da quelle ellissoidiche.

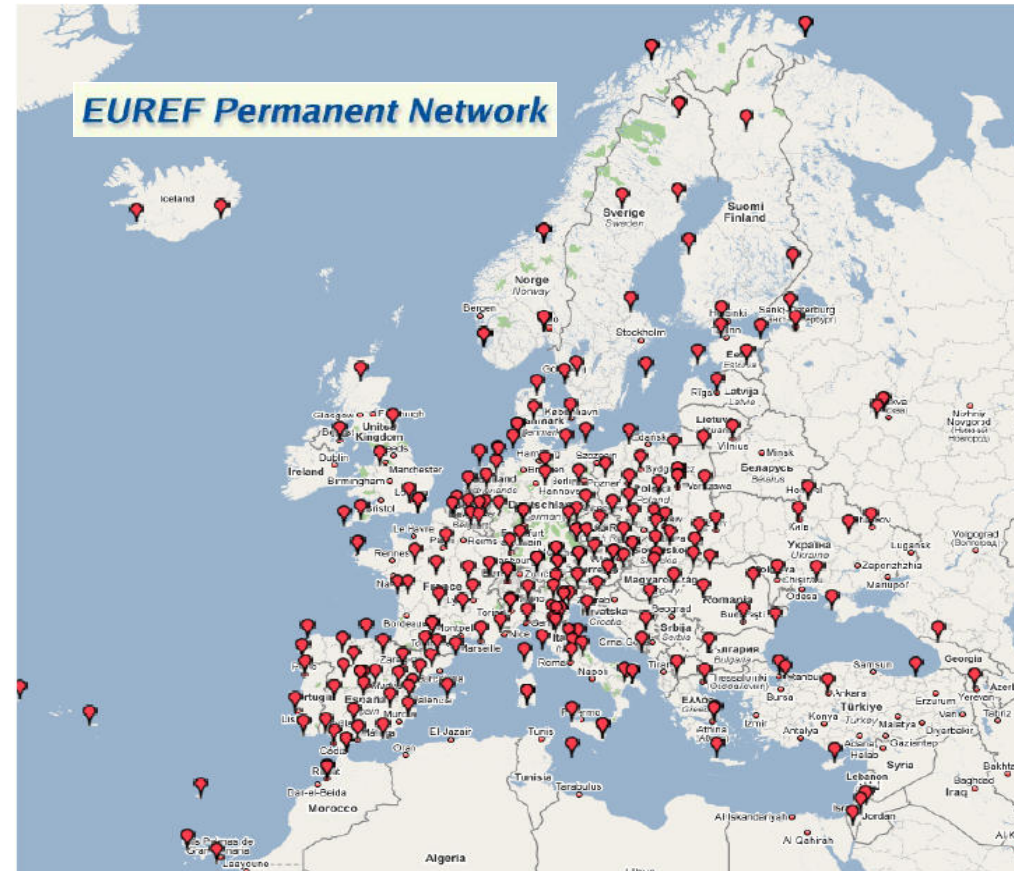


Esempio di monografia di un punto IGM95

	BRONI (Bivio)		059701	059 IL SQ																	
	Nazione: <i>ITALIA</i> Provincia: <i>PAVIA</i> Comune: <i>BRONI</i> Carabinieri: <i>BRONI</i>	Proprietà: <i>A.N.A.S. - Azienda Nazionale Autonoma delle Strade</i> Indirizzo: <i>Via G.B. Cassinis, 66</i> Comune: <i>MILANO</i> Cap: <i>20100</i> Tel: <i>02 55212801</i> Fax: Provincia: <i>MILANO</i>																			
Materializzazione: <i>Centrino di tipo "GPS C" fissato sulla soletta in calcestruzzo della piazzola spartitraffico.</i>		<table border="1"> <thead> <tr> <th>Geografiche (Roma40)</th> <th>Plane (Gauss-Boaga)</th> <th>Geografiche (WGS84)</th> <th>Plane (UTM-WG384)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>φ: 45°03'25,451"</td> <td>φ: N: 4.989.413,26</td> <td>φ: 45°03'27,844"</td> <td>φ: N: 4.989.394,09</td> </tr> <tr> <td>λ: -03°12'11,521"</td> <td>λ: E: 1.519.616,91</td> <td>λ: 09°14'55,685"</td> <td>λ: E: 519.559,65</td> </tr> <tr> <td>Quota s.l.m.: 84,96</td> <td>Quota ell.: 125,42</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>				Geografiche (Roma40)	Plane (Gauss-Boaga)	Geografiche (WGS84)	Plane (UTM-WG384)	φ: 45°03'25,451"	φ: N: 4.989.413,26	φ: 45°03'27,844"	φ: N: 4.989.394,09	λ: -03°12'11,521"	λ: E: 1.519.616,91	λ: 09°14'55,685"	λ: E: 519.559,65	Quota s.l.m.: 84,96	Quota ell.: 125,42		
Geografiche (Roma40)	Plane (Gauss-Boaga)	Geografiche (WGS84)	Plane (UTM-WG384)																		
φ: 45°03'25,451"	φ: N: 4.989.413,26	φ: 45°03'27,844"	φ: N: 4.989.394,09																		
λ: -03°12'11,521"	λ: E: 1.519.616,91	λ: 09°14'55,685"	λ: E: 519.559,65																		
Quota s.l.m.: 84,96	Quota ell.: 125,42																				
Accesso: <i>Dall'uscita "Broni-Stradella" prendere per Broni percorrendo la statale, lasciando a sinistra il centro del paese. Alla fine del paese stesso davanti alla concessionaria auto OPEL si trova il punto.</i>																					
Informazioni ausiliarie:																					
Vertici collegati: R 0002 ### 042# Contrassegno di tipo Cso Bullone a muro ΔH: -0,47		<table border="1"> <tr> <td>Parametri:</td> <td>Tx: 305,98</td> <td>Rx: -0,234"</td> </tr> <tr> <td></td> <td>Ty: 31,51</td> <td>Ry: 4,269"</td> </tr> <tr> <td>K: 10,53</td> <td>Tz: -111,70"</td> <td>Rz: -1,567"</td> </tr> </table>				Parametri:	Tx: 305,98	Rx: -0,234"		Ty: 31,51	Ry: 4,269"	K: 10,53	Tz: -111,70"	Rz: -1,567"							
Parametri:	Tx: 305,98	Rx: -0,234"																			
	Ty: 31,51	Ry: 4,269"																			
K: 10,53	Tz: -111,70"	Rz: -1,567"																			
Stazioni astronomiche:		Segnalizzato: 24/03/93 G1A93 Marco Bocci																			

Rete EUREF

- **Materializzazione europea del Datum WGS84.**
- I “vertici” della rete sono costituiti da stazioni permanenti GPS
- Le coordinate e le velocità di ciascuna stazione vengono ricalcolate periodicamente per tenere conto del moto dei continenti.
- Vertici **attivi**, rete **dinamica**.



