Idraulica e Idrologia: Lezione 12
Agenda del giorno

- Idrostatica: fluidi in quiete
  - Unità di misura per la pressione di un fluido
  - Pressione e profondità
  - Principio di Archimede: corpi in un fluido

Fluido

- Cosa intendiamo per 'FLUIDO'?
  - ← I fluidi (liquidi e gas) assumono la forma di volta in volta stabilita dal sistema di forze ad essi applicato (per es.: tramite un contenitore). Reagiscono elasticamente solo alle forze di compressione.
  - ← quali parametri utilizziamo per descrivere i fluidi?

Sia: Δm la massa di un volume ΔV di fluido, e ΔF la forza esercitata su una superficie ΔA. Allora:

← Densità $$\rho = \frac{\Delta m}{\Delta \mathrm{V}}$$

← Pressione $$p = \frac{\Delta F}{\Delta \mathrm{A}}$$

Nozioni preliminari – unità misura pressione

Pressione (P)

P = Forza/Area [N/m^2]

1 N/m^2 = 1 pascal (Pa)

Poichè 1 Pa è un'unità di pressione molto piccola, per esempio la pressione atmosferica al livello del mare è 1 atmosfera = 1.013 105 Pa, si è definita la quantità 1 bar = 10^5 Pa.

Un'unità di misura spesso utilizzata per misurare la pressione è l'atmosfera (simbolo: atm) e l'atmosfera tecnica (simbolo: at), rispettivamente uguali a 1,033 e ad 1,0 kilogrammi peso/cm^2. L'atm indica la pressione atmosferica a livello del mare.

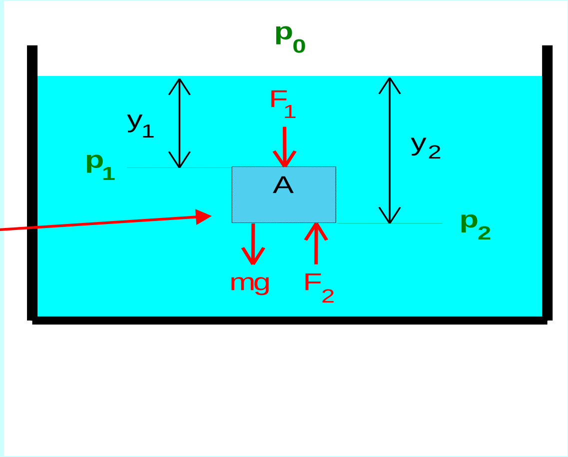
Fattori di conversione (es.: 1 bar=10^5 Pa)

	pascal	bar	Kp/cm^2 (=1 at)	atm
1 Pa (N/m^2)	1	10^{-5}	0,102 10^{-4}	0,987 10^{-5}
1 bar (daN/cm^2)	100.000,0	1	1,02	0,987
Kp/cm^2 (=1 at)	98.100,0	0,981	1	0,968
atm	101325,0	1,013	1,033	1

Pressione e Profondità - 1
Fluidi incomprimibili (acqua)

- A causa della gravità, la pressione del fluido in un punto dipende dalla profondità (altezza di colonna d'acqua) – in acqua, a maggiori profondità corrispondono pressioni maggiori.

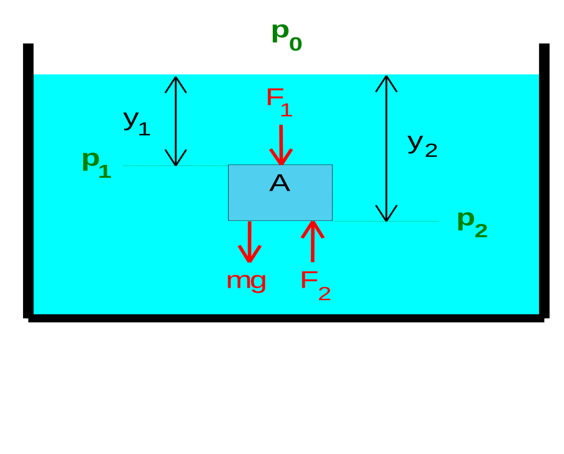
- In acqua in quiete (ferma), si consideri un volume di fluido (un cubo, ciascuna faccia di area A)
  - La somma di tutte le forme agenti su tale volume è ZERO, poichè il volume è in quiete, (ovvero in equilibrio).
  - Ricorda: se un corpo è in equilibrio, la somma delle forze applicate deve essere nulla



