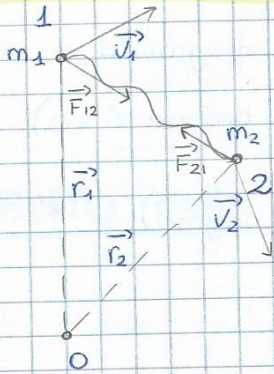


# SISTEMI CON PIÙ PUNTI

## SISTEMA CON 2 PUNTI



Tra i 2 punti ci sono delle interazioni, come per esempio forze d'attrazione, ecc

$$\vec{F}_{12} ; \vec{F}_{21}$$



per il PRINCIPIO DI AZIONE E REAZIONE

$$F_{12} = -F_{21}$$

$$\vec{P} = m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 \quad (\text{quantità di moto})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{P}}{dt} &= m_1 \cdot \frac{d\vec{v}_1}{dt} + m_2 \cdot \frac{d\vec{v}_2}{dt} = m_1 \cdot \vec{a}_1 + m_2 \cdot \vec{a}_2 \\ &= \vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0 \end{aligned}$$

⇓

Ciò vuol dire che la quantità di moto è COSTANTE NEL TEMPO

## CENTRO DI MASSA:

$$\begin{aligned} \frac{\vec{P}}{m_1 + m_2} &= \vec{v}_{cm} = \text{velocità del centro di massa} \\ &= \frac{m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2}{m_1 + m_2} \end{aligned}$$

$$\vec{r}_{cm} = \frac{m_1 \cdot \vec{r}_1 + m_2 \cdot \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$

↓

$\vec{r}_2$  coordinate!  
si troverà da qualche parte sulla congiungente dei 2 punti

PER SAPERE DOVE SI TROVA!

$$\vec{a}_{cm} = \frac{d^2 \vec{r}_{cm}}{dt^2} = \frac{m_1 \cdot \vec{a}_1 + m_2 \cdot \vec{a}_2}{m_1 + m_2} \quad (M = m_1 + m_2)$$

$$M \vec{a}_{cm} = m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_{TOT} \Rightarrow \vec{F}_{TOT} = M \cdot \vec{a}_{cm}$$

$$\vec{F}_{TOT} = \vec{F}_{interne} + \vec{F}_{esterne}$$

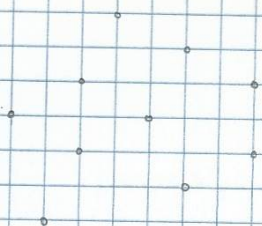
= 0 per il principio di azione e reazione

$$\vec{F}_{TOT} = M \cdot \vec{a}_{cm} = \sum \vec{F}_{esterne}$$

$M \cdot \vec{a}_{cm} = \vec{F}_e$

il centro di massa di un sistema con 2 punti si comporta come un oggetto puntiforme che si muove grazie alle forze esterne.

## SISTEMA CON n PUNTI



Ogni punto avrà :

$$\vec{r}_i, \vec{v}_i, m_i, \vec{a}_i, \vec{F}_i \rightarrow \vec{F}_{interne} + \vec{F}_{esterne}$$

CENTRO DI MASSA :

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum \vec{r}_i \cdot m_i}{\sum m_i}$$

$$\vec{v}_{CM} = \frac{\sum \vec{v}_i \cdot m_i}{\sum m_i}$$

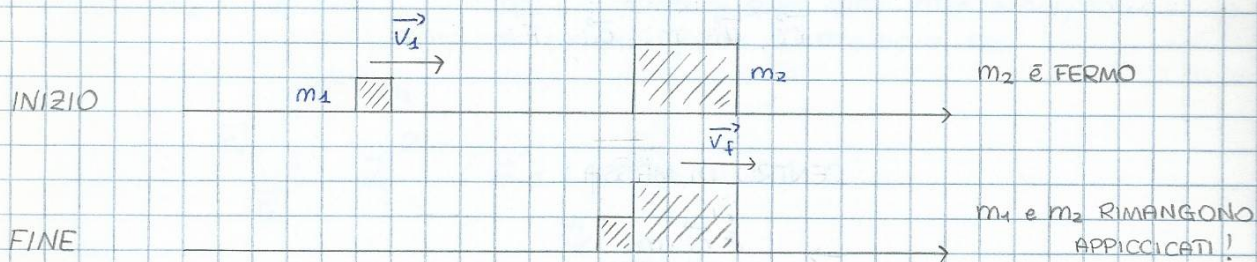
$$\vec{a}_{CM} = \frac{\sum \vec{a}_i \cdot m_i}{\sum m_i} = \frac{\sum \vec{F}_i}{\sum m_i} = \frac{\sum \vec{F}_{esterne}}{\sum m_i}$$