EUREF = European Reference Frame

Rete Dinamica Nazionale RDN 2000

- E' costituita da una serie di **stazioni permanenti** (100) distribuite su tutto il territorio nazionale in acquisizione continua.
- Rete di vertici “**attivi**” le cui coordinate vengono ricalcolate periodicamente (10 anni) per tenere conto delle modifiche morfologiche subite dal territorio italiano.
- La rete RDN costituisce la **realizzazione italiana** del sistema di riferimento europeo **ETRF2000**, più aggiornato, preciso e accurato rispetto all'ETRF89.



Datum WGS-84

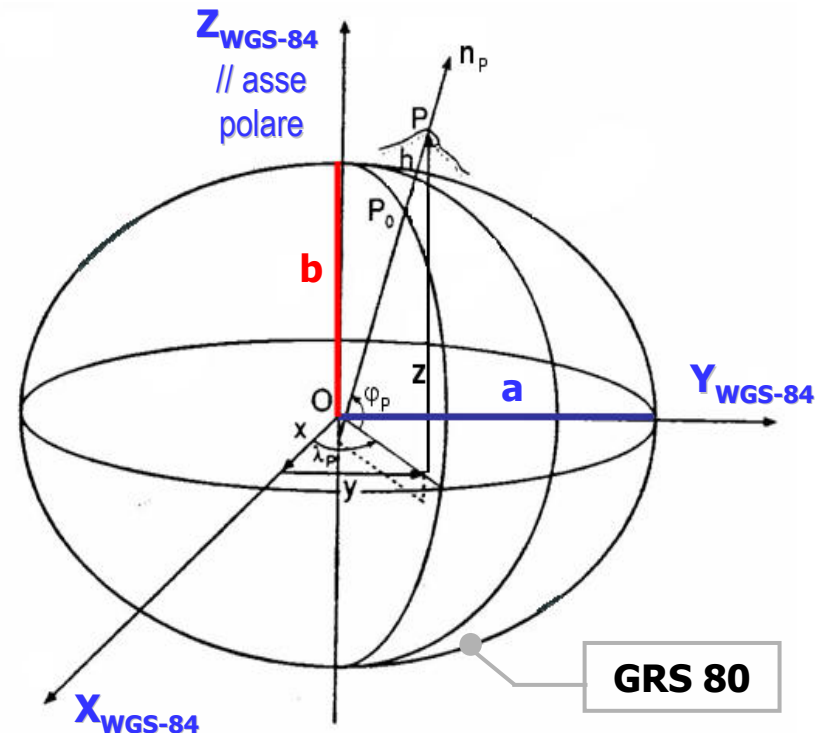
- Terna cartesiana geocentrica (ECEF)
- Ellissoide di riferimento: **GRS80**
- Epoca di definizione: 1984
- Datum globale, geocentrico

Parametri dell'ellissoide:

$a = 6.378.137,00$ m (*Semiassa maggiore*)

$b = 6.356.752,31$ m (*Semiassa minore*)

$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = 0.00669438$ (*Eccentricità prima*)

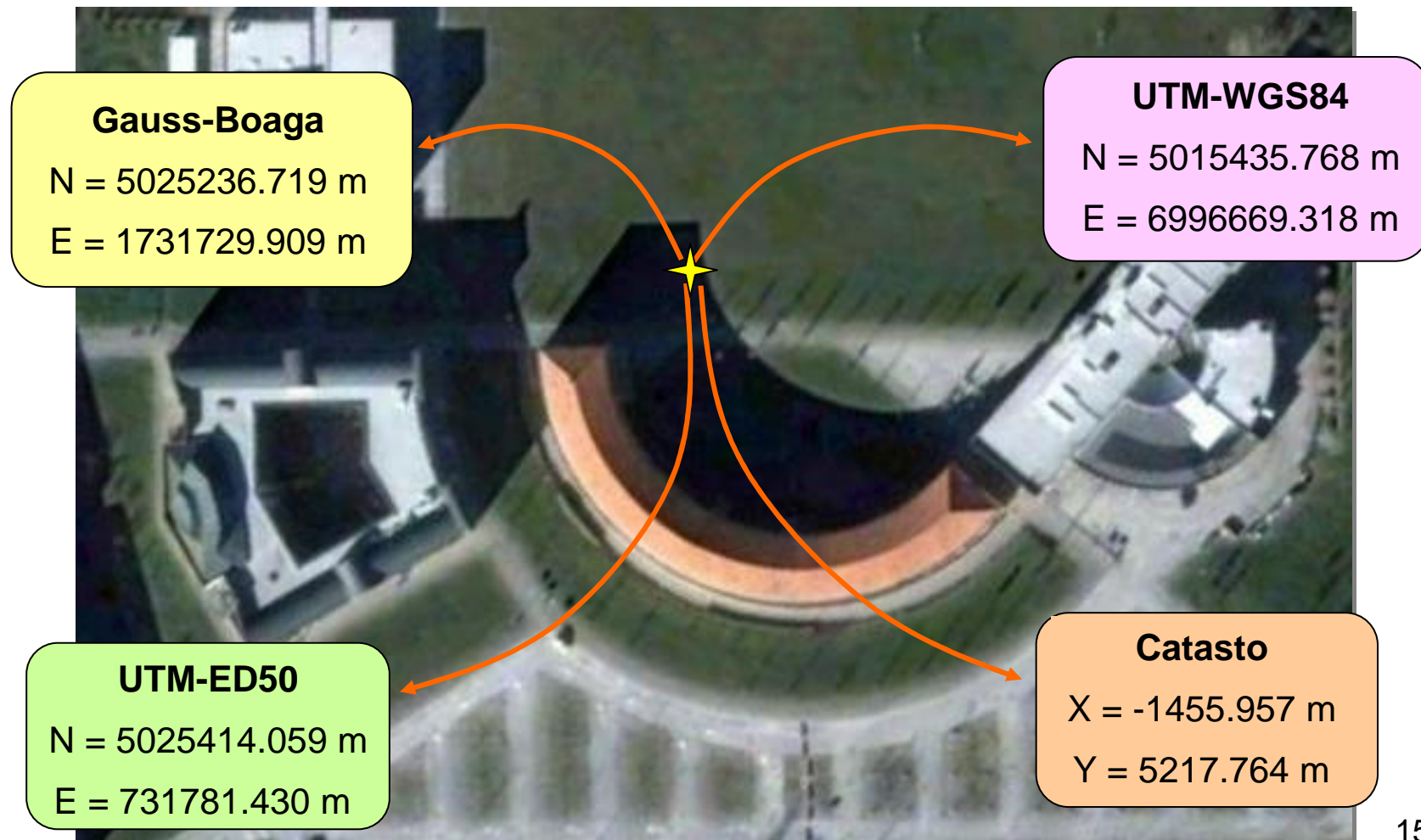


Dal **10 Novembre 2011** la realizzazione **ETRF2000** del WGS84 costituisce il nuovo sistema di riferimento geodetico nazionale (con proiezione **UTM**).