Pressione e Profondità - 2

- Si considerino le forze agenti lungo la verticale:
  - » Vi sono tre forze verticali:
    - La forza peso (m*g)
    - La forze di pressione, applicata sulla faccia inferiore e diretta verso l'alto (F_2)
    - La forze di pressione, applicata sulla faccia superiore e diretta verso il basso (F_1)
    - Allora, la differenza fra F_2 ed F_1 deve risultare pari alla forza peso

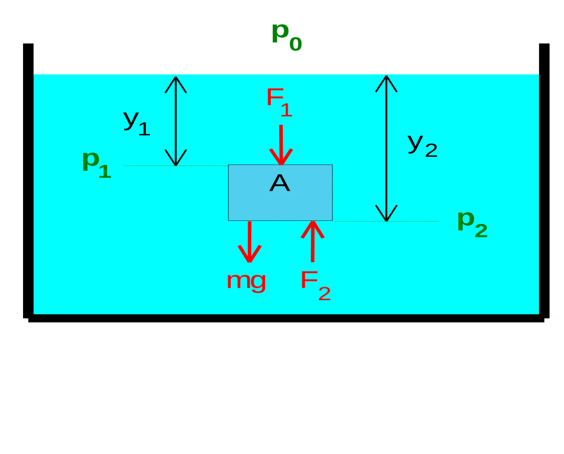
$$F_2 - F_1 = mg$$



Pressione e Profondità - 3

$$F_2 - F_1 = mg$$

- La differenza fra le due forze di pressione si può scrivere, utilizzando la relazione F=pA, come:



$$F_2 - F_1 = p_2 A - p_1 A$$

- Il prodotto mg si può scrivere come volume*densità*accelerazione di gravità:

$$mg = \rho(y_2 - y_1)Ag$$

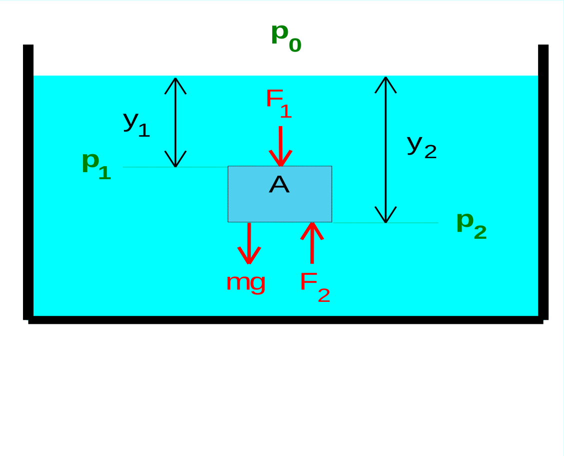
$$A(p_2 - p_1) = \rho(y_2 - y_1)Ag$$

$$p_2 - p_1 = \rho g(y_2 - y_1)$$

$$p_2 = p_1 + \rho g(y_2 - y_1)$$

Pressione e Profondità - 4

- Questa relazione ci dice che la pressione aumenta in modo lineare con la profondità:



$$p_2 = p_1 + \rho g (y_2 - y_1)$$

- Pressione al piede di una parete

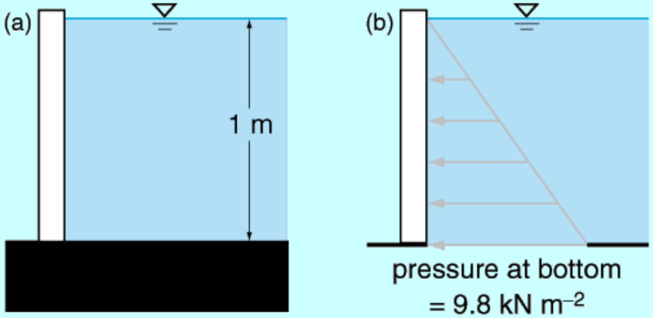
  di altezza 1m:

  La pressione dell’acqua sulla parete verticale aumenta con la profondità di

  9.8 kNm^{-2} per metro.

