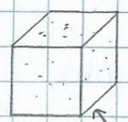
I CORPI FLUIDI FLUIDO-DINAMICA

23/04/2012

FLUIDO = materiale che può essere liquido o gassoso, dotato di massa;
NON RESISTE a TRAZIONE O TAGLIO
RESISTE a COMPRESSIONE
↳ oppone una forza quando lo comprimo

⇓

1) • Resiste alla compressione
2) • Dotato di massa
3) • È contenuto (altrimenti si disperde nello spazio)

② 

$m \; ; \; V_e$

$V_e =$ Volume elementare

$$\rho = \frac{m}{V_e} = \underline{\text{DENSITÀ}} \rightarrow m = \rho \cdot V_e \quad [Kg/m^3]$$

$\rho = \text{costante} \Rightarrow m = \rho \cdot V$

$\rho = \rho(x;y;z) \Rightarrow m = \int \rho \, dV$ 

↳ NON costante

LIQUIDO ⇒ ρ costante ⇒ sono INCOMPRIMIBILI

ES. $\rho_{H_2O} = 1000 \; Kg/m^3$

$\rho_{BENZINA} \cong 700 \; Kg/m^3$

$\rho_{GPL} \cong 600 \; Kg/m^3$

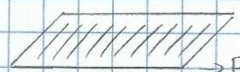
$\left(\rho_{ARIA} = 1 \; Kg/m^3 \right)$ 1atm

↳ quando parlo di gas, devo specificare la pressione

① ③

$$\frac{\text{Forza}}{\Sigma\,\text{superficie}} = \underline{\text{PRESSIONE}} \qquad \left[\frac{N}{m^2} = Pa\right] \text{Pascal}$$

↳ Forza che agisce su una superficie

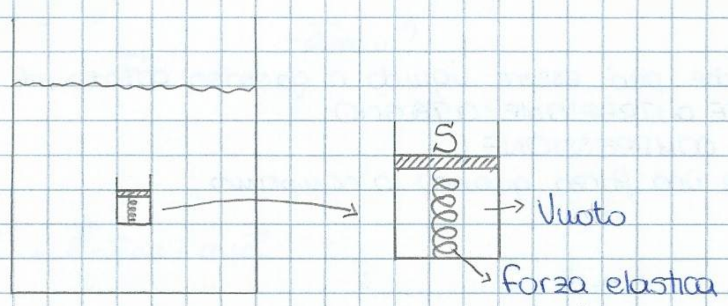
ES.  → piede

$S = 30\,cm \times 8\,cm = 240\,cm^2 \rightarrow = 240 \cdot 10^{-4}\,m^2$

$F = m \cdot g = 75 \cdot 9{,}8 = 735\,N$

Pressione del piede sul pavimento = ? → $P = \frac{735}{240 \cdot 10^{-4}} = 30'625\,Pa$

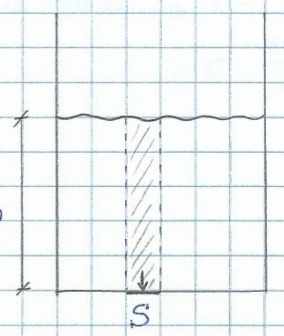
Come calcolo la PRESSIONE di un FLUIDO? (vale anche per i gas)



$$P \cdot S = F = K \cdot \Delta x$$

$$P = \frac{K \cdot \Delta x}{S}$$

Ciò che posso notare, è che man mano che scendo, la pressione aumenta, perché la colonna d'acqua sovrastante aumenta di volume.



$$P = \frac{F}{S} = \frac{m \cdot g}{S} = \frac{\rho \cdot V\, g}{S} = \frac{\rho \cdot S \cdot h\, g}{S}$$

$$\rightarrow \boxed{P = \rho \cdot h \cdot g}$$

g indica che ci troviamo in un CAMPO DI ACCELERAZIONE

Esempio:

$\rho_{H_2O} = 10^3 \ Kg/m^3$

$h = 20 \ m$

$P = ? \rightarrow Pa$ e Kg/cm^2

$$P = \rho \cdot g \cdot h = 10^3 \cdot 9{,}8 \cdot 20 = 1{,}96 \cdot 10^5 \ Pa = \frac{N}{m^3}$$

$$\rightarrow \frac{1{,}96 \cdot 10^5}{10^4} = 19{,}6 \ N/cm^2 \rightarrow \frac{19{,}6}{9{,}8} = 2 \ \frac{Kg}{cm^2}$$

~ o ~

N.B. $\rightarrow$ la pressione È INDIPENDENTE dalla forma del recipiente!