$$M = \sum m_i \Rightarrow M \cdot \vec{a}_{CM} = \sum \vec{F}_{esterne}$$



TRAIETTORIA CENTRO DI MASSA : continua a comportarsi come un corpo puntiforme

## Esempio :



•  $\vec{v}_f = ?$

•  $\Delta E_m = ?$

$$\vec{P} = \text{costante} \Rightarrow m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = \text{costante}$$

$$\begin{aligned} &= m_1 \cdot \vec{v}_1 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{INIZIO : } \vec{P} = m_1 \cdot \vec{v}_1 \\ \text{FINE : } \vec{P} = m_1 \cdot \vec{v}_f + m_2 \cdot \vec{v}_f \end{array} \right\} \text{UGUALI!} \\ &\Rightarrow \vec{v}_f = \frac{\vec{P}}{m_1 + m_2} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot \vec{v}_1 \end{aligned}$$

SOLO E. CIN.

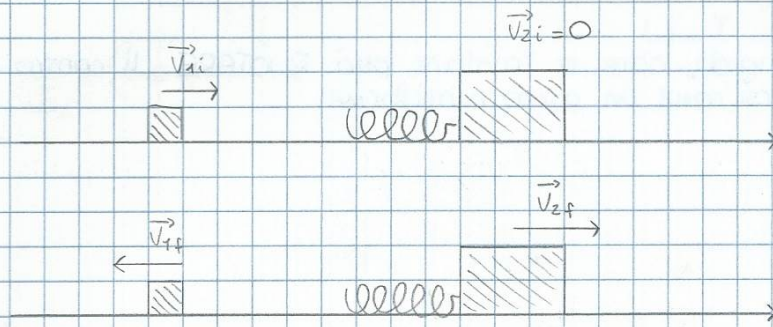
$$\begin{aligned} \Delta E_m &= \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_f^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \\ &= \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \left( \frac{m_1}{m_1 + m_2} \right)^2 v_1^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \\ &= \frac{1}{2} \frac{m_1^2}{m_1 + m_2} v_1^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 < 0 \rightarrow \text{l'energia meccanica diminuisce} \end{aligned}$$

Casi limite :

-  $m_2$  MOLTO GRANDE  $\rightarrow \Delta E_m = E_{c \text{ iniziale}} \rightarrow$  il corpo  $m_1$  si ferma!

-  $m_2$  MOLTO PICCOLO  $\rightarrow \Delta E_m \cong 0 \rightarrow$  il corpo non perde energia meccanica.

VEDI PROBLEMA n° 69 PAG 206 LIBRO 1



$$m_1 \vec{v}_{1i} + m_2 \vec{v}_{2i} = m_1 \vec{v}_{1f} + m_2 \vec{v}_{2f}$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2$$

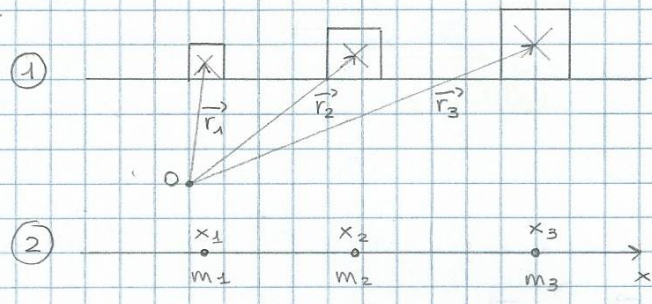
$$m_1 \vec{v}_{1i} = m_1 \vec{v}_{1f} + m_2 \vec{v}_{2f}$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2$$

# LA ROTAZIONE in un corpo rigido

Quando ho un corpo rigido, oltre a traslare, può RUOTARE. Il centro di massa, però, continua a muoversi come un corpo puntiforme.