Sistemi geodetici e cartografici in Italia

DATUM GEODETICI				SISTEMI CARTOGRAFICI		
Nome	Ellissoide	Orientamento	Meridiano fondamentale	Nome	Proiezione	Zone per l'Italia
Roma 40	Internazionale (Hayford)	Roma Monte Mario 1940	Monte Mario (o Greenwich)	Gauss Boaga	Gauss cilindro secante	Fuso Ovest (1) Fuso Est (2)
ED50	Internazionale (Hayford)	Postdam (Berlino) 1950	Greenwich	UTM-ED50	Gauss cilindro secante	Fuso 32 Fuso 33 Fuso 34
Catastale	Bessel	Genova Roma Castanea delle Furie	Genova Roma Castanea delle Furie	Sistema catastale	Cassini-Soldner	31 "grandi" e ca. 800 piccoli sistemi
WGS-84	GRS 80	Geocentrico	Greenwich	UTM-WGS84	Gauss cilindro secante	Fuso 32 Fuso 33 Fuso 34

Poiché in Italia sono adottati quattro diversi sistemi di proiezione cartografica ne consegue che la posizione di un qualsiasi punto sul suolo nazionale può essere descritta tramite **quattro** diverse coppie di coordinate piane:



Esempi di coordinate

		Sistema cartografico
E = 2 354 353.608 m		?
N = 4 651 793.495 m		
E = 1 334 353.608 m		?
N = 4 651 793.496 m		
x = -83153.568 m		?
y = -30991.093 m		
E = 334 416.306 m		?
N = 4 651 975.896 m		
E = 2393.158 m		?
N = 407.093 m		

Trasformazioni di coordinate e Datum

Si è visto in precedenza che in uno stesso sistema di riferimento geodetico è possibile definire **differenti sistemi di coordinate**, in particolare:

- coordinate **cartesiane geocentriche** (X, Y, Z);
- coordinate **geografiche ellissoidiche** (λ , φ , h);
- coordinate **cartesiane piane** (N, E), oppure (x,y).

Queste tipologie di coordinate sono legate tra loro da ben precise **formule di conversione**.

Si è inoltre visto che le posizioni nello spazio di un medesimo insieme di punti possono essere espresse tramite **differenti Datum** in funzione dei diversi scopi geodetici e cartografici, dando luogo a differenti valori delle coordinate.

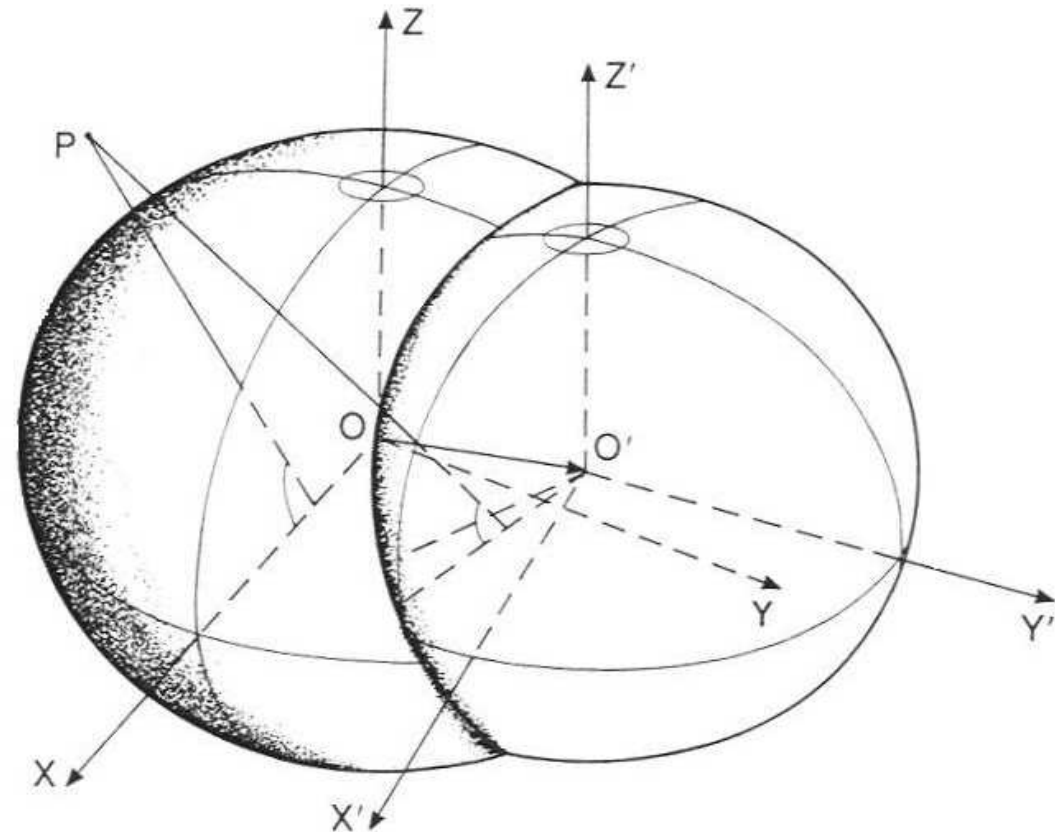
Uno stesso punto P riferito a due **diversi Datum** geodetici ha **coordinate geografiche diverse**.

Esempio: Roma M.Mario

Roma40 $\left\{ \begin{array}{l} \lambda = 12^{\circ}27'08''.40 \\ \varphi = 41^{\circ}55'25''.51 \end{array} \right.$