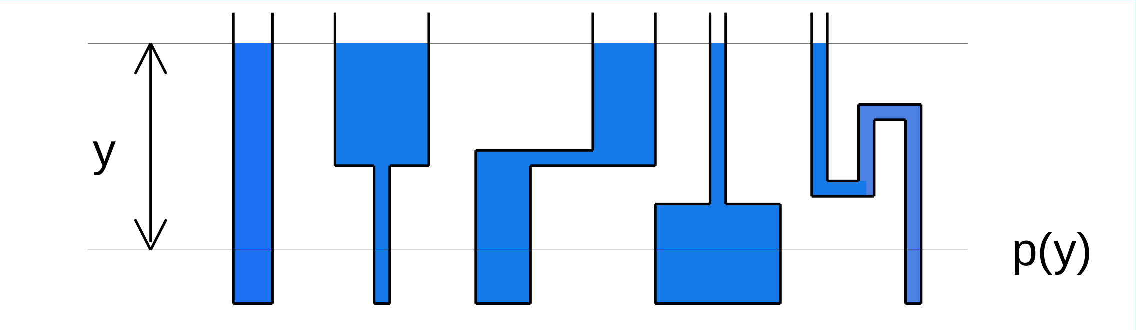
  Quindi, alla profondità di 1 m è

  9.8 kNm^{-2} = 9.8 kPa



Pressione e Profondità - 5

Consideriamo un fluido contenuto in contenitori aperti di diversa forma



(nota che i contenitori sono tutti posti su un piano orizzontale e che la pressione esterna agente sulla superficie superiore è uguale per tutti – può essere pari a quella atmosferica):

Se, come abbiamo visto prima, la pressione dipende solo da y, allora la pressione p(y) è la stessa ad una certa profondità y, indepentemente dalla forma del contenitore.

Pressione e Profondità - 6

Calcolare la pressione presso i punti A e B delle figure a lato con:

- $h0= 3m$
- $h1=3m$
- $h2=2m$
- $h3= 1m$ in Fig1,
- = 3m in Fig2,
- = 5m in Fig3.

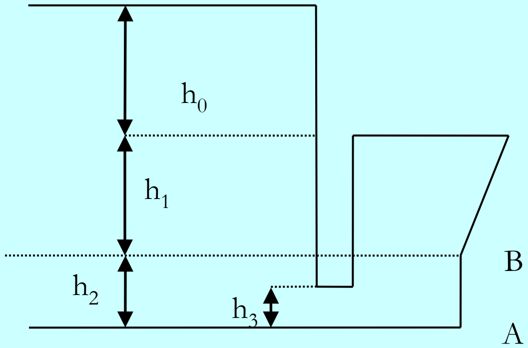


Fig1

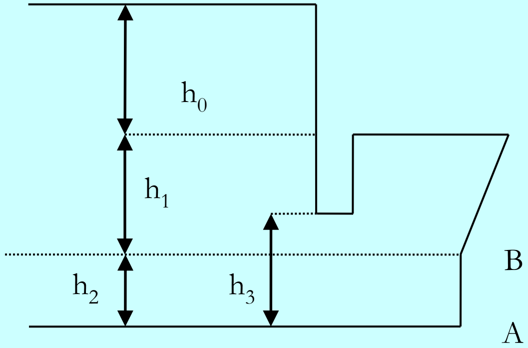


Fig2

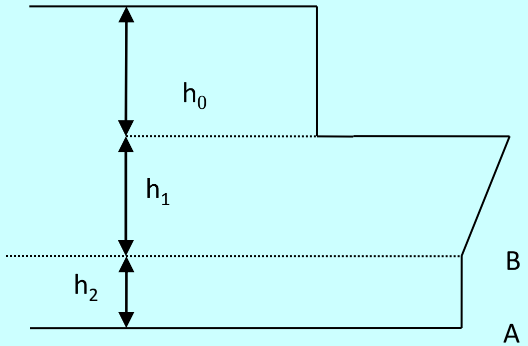
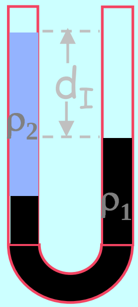


Fig3

Esercizio 1



I

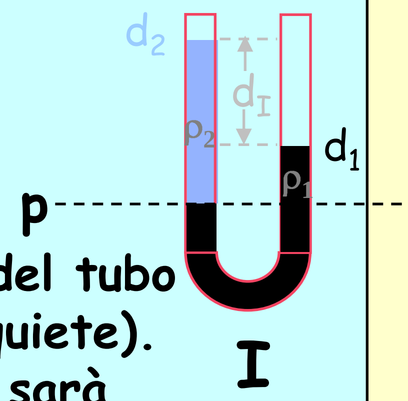
- *Cosa succede con due liquidi di diversa densità*