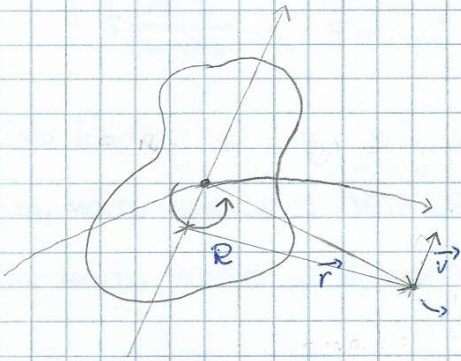
$$\vec{r}_{cm} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$$



$$\textcircled{2} \quad x_{cm} = \frac{x_1 \cdot m_1 + x_2 \cdot m_2 + x_3 \cdot m_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$= \frac{m_1}{M_{tot}} x_1 + \frac{m_2}{M_{tot}} x_2 + \frac{m_3}{M_{tot}} x_3$$

Se il sistema è vettoriale (1), devo fare questo procedimento per le coordinate x, y e z



rotazione  $\Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = \omega$  (velocità angolare)

$$|\vec{\omega}| = \omega = \frac{d\theta}{dt}$$

questo punto, quando il corpo ruota, descrive un'ORBITA

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \Rightarrow v = \omega \cdot r \cdot \sin \theta = \omega \cdot R$$

$$E_c = \sum \frac{1}{2} m_i \cdot v_i^2$$

$$= \sum \frac{1}{2} m_i \cdot v_i^2 = \frac{1}{2} \sum m_i \cdot \omega^2 \cdot R_i^2$$

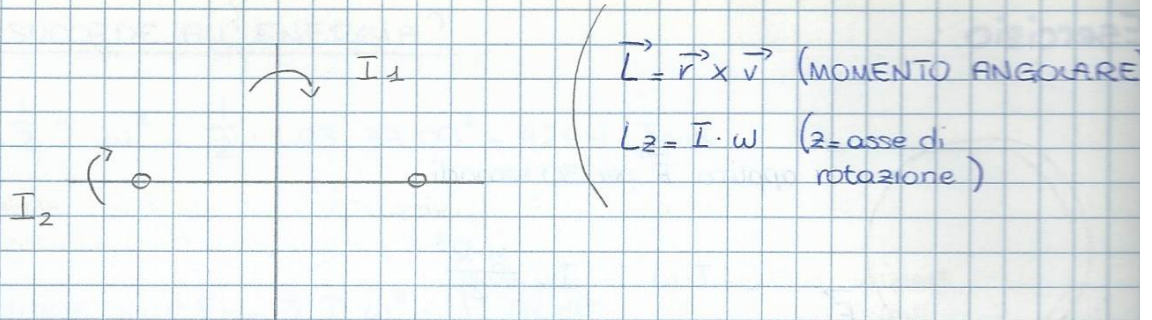
$$= \omega^2 \cdot \frac{1}{2} \sum m_i \cdot R_i^2$$

$$= \frac{\omega^2 I}{2}$$

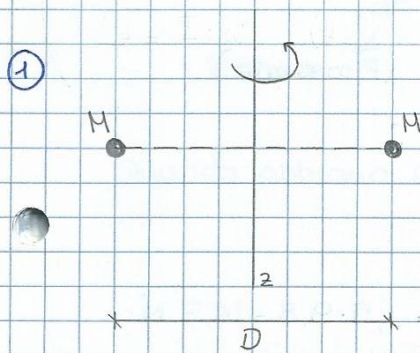
**MOMENTO D'INERZIA** rispetto all'asse di rotazione

$$I = \sum m_i \cdot R_i^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} I \cdot \omega^2$$



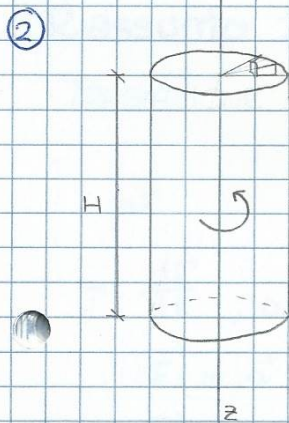
**Esempio:**



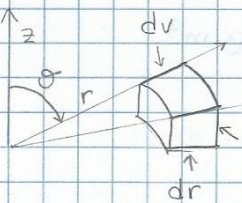
$R =$  distanza tra punto e asse di rotazione

$$I = \sum m_i \cdot R_i^2$$

$$= M \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 + M \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 = \frac{M \cdot D^2}{2}$$



$$I = \sum m_i \cdot R_i^2$$



prendo un elemento di volume, per poi considerarlo come un punto!