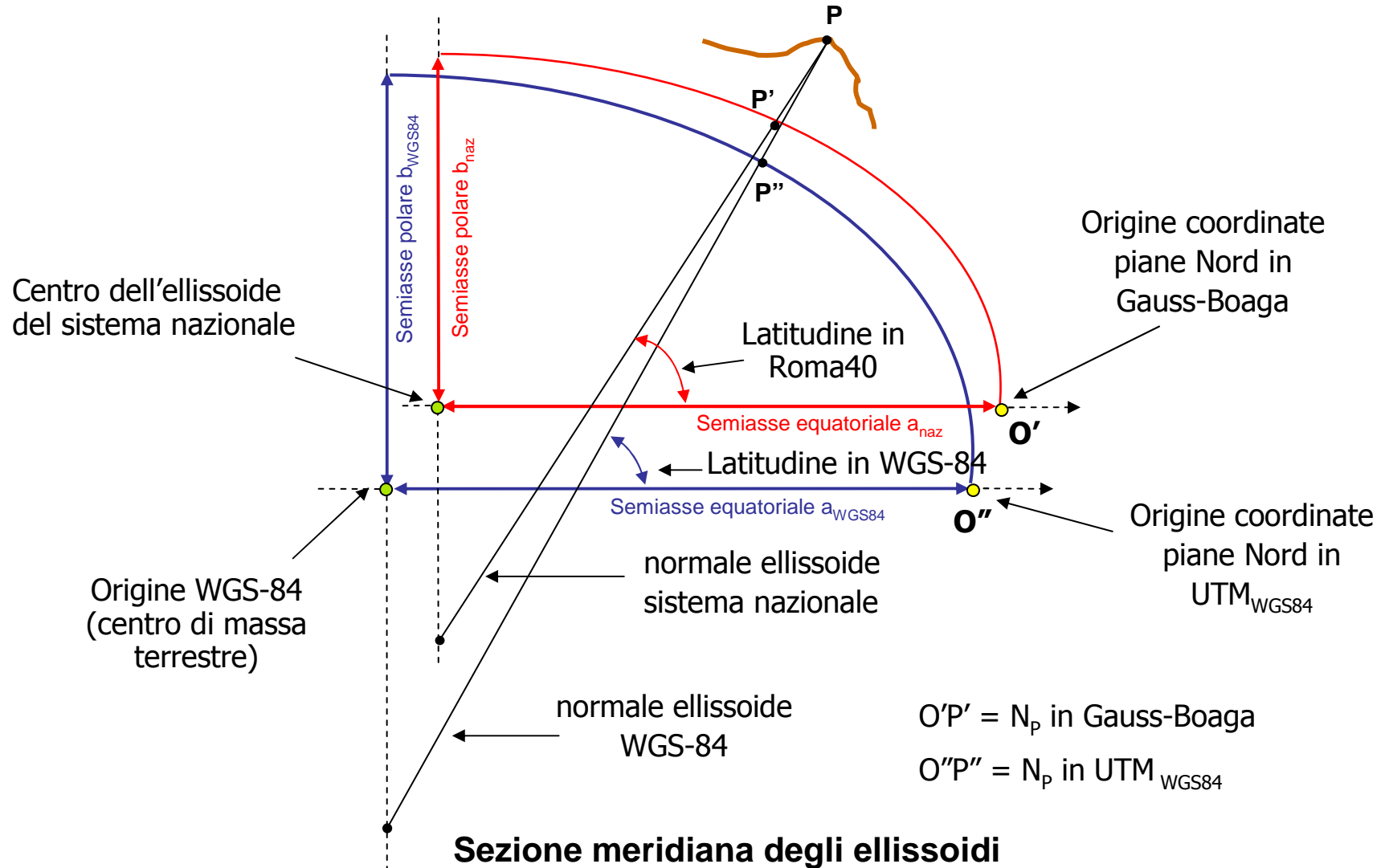
ED50 $\left\{ \begin{array}{l} \lambda = 12^{\circ}27'08''.40 \\ \varphi = 41^{\circ}55'31''.49 \end{array} \right.$

WGS84 $\left\{ \begin{array}{l} \lambda = 12^{\circ}27'07''.85 \\ \varphi = 41^{\circ}55'27''.85 \end{array} \right.$



Ellissoide geocentrico ed ellissoide locale.

Esempio: Confronto tra ellissoide del sistema WGS84 (orientamento globale) ed ellissoide del sistema ROMA40 (orientamento locale).



- Spesso all'interno di un GIS i dati spaziali su cui si viene ad operare risultano definiti in **differenti sistemi di riferimento geodetici**.
- Può inoltre succedere che essi siano formalmente espressi in **diversi sistemi di coordinate**.

Ad esempio parte dei dati spaziali possono essere espressi in coordinate (N, E) ed altri in coordinate geografiche planimetriche (λ , φ) oppure plano-altimetriche (λ , φ , h).

- Prima di applicare qualsiasi operazione di analisi spaziale è necessario eseguire delle **trasformazioni** in modo da rendere tali dati **omogenei**, ovvero espressi
 - nello stesso sistema di coordinate;
 - nel medesimo sistema di riferimento geodetico (Datum).

Tipologie di trasformazione

Esistono due categorie di trasformazioni concettualmente distinte tra loro:

1. Trasformazioni di coordinate

- Consentono di passare da un sistema di coordinate ad un altro nell'ambito di uno **stesso Datum** (es. da cartesiane piane a geografiche e viceversa, oppure da geografiche a cartesiane ellissocentriche e viceversa).
- Sono generalmente risolvibili in forma analitica chiusa, o comunque con operazioni geometrico-matematiche ben definibili teoricamente, che nella maggior parte dei casi non comportano in pratica alcuna perdita di precisione dei dati originari se non per gli arrotondamenti di calcolo.

2. Trasformazioni di Datum

- Consentono il **passaggio tra due differenti sistemi di riferimento geodetici**.
- Poichè i Datum sono “realizzati” attraverso reti geodetiche affette da **errori**, queste trasformazioni si basano necessariamente sull'utilizzo di parametri determinati statisticamente conoscendo le coordinate in entrambi i Datum per un certo numero di punti (**punti doppi**).

Di conseguenza, questo secondo tipo di passaggio comporta quasi sempre l'introduzione di errori di uno o più ordini di grandezza superiori a quelle derivanti da una trasformazione di coordinate.

Metodi di trasformazione

I metodi più comunemente utilizzati per eseguire una trasformazione tra due Datum (A e B) si basano:

- a) sulla conoscenza di **7 parametri di rototraslazione** tra i due sistemi di riferimento geodetici coinvolti
- b) sul metodo alternativo di **variazione delle coordinate**, sviluppato dall'IGM, che sfrutta il calcolo delle differenze di latitudine e longitudine tra punti noti in entrambi i Datum (*punti doppi*).

Trasformazione a 7 parametri

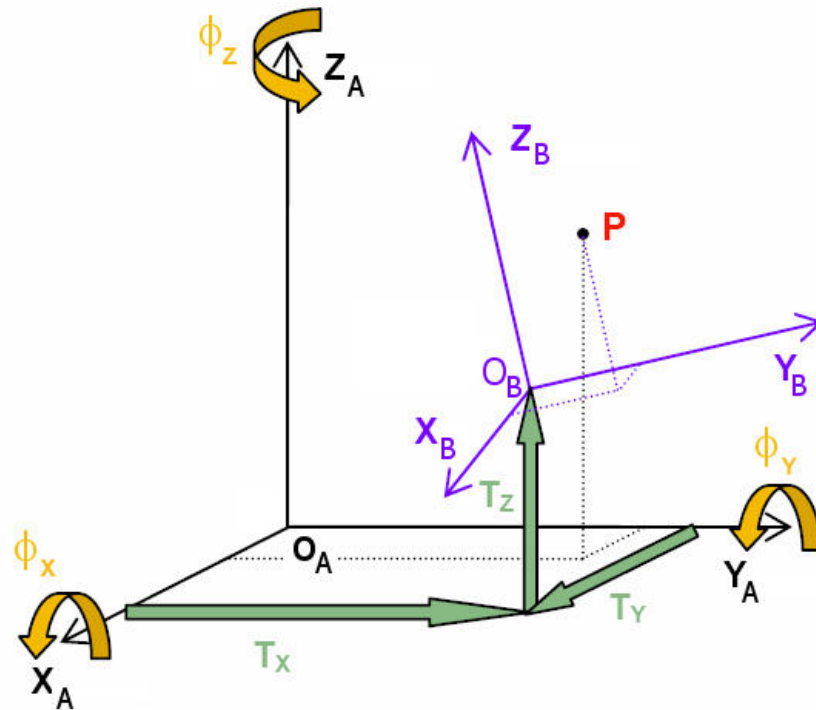
Richiede la conoscenza dei **7 parametri di rototraslazione** (**3 di traslazione**, **3 di rotazione** e **1 fattore di scala**), necessari per portare il sistema di assi coordinati del Datum B a coincidere con il sistema di assi coordinati del Datum A.