  Si consideri un tubo ad U che contenga liquidi di densità diversa ρ_1 e ρ_2 come indicato in figura:

  ➔ Indicare la risposta fra A), B) e C), per quanto riguarda le densità dei due liquidi:

A) $\rho_1 < \rho_2$ B) $\rho_1 = \rho_2$ C) $\rho_1 > \rho_2$

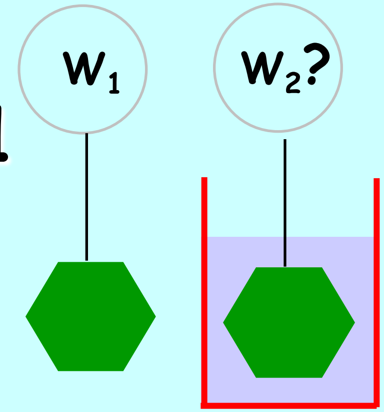
Risposta



• Alla quota dell'interfaccia, le pressioni in ciascun ramo del tubo devono essere uguali (altrimenti il liquido non sarebbe in quiete).
• Poiché c'è più liquido nel ramo a sinistra, la sua densità sarà minore!

$\boxed{\text{C) } \rho_1 > \rho_2}$

Principio di Archimede - 1

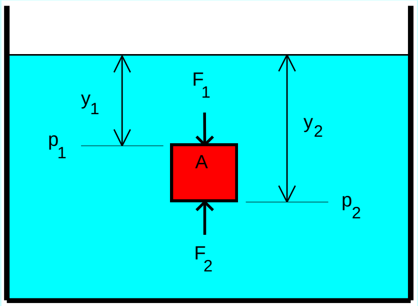


- Supponiamo di voler pesare un corpo prima in aria e poi quando esso sia immerso in acqua; noto w_1, come sarà w_2?.

» Poichè la pressione sul fondo del corpo è più elevata rispetto a quella sulla superficie superiore (perchè le pressioni aumentano con la profondità), ci aspettiamo che l'acqua eserciti una forza netta verso l'alto sul corpo (la forza di galleggiamento).

Principio di Archimede - 2

- La forza di galleggiamento è pari al prodotto dell'area per la differenza fra le due pressioni



$$F_B = (p_2 - p_1) \cdot A$$

ma

$$p_1 = \rho g y_1 \quad e \quad p_2 = \rho g y_2$$

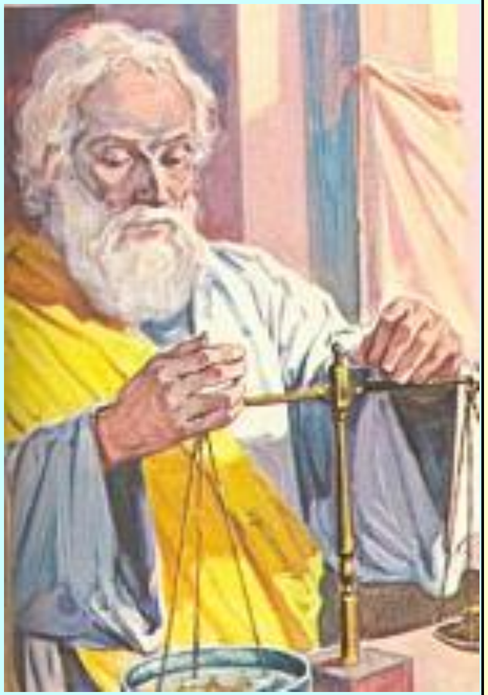
$$\Rightarrow F_B = \rho g (y_2 - y_1) A$$

$$F_B = \rho_{\text{liquido}}\, g\, V_{\text{liquido}} = M_{\text{liquido}} \cdot g = W_{\text{liquido}}$$

Pertanto, la forza di galleggiamento è pari al peso del liquido spostato dal corpo immerso.