$\Downarrow$

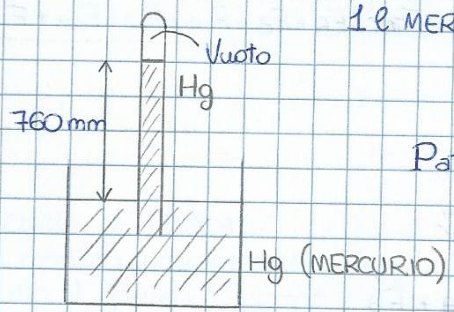
PRINCIPIO di PASCAL

Come facciamo a misurare la PRESSIONE ATMOSFERICA?

= "peso della colonna d'aria sopra la nostra testa"

PROBLEMA → la pressione dell'aria non è costante!

BAROMETRO di TORRICELLI:



1 l MERCURIO = 13 Kg $\rho_{Hg} = 13579 \; Kg/m^3$

$$P_{atm} = \rho_{Hg} \cdot g \cdot \underset{760mm}{h} = 13579 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}76 \cong 101 \cdot 10^3 \; Pa$$

IMPORTANTE → 1 bar = 1 atm = 760 mm Hg = $101 \cdot 10^3$ Pa = 1000 mbar (MILLIBAR) = 1013,6 hPa (ETTOPASCAL)

1 atm = PRESSIONE ATMOSFERICA

Esercizio

Qual'è la differenza di pressione tra la testa ed i piedi di un uomo, espressa in mm di Hg. ($h = 1{,}70$)

$\Delta P = \rho \cdot g \cdot h$ → la differenza di pressione dipende solo dalla differenza di quota tra testa e piedi (h)

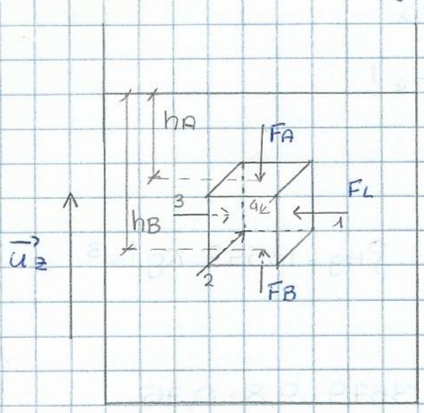
$\Delta P = 1000 \cdot 9{,}8 \cdot 1{,}70 = 16'660 \; Pa$

760 mm Hg = $101 \cdot 10^3$ Pa

$$\rightarrow \frac{16'660 \cdot 760}{101 \cdot 10^3} = 125{,}36 \; mm \; Hg$$

Esempio:

Prendo un corpo e lo immergo in un fluido



in ogni faccia agisce una forza

$F_A = S \cdot P_A$

$F_L = S \cdot P_L$

$F_B = S \cdot P_B$

$$\vec{F}_{TOT} = \vec{F_A} + \vec{F_B} + \vec{F}_{L1} + \vec{F}_{L2} + \vec{F}_{L3} + \vec{F}_{L4}$$

Le forze laterali si annullano perché sono opposte e alla stessa altezza.

⇓

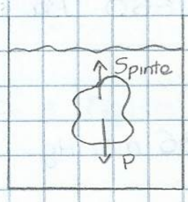
$$\vec{F}_{TOT} = -\vec{F_A} + \vec{F_B}$$
$$= (S \cdot P_B - S \cdot P_A)\vec{u}_z$$
$$= S(\rho \cdot g \cdot h_B - \rho \cdot g \cdot h_A)\vec{u}_z$$
$$= S \, \rho \cdot g \, \underbrace{(h_B - h_A)}_{h \text{ CORPO}} \vec{u}_z$$
$$= \rho \, g \, V \, \vec{u}_z$$
$$= m \, g \cdot \vec{u}_z$$