3 traslazioni $\Rightarrow O_A \equiv O_B$

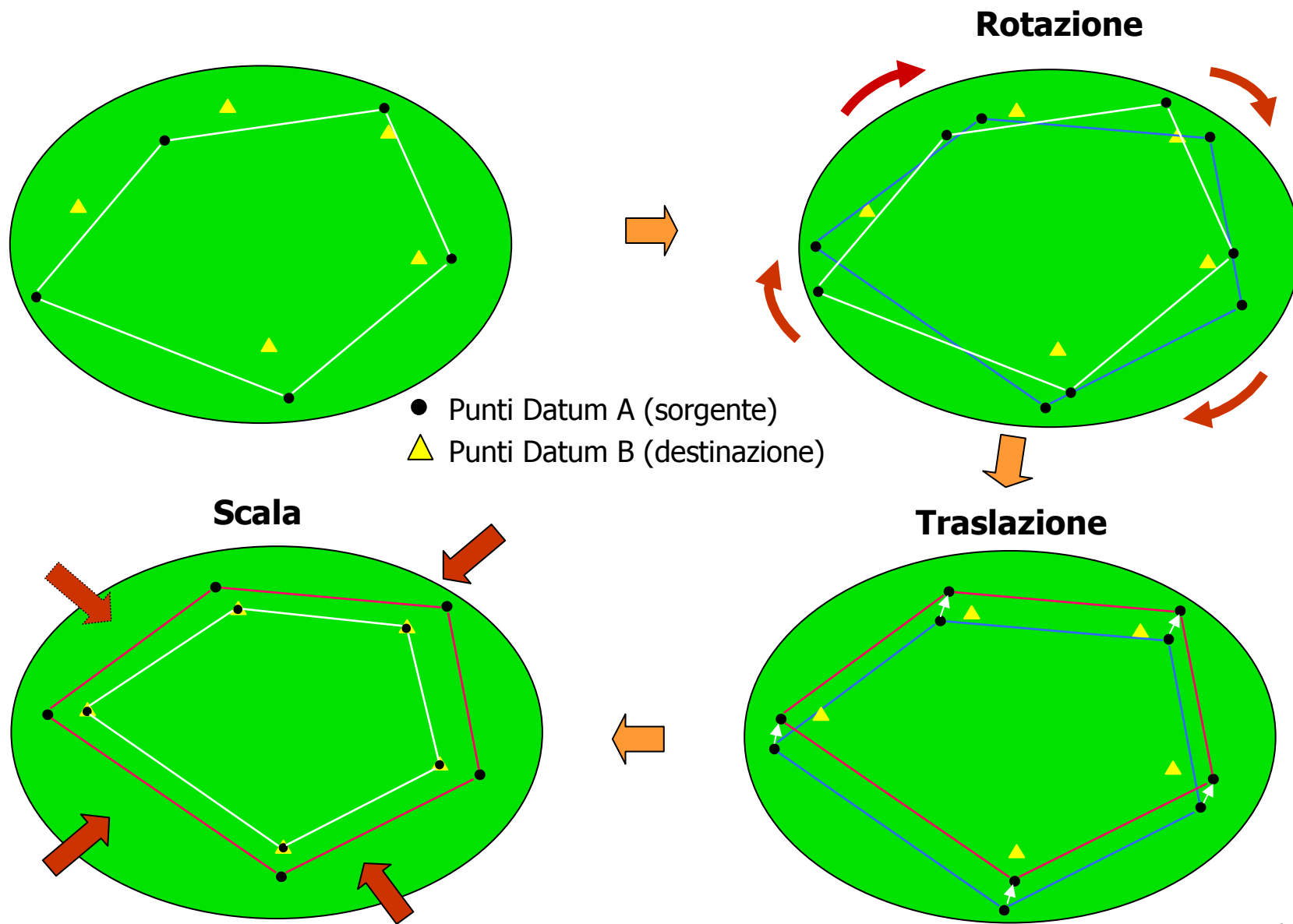
3 rotazioni $\left\{ \begin{array}{l} X_A // X_B \\ Y_A // Y_B \\ Z_A // Z_B \end{array} \right.$

Fattore di scala:

Tiene conto delle differenze di scala che inevitabilmente caratterizzano due diversi datum (realizzati a partire da diversi set di misure, spesso eseguite in periodi storici diversi e con strumentazioni differenti).



Significato della rototraslazione con variazione di scala



I metodi di trasformazione a 7 parametri più comunemente impiegati sono due.

- **Helmert**, utilizza le coordinate cartesiane geocentriche (X, Y, Z)
- **Molodensky**, utilizza le coordinate geografiche ellissoidiche (λ , φ , h)



Friedrich Robert
Helmert
(1843 – 1917)