Archimede

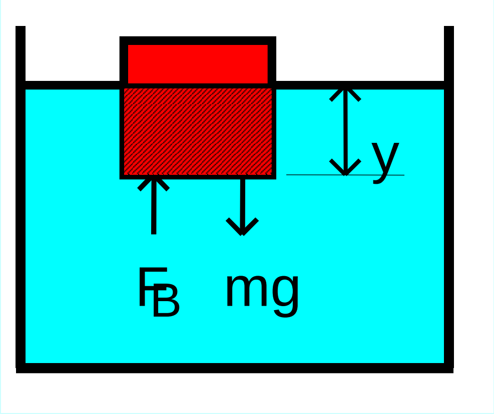
Fu matematico, fisico, inventore.
Nacque a Siracusa, in Sicilia, nel 287 a.C., ma compì i suoi studi ad Alessandria, con i seguaci di Euclide.
La sua fama è legata soprattutto alle sue scoperte nel campo della geometria e dell'idrostatica.



Affonda o galleggia? - 1

Corpi in acqua

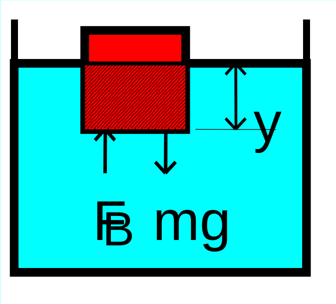
- La forza di galleggiamento è pari al peso del liquido spostato dal corpo.
- Se la forza di galleggiamento è maggiore del peso del corpo, l'oggetto galleggia, altrimenti esso affonda.



Possiamo calcolare la percentuale sommersa del corpo:

Corpo in equilibrio $\Rightarrow$ $F_B = mg$

Affonda o galleggia? - 2



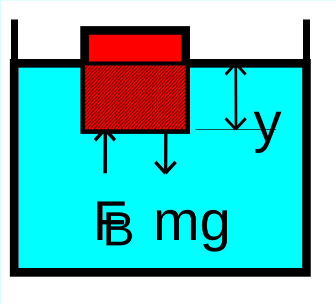
Corpo in equilibrio $F_B = mg$

$$F_B = \rho_{\text{liquido}} \cdot \mathrm{g} \cdot \mathrm{V}_{\text{spostato}} = mg = \rho_{\text{corpo}} \cdot \mathrm{g} \cdot \mathrm{V}_{\text{corpo}}$$

$$\rho_{\text{liquido}} \cdot \mathrm{V}_{\text{spostato}} = \rho_{\text{corpo}} \cdot \mathrm{V}_{\text{corpo}}$$

$$\boxed{\frac{\mathrm{V}_{\text{spostato}}}{\mathrm{V}_{\text{corpo}}} = \frac{\rho_{\text{corpo}}}{\rho_{\text{liquido}}}}$$

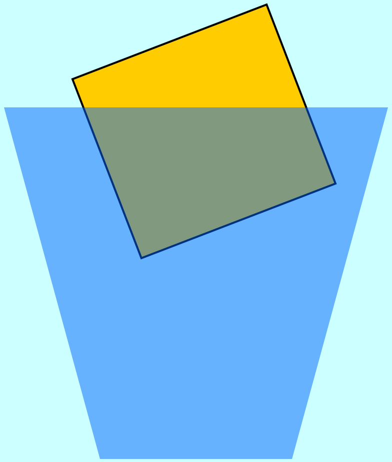
Affonda o galleggia? - 3



Il caso dell'iceberg:
Quale frazione dell'iceberg è sommersa?
Nota che:

$\rho_{ghiaccio}$ = 917 kg/m^3

$\rho_{acqua\ salata}$=1024 kg/m^3



$$\frac{\mathrm{V}_{\text{acqua spost.}}}{\mathrm{V}_{\text{ghiaccio}}} = \frac{\rho_{ghiaccio}}{\rho_{\text{acqua}}} = \frac{917\ kg/m^3}{1024\ kg/m^3} = 90\%$$

Esempi - 1

A quale profondità in acqua la pressione arriva ad un valore pari a due atmosfere? La pressione sia pari ad 1 atmosfera alla superficie. Qual'è la pressione sul fondo della più profonda fossa oceanica (circa 10^4 metri)?

Soluzione:

$P_2 = P_1 + \rho g d$

2.02×10^5 Pa $= 1.01\times10^5$ Pa $+ 10^3$ kg/m^3*9.8m/s^2*d

d = 10.3 m

per d = 10^4 m:

$P_2 = 1.01\times10^5$ Pa $+ 10^3$ kg/m^3*9.8m/s^2*10^4 m

$= 9.81\times10^7$ Pa = 971 atm

d : profondità.

La pressione aumenta di 1 atmosfera circa ogni 10 metri di colonna d'acqua (ovvero: 1 atmosfera = circa 10 metri di colonna d'acqua).