$$dv = dr \cdot dz \cdot r \cdot d\theta$$

distanza di ogni punto con l'asse

$dm = \rho \cdot dv \rightarrow$  massa del "volumetto"  
 $\rightarrow$  densità (costante)

$$I = \int dm \cdot r^2$$

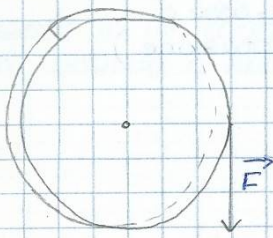
$$= \int_0^H \int_0^{2\pi} \int_0^R \rho \cdot dr \cdot dz \cdot r \cdot d\theta \cdot r^2 = \iiint \rho \cdot r^3 \cdot dr \cdot dz \cdot d\theta$$

INTEGRALE TRIPLO

$$I = \rho \cdot 2\pi \cdot H \cdot \int_0^R r^3 \cdot dr = \rho \cdot 2\pi \cdot H \cdot \frac{r^4}{4} \quad (\text{Cilindro} = \pi \cdot r^2 \cdot H)$$

$$= \frac{\rho \cdot V \cdot r^2}{2} = \frac{M \cdot r^2}{2} \quad (\rho \cdot V = \text{massa totale})$$

## Esercizio :



applico  $\vec{F}$  per 30 secondi

$$L = I \cdot \omega \quad I = \frac{M \cdot R^2}{2} \quad \text{massa}$$

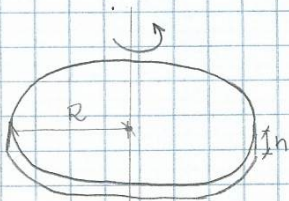
$$\frac{dL}{dt} = M = I \cdot \frac{d\omega}{dt} \quad \text{momento della forza}$$

momento  $M = I \cdot \frac{d\omega}{dt} \rightarrow dt \cdot M = I \cdot d\omega$

$$\int M \cdot dt = I \cdot \int d\omega \Rightarrow M \cdot \Delta t = I \cdot \Delta \omega \quad (\vec{F} \text{ costante})$$

$$\Delta \omega = \frac{M \cdot \Delta t}{I}$$

disco di ferro:



$h = 3 \text{ cm}$   
 $R = 25 \text{ cm}$   
 $\rho = 7,8 \text{ Kg/litro}$

$I = ?$

$\vec{F} = 1,5 \cdot 9,8 = 14,7 \text{ N}$   
 (forza di 1,5 Kg)

$$m = V \cdot \rho = \frac{3 \cdot 25^2 \cdot \pi}{10^3} \cdot 7,8 = 45,94 \text{ Kg} = \text{massa}$$

$$I = \frac{m \cdot R^2}{2} = \frac{45,94 \cdot 0,25^2}{2} = 1,43 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

$M = F \cdot R$  (non c'è il seno perché la forza è ortogonale al raggio)

$$= 14,7 \cdot 0,25 = 3,675 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Qual'è la velocità angolare finale?

$$\omega_f = \frac{M \cdot \Delta t}{I} = \frac{3,675 \cdot 30}{1,43} = 77,09 \text{ rad/s}$$

Qual'è la frequenza di rotazione?

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{77,09}{2 \cdot 3,14} = 12,26 \text{ Hz} \quad (\text{giri al secondo})$$

Qual'è il periodo di rotazione?

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2 \cdot 3,14}{77,09} = 0,081 \text{ s} \quad (\text{tempo per fare un giro})$$

## COSA SUCCEDDE ALL'ENERGIA?

$$E_c = \frac{1}{2} I \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,43 \cdot 77,09^2 = 4249 \text{ Joule}$$

TEOREMA ENERGIA  $\Rightarrow$  variazione di  $E_c =$  lavoro  
CINETICA

$$\text{ROTAZIONE} \Rightarrow \Delta E_c = \frac{1}{2} I \cdot \omega^2 = \int_{\theta_i}^{\theta_f} M \cdot d\theta$$

$\theta_i =$  ANGOLO INIZIALE  
 $\theta_f =$  ANGOLO FINALE

$$\frac{dE_c}{dt} = \frac{M \cdot d\theta}{dt}$$

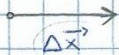
POTENZA  $\downarrow$   $M \cdot \frac{d\theta}{dt} = M \cdot \omega$

Quando abbiamo qualcosa che ruota  $\rightarrow$  POTENZA =  $M \cdot \omega$   
 $\uparrow$  coppia  $\uparrow$  # giri (motori)

18/04/2012

## Riassunto : i moti

• TRASLAZIONE (CORPO PUNTIIFORME)  $\Rightarrow$  il parametro importante è la MASSA



$$\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt}; \quad a = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