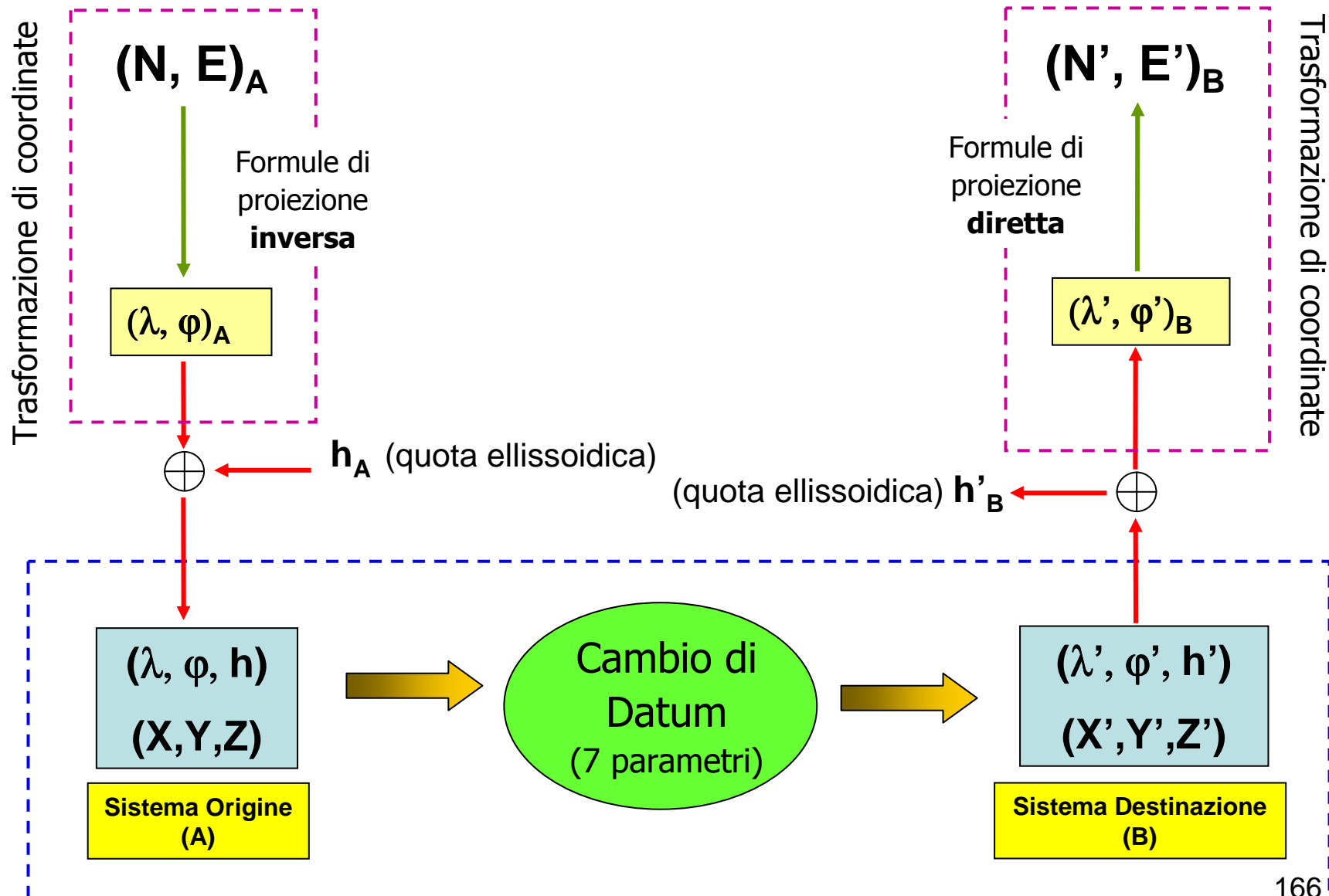
Mikhail Sergeevich
Molodensky
(1909 – 1991)

Il metodo di Molodensky si caratterizza per il fatto di consentire di trattare **separatamente** la planimetria dall'altimetria.

Questo approccio risulta vantaggioso quando i punti da trasformare non sono noti nelle due componenti (planimetrica ed altimetrica) con lo stesso grado di precisione.

Ad esempio, all'interno del set di punti doppi scelti per calcolare la trasformazione tra due Datum, una parte di essi può essere costituita da vertici trigonometrici (solo componente planimetrica più precisa) mentre i restanti possono essere capisaldi di livellazione (maggior precisione nella componente altimetrica).

Schema della trasformazione a 7 parametri



Trasformazione per variazione di coordinate

Questo metodo, sviluppato dall'IGM per risolvere alcune incongruenze nella trasformazione di coordinate, basate sui 7 parametri, tra il Datum WGS84 e Roma40, è stato successivamente implementato nel software **VERTO** rivenduto dallo stesso IGM e poi in **Cartlab 3** e **ConveRgo**.

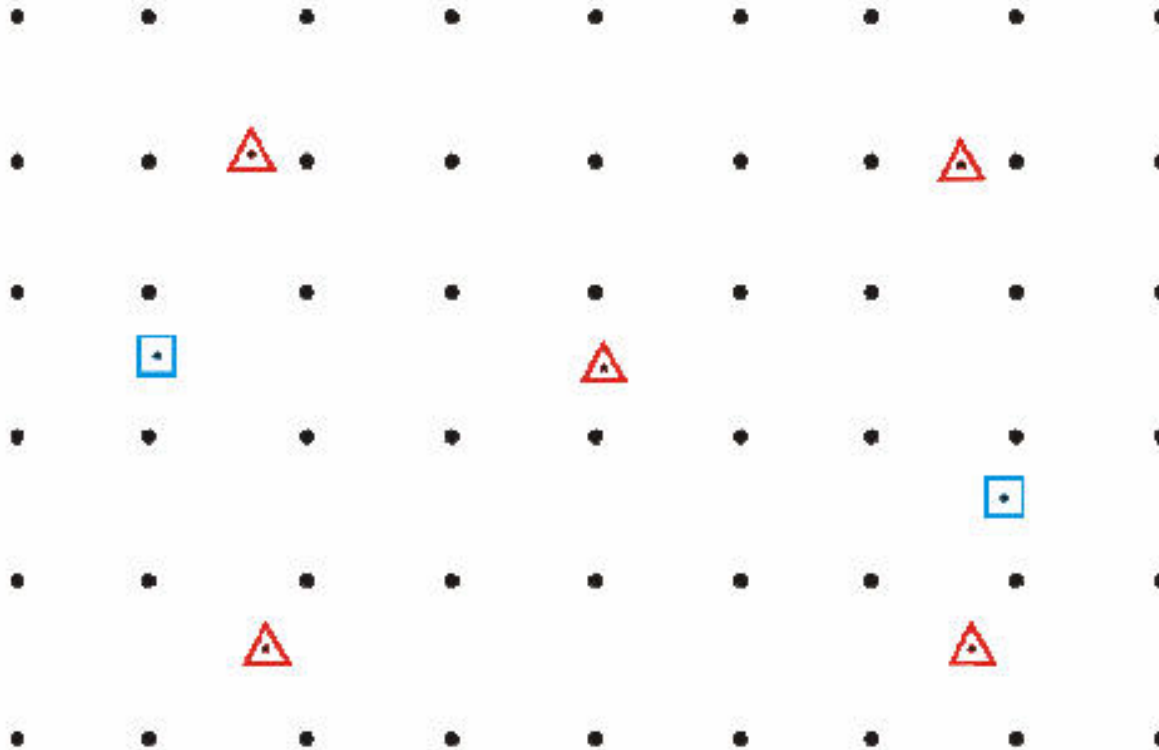
Il metodo si applica alle trasformazioni che coinvolgono i Datum WGS84 Roma40 ed ED50.

La procedura si basa sul calcolo delle differenze di latitudine ($\Delta\varphi$) e di longitudine ($\Delta\lambda$) tra i due Datum coinvolti nella trasformazione.