PRINCIPIO DI ARCHIMEDE

"La spinta che il corpo riceve dal basso verso l'alto è pari al peso del volume di liquido spostato"

Peso corpo $= \rho_{corpo} \cdot V \cdot g$

Spinta Archimede $= \rho_{fluido} \cdot V \cdot g$

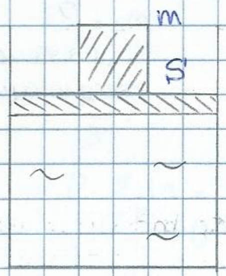


$\rho_{corpo} < \rho_{fluido}$
→ IL CORPO VÀ IN ALTO

$\rho_{corpo} > \rho_{fluido}$
→ IL CORPO VÀ IN BASSO

24/04/2012

PRINCIPIO di PASCAL



m = massa complessiva
S = superficie pistone

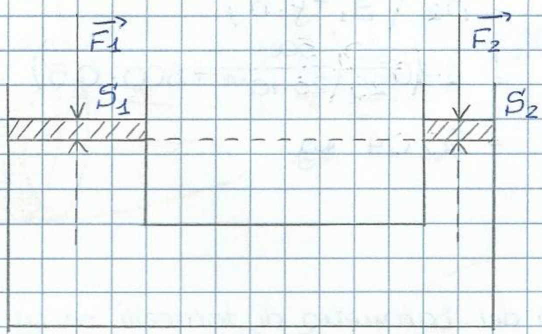
$$P = \rho \cdot g \cdot h + \frac{m \cdot g}{S}$$

PRINCIPIO di PASCAL:
Se io applico una pressione aggiuntiva, il fluido la trasferisce istantaneamente su tutto il fluido.

In realtà, la pressione si trasmette alla VELOCITÀ DEL SUONO

- Come posso utilizzare questo principio?

PRINCIPIO dei VASI COMUNICANTI



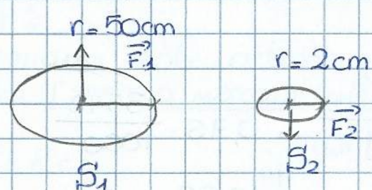
Supponiamo che i 2 pistoni siano alla stessa altezza

$P = \rho \cdot g \cdot h + P_{esterna}$ $\Rightarrow$ $P \cdot S_1 = F_1$; $P \cdot S_2 = F_2$ PERCHÈ IL SISTEMA SIA IN EQUILIBRIO

$\Downarrow$

$$F_1 = F_2 \cdot \frac{S_1}{S_2}$$

N.B.



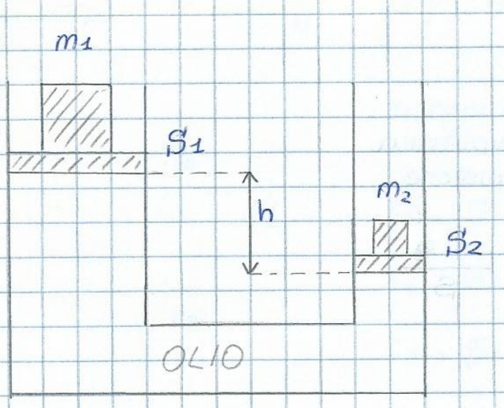
Se metto una forza $\vec{F_2}$ su S_2 (la + piccola) in S_1 ottengo una forza amplificata $\vec{F_1}$ del rapporto tra le 2 superfici

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi r_1^2}{\pi \cdot r_2^2} = \frac{50^2}{2^2} \cong 600$$

$\Downarrow$

amplifico F_2 di $\cong 600$ volte

Esercizio :