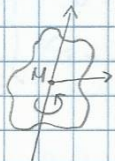
$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \Rightarrow \vec{F} = 0 \quad \vec{p} \text{ si conserva}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = L$$

$$\Delta E_c = L \vec{F}$$

• ROTAZIONE (CORPO RIGIDO)  $\Rightarrow$  il parametro importante è il MOMENTO D'INERZIA



$\theta$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

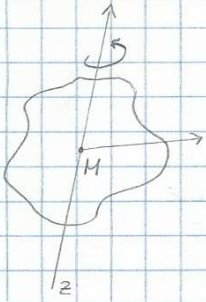
$$L_z = \vec{I} \cdot \omega \quad \vec{I} = \sum m_i R_i^2$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

$$E_c = \frac{1}{2} \vec{I} \cdot \omega^2$$



## Esempio: PROPRIETÀ DELLA ROTAZIONE



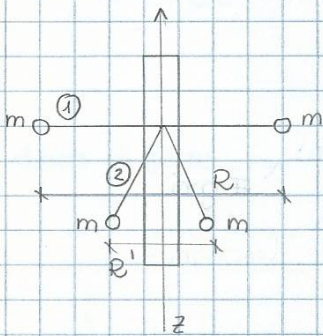
$$L_z = I \cdot \omega$$

$$\frac{dL_z}{dt} = I \cdot \frac{d\omega}{dt} = M_z \Rightarrow M_z = 0 \rightarrow L_z = \text{costante}$$

se non ho forze, il corpo continuerà a ruotare!

$$I = \sum m_i R_i^2$$

Prendiamo l'esempio di una pattinatrice:



① Braccia aperte:  $I$

$$\Rightarrow I' \ll I$$

② Braccia chiuse:  $I'$

$$L_z = I \cdot \omega = L_z' = I' \cdot \omega'$$

$$\omega' = \omega \cdot \frac{I}{I'} > \omega$$

$$m = 1 \text{ Kg}$$

$$R = 80 \text{ cm} = 0,8 \text{ m}$$

$$R' = 15 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$$

$$I = m \cdot R^2 = 1 \cdot 0,8^2$$

$$I' = m \cdot R'^2 = 1 \cdot 0,15^2$$

$$\Rightarrow \frac{I}{I'} = \left(\frac{0,8}{0,15}\right)^2 = 28,44$$

Quando porto le braccia (un peso) vicino al corpo, la mia velocità aumenta perché il momento angolare  $L$  deve rimanere costante prima e dopo!

$\Rightarrow$  Se cambia il momento d'inerzia, cambia la velocità angolare  $\omega$

## ESERCITAZIONE

① Angolo tra 2 vettori

$$\vec{F} = 6\vec{u}_x - 3,8\vec{u}_y$$

$$\vec{F}_1 = 9\vec{u}_x + 5\vec{u}_y$$

$$\left\{ \begin{aligned} \vec{F} \cdot \vec{F}_1 &= F \cdot F_1 \cdot \cos \alpha \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \vec{F} \cdot \vec{F}_1 &= (F_x \cdot F_{1x}) + (F_y \cdot F_{1y}) \end{aligned} \right.$$

$$= 54 - 19 = 35$$

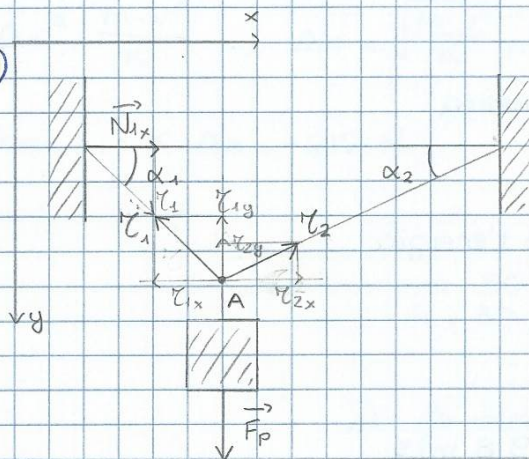
$$F = \sqrt{50,4} = 7,1$$

$$F_1 = \sqrt{106} = 10,3$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{35}{10,3 \cdot 7,1} = 0,47$$

$$\alpha = 61,96^\circ$$

②



$$M = 50 \text{ Kg}$$

$$\alpha_1 = 45^\circ \quad \text{a) } \tau_1 = ?$$

$$\alpha_2 = 30^\circ \quad \text{b) } \tau_2 = ?$$

c) reazione vincolare parete 1  
(componente orizz.) = ?