Procedura di calcolo:

1. Set di punti, distribuiti irregolarmente nel territorio, di coordinate geografiche note in entrambi i due Datum (**punti doppi**).
2. Calcolo delle differenze $(\Delta\lambda, \Delta\varphi)_{A-B}$ per ciascun punto.
3. **Interpolazione** delle differenze $(\Delta\lambda, \Delta\varphi)_{A-B}$ in corrispondenza dei nodi di una griglia regolare.
4. Calcolo delle differenze $(\Delta\lambda, \Delta\varphi)'_{A-B}$ in qualsiasi altro punto P tramite **seconda interpolazione** dei vertici (nodi) della cella in cui il punto ricade.
5. Calcolo delle coordinate geografiche di P, nel Datum B, tramite le differenze $(\Delta\lambda, \Delta\varphi)'_{A-B}$, cioè

$$\lambda_B = \lambda_A + \Delta\lambda'_{A-B} \quad \varphi_B = \varphi_A + \Delta\varphi'_{A-B}$$

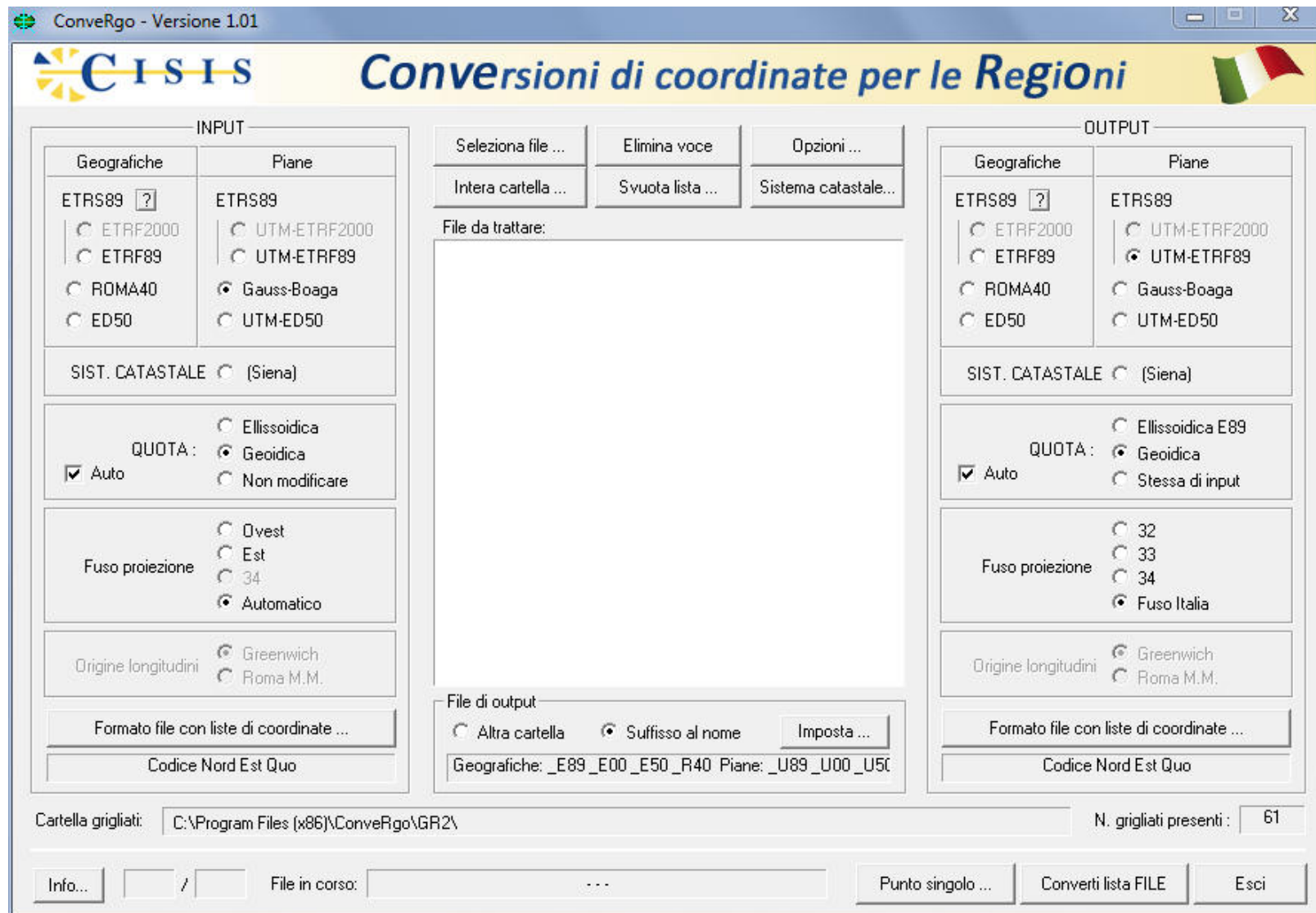


Triangoli: vertici doppi IGM (coordinate note in A e B)

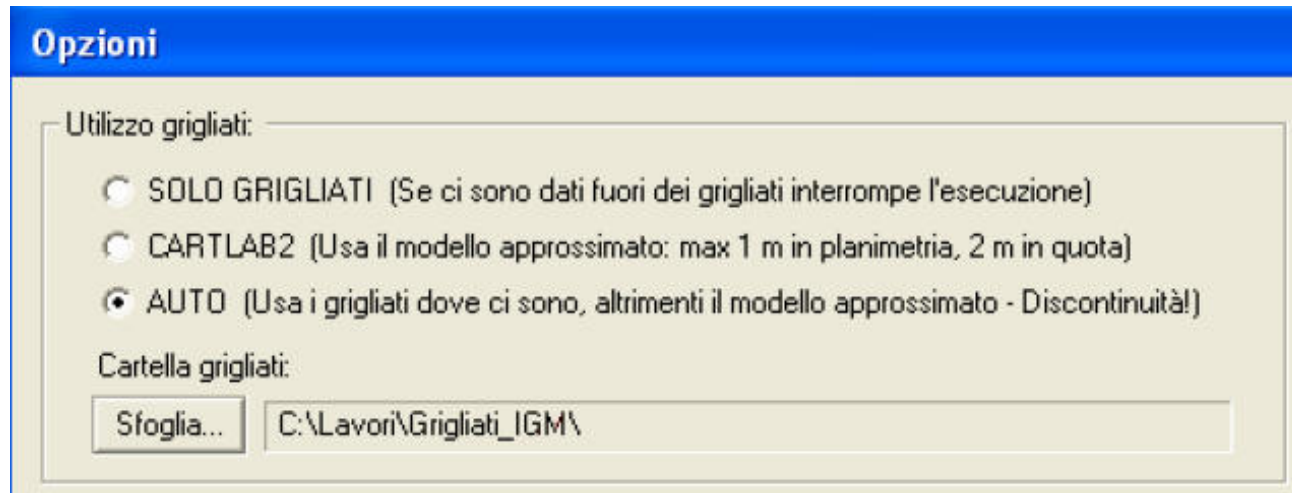
Punti: nodi della griglia

Quadrati: punti qualunque (coordinate note solo in A)

Trasformazioni con ConveRgo



Formati dei grigliati



I files contenenti i parametri della trasformazione sono resi disponibili (a pagamento) nei seguenti due formati:

- **.gr1**, che ingloba il modello di geoide ITALGEO 99;
- **.gr2**, che ingloba il modello di geoide ITALGEO 2005.