$m_1 = 500$ Kg

$S_1 = 5 \times 5$ cm

$S_2 = 1 \times 1$ cm

$h = 50$ cm

$\rho_{olio} = 800$ Kg·m^3

$m_2 = ?$ (il sistema deve essere in equilibrio)

$$P_1 = \frac{m_1 \cdot g}{S_1}$$

$$P_2 = P_1 + \rho \cdot g \cdot h = \frac{m_2 \cdot g}{S_2}$$

perché c'è un dislivello

$$\Rightarrow \frac{m_1 \cdot g}{S_1} + \rho \cdot g \cdot h = \frac{m_2 \cdot g}{S_2}$$

$$m_2 = \frac{S_2}{\cancel{g}}\left(\frac{m_1 \cdot \cancel{g}}{S_1} + \rho \cdot \cancel{g} \cdot h\right) = S_2\left(\frac{m_1}{S_1} + \rho \cdot h\right) = 1 \cdot 10^{-4}\left(\frac{500}{25 \cdot 10^{-4}} + 800 \cdot 0{,}5\right) = 20{,}04 \text{ Kg}$$

Esercizio :

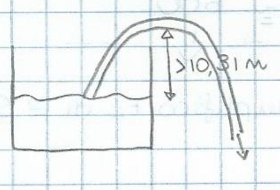
Quanto alta dovrebbe essere l'asta del barometro di torricelli se al posto del mercurio ci fosse dell' H_2O ?

$$\left.\begin{array}{l} \rho_{Hg} \cdot g \cdot h_{Hg} = 760 \text{ mm Hg} \\ P_A = \rho_{H_2O} \cdot g \cdot h_{H_2O} \end{array}\right\} \rho_{Hg} \cdot \cancel{g} \cdot h_{Hg} = \rho_{H_2O} \cdot \cancel{g} \cdot h_{H_2O}$$

$$\Downarrow$$

$$h_{H_2O} = h_{Hg} \cdot \frac{\rho_{Hg}}{\rho_{H_2O}} = 0{,}76 \cdot \frac{13579}{1000} = 10{,}32 \text{ m}$$

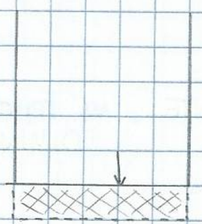
Uso questo principio quando svuoto x esempio le damigiane!



sennò l'acqua non esce più!

COM'È FATTO IL LAVORO QUANDO HO UN FLUIDO IN UN CONTENITORE?

$$d\mathcal{L} = \vec{F} \cdot \vec{ds}$$
$$= F \cdot ds$$
$$= \frac{F}{S} \cdot S\,ds$$
$$= P \cdot S\,ds = P \cdot dV$$

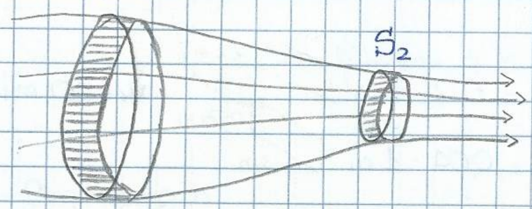


$\boxed{U = P \cdot V}$ ENERGIA POTENZIALE

⇓

Se ho un fluido sotto pressione, ho un'energia potenziale

CORPI FLUIDI IN MOVIMENTO



MOTO STAZIONARIO

= la quantità che entra deve essere uguale a quella che esce

→ $m_{ingresso} = m_{uscita}$

$$\rho \cdot S_1 \cdot v_1 \cdot \cancel{\Delta t} = \rho \cdot S_2 \cdot v_2 \cdot \cancel{\Delta t}$$

⇓

$\boxed{S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2}$ EQUAZIONE DI CONTINUITÀ

ENERGIA:

Se non abbiamo moti vorticosi che disperdono energia, noi possiamo pensare che l'energia meccanica si conserva

$$E_m = U + E_c$$
$$= P \cdot V + \frac{1}{2} m \cdot v^2 \qquad m = \rho \cdot V$$
$$= P \cdot \overbrace{S \cdot v \cdot \Delta t}^{V} + \frac{1}{2} \rho \cdot \overbrace{S \cdot v \cdot \Delta t}^{V} \cdot v^2$$

perché son tutti uguali

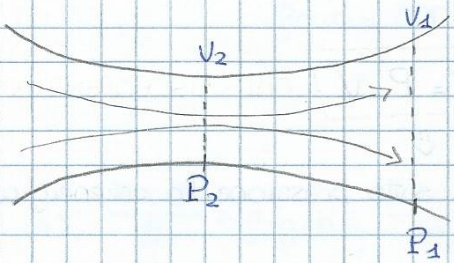
$$\Rightarrow P_1 \cdot \cancel{S_1 \cdot v_1} \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \rho \cdot \cancel{S_1 \cdot v_1} \cdot \Delta t \cdot v_1^2 = P_2 \cdot \cancel{S_2 \cdot v_2} \cdot \cancel{\Delta t} + \frac{1}{2} \rho \cdot \cancel{S_2 \cdot v_2} \cdot \cancel{\Delta t} \cdot v_2^2$$

$$\Rightarrow \boxed{P_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2}$$ EQUAZIONE di BERNULLI

Dall' equazione di Bernulli vedo che:

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho \left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

e siccome $P + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 = \text{COSTANTE}$, mi rendo conto che LA PRESSIONE DIMINUISCE PERCHÈ AUMENTA LA VELOCITÀ in una strettoia.



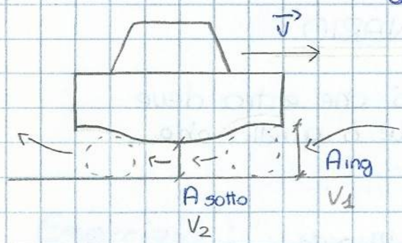
EFFETTO VENTURI

$P_2 < P_1$

$v_2 > v_1$

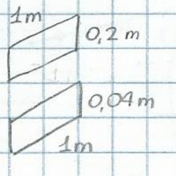
Esempio:

... Quanto può essere usato l'effetto venturi per le automobili ...



$A_{ingresso} = S_i = 0{,}2 \cdot 1\ m$

$A_{sotto} = S_s = 0{,}04 \cdot 1\ m$



$v_1 = 50\ m/s$

$\Delta P = ?$

$$\Delta P = \frac{1}{2} \rho \left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

$$v_2 = \frac{v_1 \cdot S_1}{S_2} = 50 \cdot \frac{0{,}2}{0{,}04} = 250\ m/s$$

$$\Delta P = \frac{1}{2} \rho \left(250^2 - 50^2\right) = \frac{1}{2} \cdot 1 \left(250^2 - 50^2\right)$$

$$= \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 \left(\frac{h_1^2}{h_2^2} - 1\right)$$ → ALTRA FORMULA (vedi pagina dopo!)

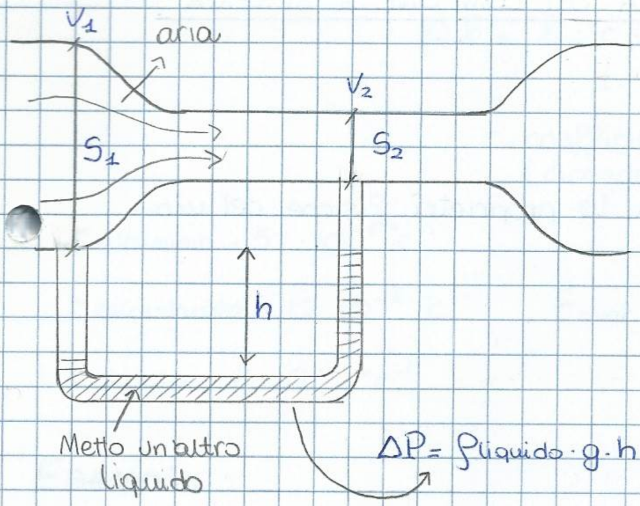
FINE 1° COMPITINO!

8/05/2012

... continuo CORPI FLUIDI IN MOVIMENTO!

$$\Rightarrow \begin{cases} S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 \\ P_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2 \end{cases}$$

Esempio :



$\Delta P = \rho_{liquido} \cdot g \cdot h$

$\Delta P = \rho liquido \cdot g \cdot h$

$P_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2 \rightarrow P_1 - P_2 = \Delta P = \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2$

$\Delta P = \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2$

$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 \rightarrow v_2 = v_1 \cdot \frac{S_1}{S_2}$

$\Delta P = \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 \frac{S_1}{S_2} - \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2$

$$\boxed{\Delta P = \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 \left(\frac{S_1^2}{S_2^2} - 1 \right)}$$

Per calcolare la velocità di un liquido

questa è la densità del liquido all'interno del condotto (x es l'aria)