$$\text{Punto A} \Rightarrow \sum F = 0 \rightarrow F_p + \tau_1 + \tau_2 = 0$$

$$\text{Scompongo le forze secondo } x : 0 - \tau_{1x} + \tau_{2x} = 0$$

$$\text{a) } \tau_2 \cdot \cos 30^\circ - \tau_1 \cdot \cos 45^\circ = 0$$

$$\text{Scompongo le forze secondo } y : m \cdot g - \tau_{1y} - \tau_{2y} = 0$$

$$\text{a) } m \cdot g - \tau_2 \cdot \sin 30^\circ - \tau_1 \cdot \sin 45^\circ = 0$$

$$\text{a) } \left\{ \begin{aligned} m \cdot g - \tau_2 \cdot \sin 30^\circ - \tau_1 \cdot \sin 45^\circ &= 0 \end{aligned} \right.$$

$$\text{b) } \left\{ \begin{aligned} \tau_2 &= \frac{\tau_1 \cdot \cos 45^\circ}{\cos 30^\circ} \end{aligned} \right.$$

$$\text{a) } m \cdot g - \tau_1 \cdot \tan 30^\circ \cdot \cos 45^\circ - \tau_1 \cdot \sin 45^\circ = 0$$

$$m \cdot g = \tau_1 (\tan 30^\circ \cdot \cos 45^\circ + \sin 45^\circ) \rightarrow \tau_1 = \frac{m \cdot g}{\tan 30^\circ \cdot \cos 45^\circ + \sin 45^\circ} = 495 \text{ N}$$

a)

75

$$b) \boxed{C_2} = \frac{C_1 \cdot \cos 45^\circ}{\cos 30^\circ} = 363 \text{ N}$$

a)  $C_1$  agisce in tutta la fune 1; la componente, quindi, è la proiezione di  $C_1$  lungo l'asse x (orizzontale)

$$\vec{N}_{1x} = C_1 \cdot \cos 45^\circ = 314 \text{ N}$$

3)

$\overline{AB} = \text{no attrito}$   
 $\overline{BD} = \text{attrito}$   
 $m = 18 \text{ Kg}$   
 $R = 20 \text{ m}$   
 $\mu_D = 0,12$

a)  $v_{AB} = ?$   
 b) distanza su BD prima di fermarsi = ?

Punto C  $\rightarrow$  NO E cinetica (il corpo è fermo)

$$1) E_c = U = m \cdot g \cdot R$$

Punto A  $\rightarrow$  l'energia potenziale diventa cinetica

$$2) E_A = E_c(A) = \frac{1}{2} m \cdot v_A^2 = E_B$$

Punto D  $\rightarrow$  l'attrito fa svanire pian piano l'energia

$$E_c = E_A = E_B \neq E_c$$

$$a) \overset{1)}{m \cdot g \cdot R} = \overset{2)}{\frac{1}{2} m \cdot v_A^2} \rightarrow v_A = \sqrt{2 \cdot g \cdot R} = 19,8 \text{ m/s}$$

$$b) \vec{F}_{att} = \vec{F}_p \cdot \mu_D \Rightarrow m \cdot g \cdot \mu_D = m \cdot a \rightarrow a = g \cdot \mu_D = 1,18 \text{ m/s}^2$$

$$F = m \cdot a = F_{att}$$

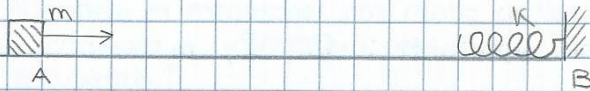
$$\Delta x = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad \text{MOTO UNIF. DECELERATO}$$

$$v = v_0 - a \cdot t = 0 \text{ perché voglio che si fermi} \rightarrow v_0 = a \cdot t \rightarrow t = \frac{v_0}{a}$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{v_0^2}{a} - \frac{1}{2} a \cdot \frac{v_0^2}{a^2}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{v_0^2}{a} \rightarrow a = m \cdot g = 164 \text{ m}$$

4)



$m = 2 \text{ Kg}$

$v = 15 \text{ m/s}$

$K = 100 \text{ N/m}$

massima forza nell'impatto con la molla = ?

Quando il corpo arriva sulla molla, l'energia cinetica si trasforma in energia potenziale elastica.

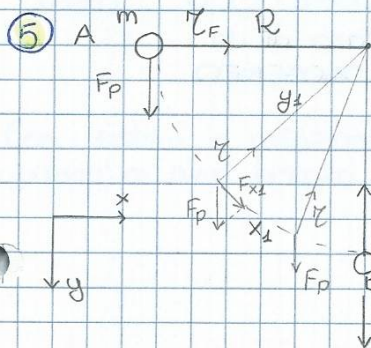
La forza è MAX quando il  $\Delta x$  è MAX, cioè quando la velocità è nulla e l'energia è tutta trasformata.

$$\left. \begin{aligned} E_A &= +\frac{1}{2} m \cdot v^2 \\ E_B &= +\frac{1}{2} K \cdot \Delta x^2 \end{aligned} \right\} \text{conservazione energia: } E_A = E_B$$

$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} K \cdot \Delta x^2$$

$$\Delta x^2 = \frac{m \cdot v^2}{K} \rightarrow \Delta x = \sqrt{\frac{m \cdot v^2}{K}} = 2,12 \text{ m}$$

$$F_{\text{max}} = -K \cdot \Delta x = -212 \text{ N}$$



$m = 50 \text{ Kg}$

$L = 30 \text{ m}$

a)  $v_{\text{max}} = ?$

b)  $T_{\text{max}} = ?$

a) la velocità è massima quando  $h = 0$  ( $h$  è minima)

$$E_c(A) + U(A) = E_c(B) + U(B)$$

FERMO  $h = 0$

$$\Delta U = \Delta E_c$$

$$m \cdot g \cdot R = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \rightarrow \boxed{v} = \sqrt{2 \cdot g \cdot R} = 24 \text{ m/s}$$

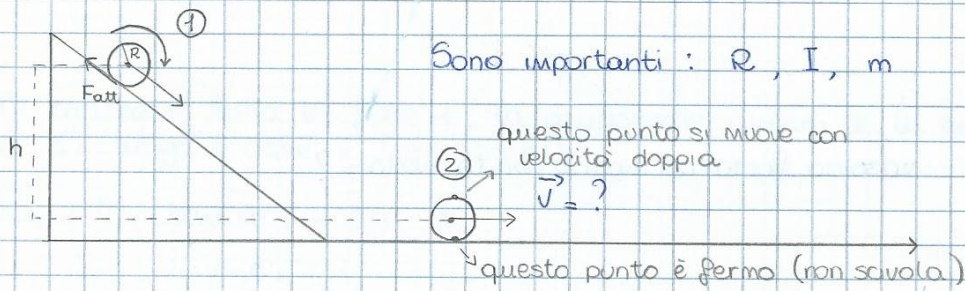
$$b) \sum \vec{F}_i = m \cdot \vec{a}_c \rightarrow \vec{F}_g + \vec{T}_F = m \cdot \vec{a} \rightarrow \left. \begin{aligned} x: 0 + T_F &= m \cdot a_x \\ y: F_g - T_F &= m \cdot a_y \end{aligned} \right\} \text{non mi conviene prendere i soliti assi}$$

la Tensione, quindi, è MAX quando il seno è MIN, cioè nel punto verticale (B)

$$\leftarrow \begin{aligned} F_{x1} &= F_p \cdot \cos \theta \\ F_{y1} &= F_p \cdot \sin \theta - T \end{aligned}$$

$$\begin{cases} mg - T = m \cdot a \\ a = \frac{v^2}{R} \end{cases} \Rightarrow \boxed{T} = mg + m \cdot a = 1450 \text{ N}$$

## Esempio :



Sono importanti :  $R$ ,  $I$ ,  $m$

questo punto si muove con  
velocità doppia.

$$\vec{v} = ?$$

questo punto è fermo (non scivola.)

Che agisce sul mio corpo, c'è anche una FORZA D'ATIRIO, che però non fa lavoro:  
il suo compito è quello di METTERE IN ROTAZIONE IL CORPO.

$$\begin{aligned} m \cdot g \cdot h &= U \quad \textcircled{1} \longrightarrow E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \quad \textcircled{2} \quad \text{velocità centro di massa} \\ &= \frac{1}{2} m \cdot v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I \cdot \omega^2 \end{aligned}$$

$$\text{Cilindro omogeneo : } I = \frac{m \cdot R^2}{2}$$

$$\text{Velocità di rotolamento perfetta : } \omega = \frac{v}{R}$$

$$\begin{aligned} \Downarrow \\ E_c &= \frac{1}{2} m \cdot v_{cm}^2 + \frac{1}{2} \frac{m \cdot R^2}{2} \cdot \frac{v_{cm}^2}{R^2} \\ &= \frac{1}{2} m \cdot v_{cm}^2 + \frac{1}{4} m \cdot v_{cm}^2 = \frac{3}{4} m \cdot v_{cm}^2 \end{aligned}$$

Solo nel caso di un  
CILINDRO OMOGENEO

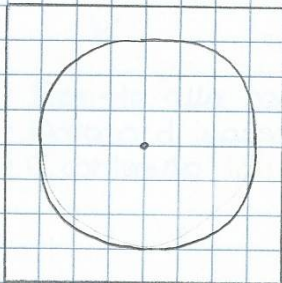
$$\Downarrow \\ m \cdot g \cdot h = \frac{3}{4} m \cdot v_{cm}^2 \longrightarrow v_{cm} = \sqrt{\frac{4}{3} g \cdot h}$$

## Esercizio:

Supponiamo di mettere in rotazione una ruota di ferro con  $\phi = 2\text{ m}$  e spessore =  $50\text{ cm}$   
da mettiamo in rotazione a  $10'000$  giri/min.

• Quanta  $E_c$  ho dentro?

• Se mi costa  $0,25\text{ €}$  al  $\text{Kwh}$  quanti soldi devo spendere per portarla da  $0$  a  $10'000$  giri/min?



$$R = 1\text{ m}$$
$$s = 50\text{ cm}$$

$$E_c = ?$$

$$\rho = 7800$$

$$I = \frac{m \cdot R^2}{2} \quad \left( m = \rho \cdot \pi R^2 \cdot s \right)$$
$$= 6126 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$
$$= 12'252 \text{ Kg}$$

$$\omega = \frac{10^4 \cdot 2\pi}{60} = 1047 \text{ rad/sec}$$

giù per trasformarlo in rad/sec

→ devo fare in modo, con dei cuscinetti ad aria, che l'attrito sia minimo!

$$E_c = \frac{1}{2} I \cdot \omega^2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 6126 \cdot (1047)^2 = 3 \cdot 10^9 \text{ J}$$

$$1 \text{ Kwh} = 10^3 \cdot 3600 \text{ J}$$
$$= 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

$$\Rightarrow \frac{3 \cdot 10^9}{3,6 \cdot 10^6} = 8,3 \cdot 10^2 = 830 \text{ Kwh}$$

$$\text{Costo} : 0,25 \cdot 830 = 207,5 \text{ €}$$

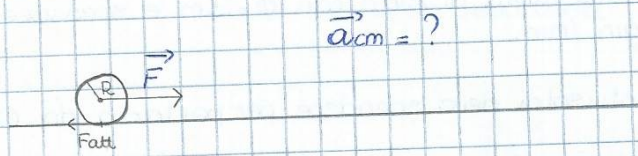
Con i sistemi in rotazione, quindi, posso immagazzinare l'energia per usarla quando ne avrò bisogno.

VOLANO = massa che ruota, e che immagazina energia nelle auto.

COMPITO: NO moto smorzato e moto relativo ↓

LUNEDÌ 7 MAGGIO → COMPITINO  
aula 1 II stecca

## Esempio :



$$\vec{F}_{\text{rot}} = m \cdot \vec{a} = \vec{F} - \vec{F}_{\text{att}} = m \cdot \vec{a}$$

↳ tale da non far scivolare il corpo, ma di farlo ruotare, quindi tale da produrre un momento  $M$

$$\frac{dL_z}{dt} = \dot{M}_z = I \cdot \frac{d\omega}{dt} = I \cdot \frac{dv}{dt} \cdot \frac{1}{R} = \boxed{I \cdot \frac{a}{R}}$$

$$M = F_{\text{att}} \cdot R = I \cdot \frac{a}{R} \Rightarrow F_{\text{att}} = \frac{I \cdot a}{R^2}$$

$$\Rightarrow F - F_{\text{att}} = m \cdot a \rightarrow F - \frac{I \cdot a}{R^2} = m \cdot a$$

$$\rightarrow F - \frac{m \cdot R^2}{2} \cdot \frac{a}{R^2} = m \cdot a = \boxed{F = \frac{3}{2} m \cdot a}$$

$$\Rightarrow a_{\text{cm}} = \frac{2}{3} \frac{F}{m}$$