Precisioni dei grigliati

PLANIMETRIA (1σ)		ALTIMETRIA (1σ)		
WGS-84 ↔ Roma 40	20 cm	Grigliato formato .gr1 - .gk1 (ITALGEO 99)	Italia continentale (<i>mareografo di Genova</i>)	± 0.15 m
			Sicilia (<i>mareografo di Catania</i>)	± 0.04 m
			Sardegna (<i>mareografo di Cagliari</i>)	± 0.07 m
WGS-84 ↔ ED50 Roma 40 ↔ ED50	≈ 1 m	Grigliato formato .gr2 - .gk2 (ITALGEO 2005)	Tutto il territorio nazionale	± 0.035 m

I grigliati sono resi disponibili all'utenza secondo **due diverse codifiche**:

1. Relativi ad un intorno di circa **10 km** di raggio di ciascuno dei vertici IGM95.

I files hanno codice identificativo del vertice IGM95 a cui si riferiscono, sono acquistabili separatamente dalla monografia del punto e sono in quantità identica a quella dei vertici IGM95: ad oggi circa 2000.

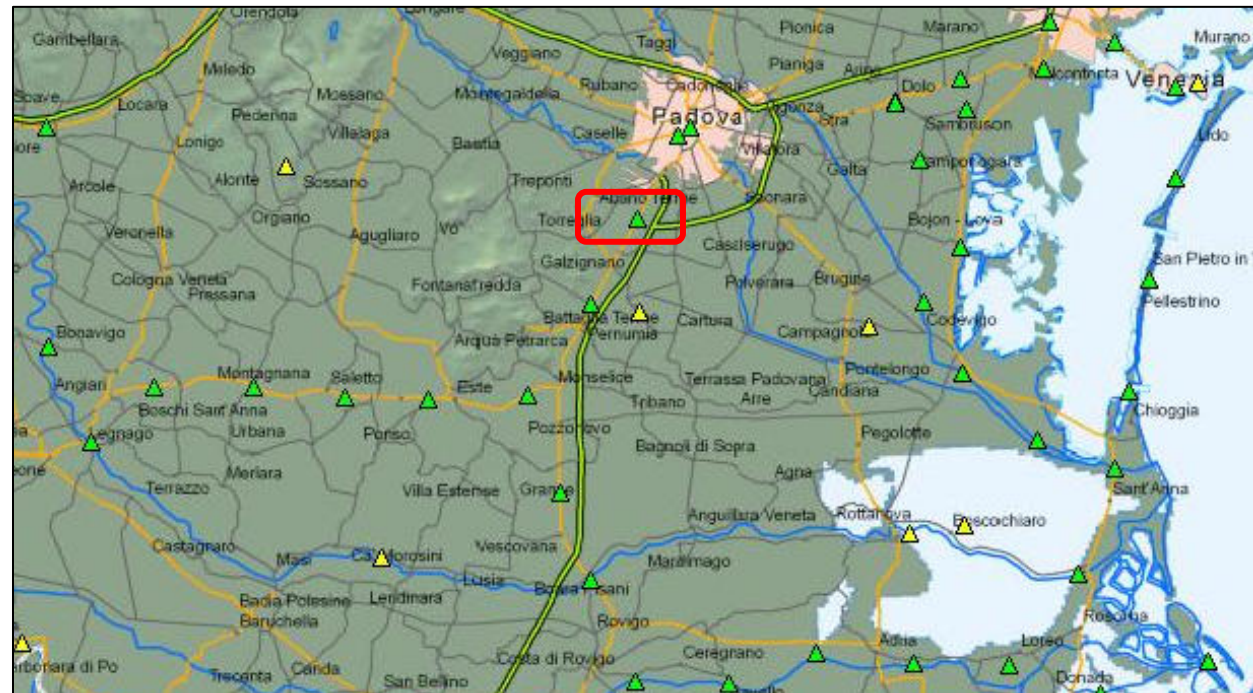
▲	IGM95
▲	IGM95 quotato da liv
■	IGM95 raffittimento
■	IGM95 raffittimento quot. da liv

Punti geodetici presenti nell'intorno del punto cliccato

▲ [050702] Ss 16 Km 8,300

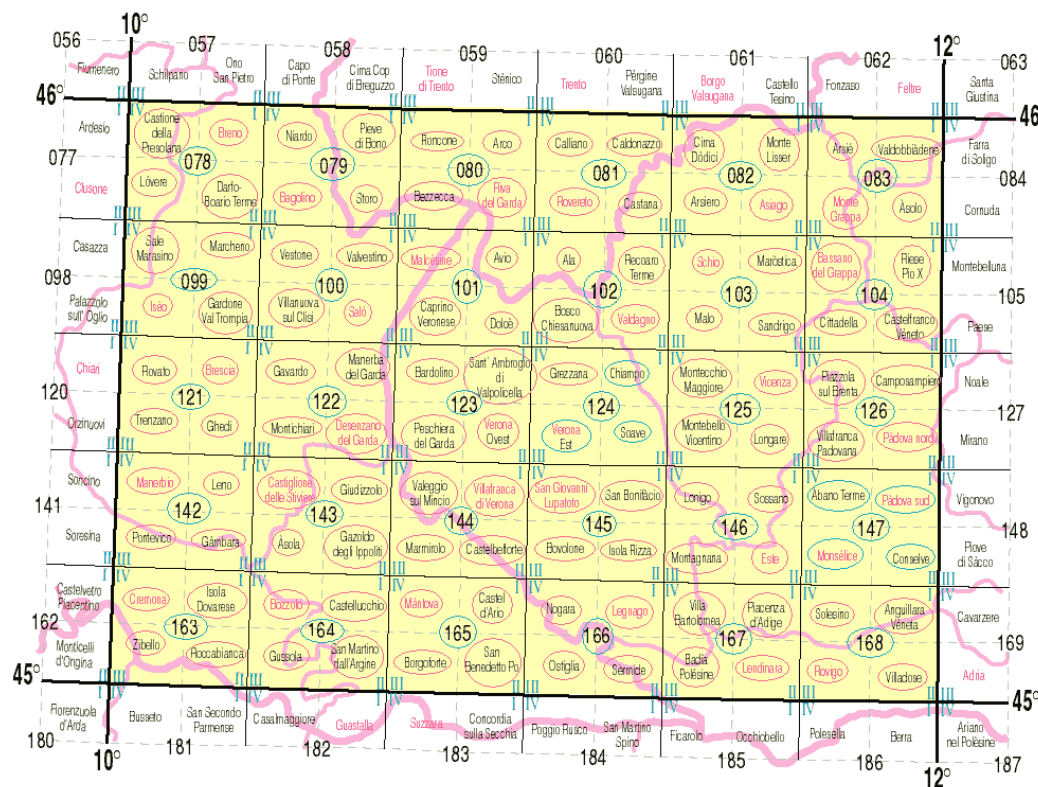
ev.

Codifica del vertice IGM95



<http://www.igmi.org/geodetica/>

2. Corrispondenti alla superficie di ciascuno dei fogli della carta d'Italia alla scala **1:50000**. I files sono codificati con 3 o più caratteri alfanumerici corrispondenti al numero dell'elemento cartografico. Questi files sono perfettamente "mosaicabili" uno accanto all'altro, e consentono quindi la totale copertura di tutto il territorio nazionale.



http://www.igmi.org/prodotti/cartografia/carte_topografiche/quadro_25_50/index.html

ConveRgo consente di eseguire trasformazioni di **Datum** e di **coordinate** secondo lo schema seguente:

