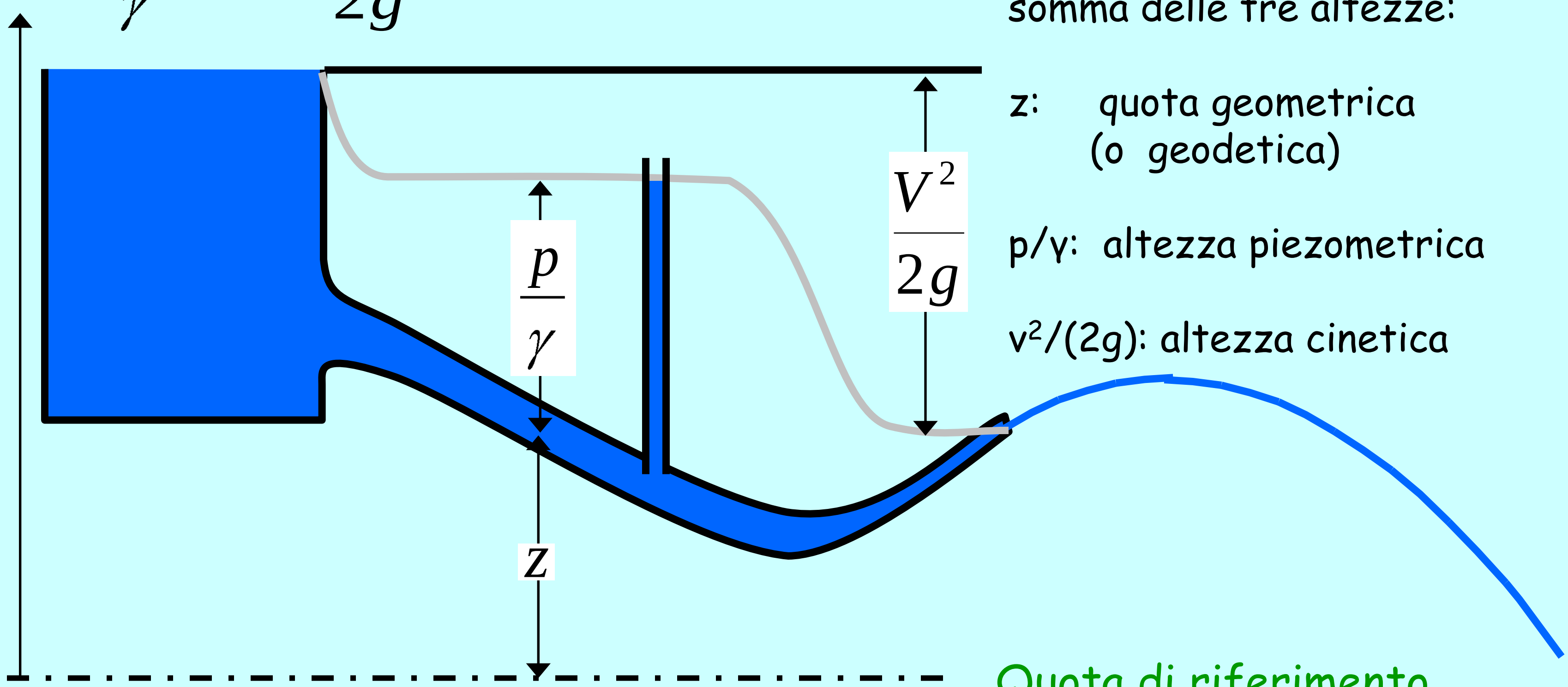
Idraulica e Idrologia: Lezione 16
Agenda del giorno

- **Conservazione dell'energia**
- **Applicazioni del teorema di Bernoulli alle correnti rettilinee**
- **Tubo di Pitot**
- **Efflusso libero da luci: luce di fondo, luce in parete.**

Teorema di Bernoulli: interpretazione geometrica - 1

Il teorema di Bernoulli, come ricavato per un tubo di flusso, è valido, per moto permanente, anche per una traiettoria.

$$\frac{p}{\gamma} + z + \frac{v^2}{2g} = const$$



Quindi, lungo la traiettoria di un fluido perfetto in moto permanente è costante la somma delle tre altezze:

z: quota geometrica (o geodetica)

p/γ: altezza piezometrica

$v^2/(2g)$: altezza cinetica

Quota di riferimento

Teorema di Bernoulli: analisi dimensionale

Verifichiamo qui che effettivamente i termini inseriti nell'equazione di conservazione dell'energia che abbiamo visto, sono riconducibili ad altezze:

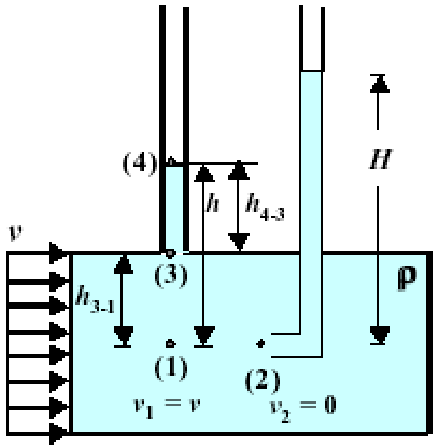
$$pressione: \frac{p}{\gamma} = \frac{FL^{-2}}{FL^{-3}} = L$$

$$posizione: z = L$$

$$energia\ cinetica: \frac{v^2}{2g} = \frac{L^2T^{-2}}{LT^{-2}} = L$$

Teorema di Bernoulli: applicazioni

Pressione statica, dinamica, totale – punto di ristagno



$p_2 = p_1 + (1/2)\,\rho\, v^2_1$

La pressione nel punto di ristagno è maggiore della pressione statica p_1 della quantità $(1/2)\,\rho\, v^2_1$, *pressione dinamica*

Pressione totale

$$p_T = p + (1/2)\,\rho\, v^2 + \gamma z$$

$$p + \frac{1}{2}\rho V^2 + \gamma z = \text{costante}$$

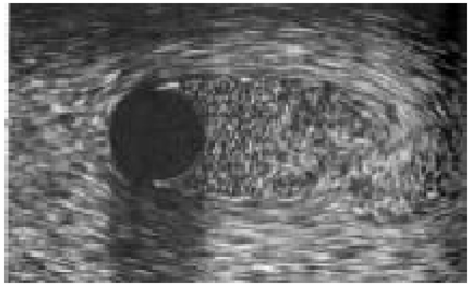
Ciascun termine può essere interpretato come una forma di pressione [N/m²]

p: pressione termodinamica (*pressione statica*)

$p_1 = \gamma\, h_{3\text{-}1} + p_3 = \gamma\, h$ (*come se il fluido fosse fermo*)

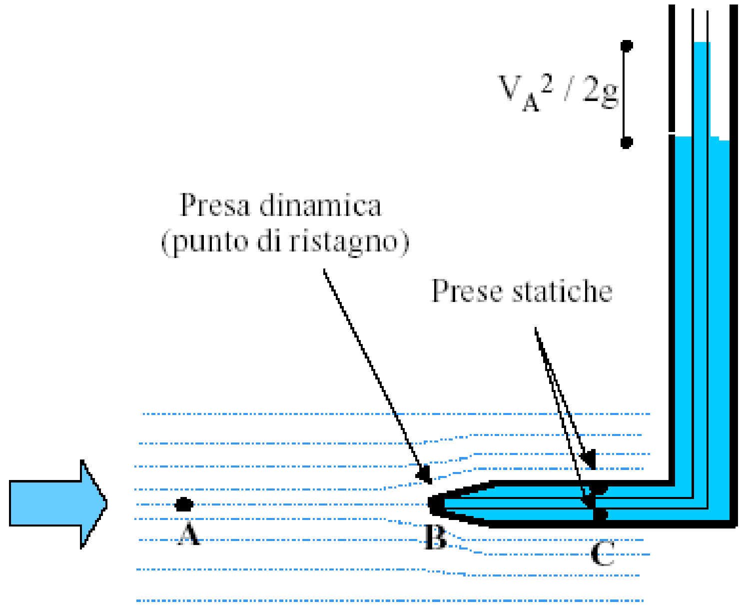
γz: pressione idrostatica - Variazione di pressione possibile per variazioni di energia potenziale del fluido, a seguito di cambiamenti di quota

$(1/2)\,\rho\, v^2$: pressione dinamica – Visualizzabile in (2), punto di ristagno



Teorema di Bernoulli: tubo di Pitot

Misura delle velocità – TUBO DI PITOT

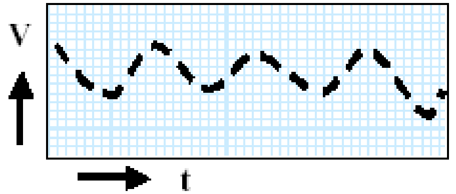


$$H_B = z_B + p_B/\gamma = H_A = z_A + p_A/\gamma + V_A^2/2g$$

$$V = \sqrt{2(p_B - p_A)/\rho}$$

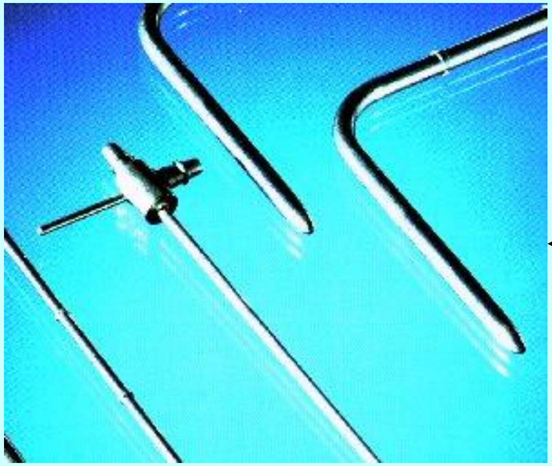
Abbinando al Pitot una cella di pressione è più facile acquisire l'andamento temporale delle velocità

Informazione in uscita



Tubo di Pitot - applicazioni

Il tubo di Pitot viene sovente applicato nell'industria aeronautica per la misura della velocità degli aeromobili (misurando la differenza di velocità fra l'atmsofera e l'aeromobile) e per la misura della velocità nelle tubazioni. Nota che l'apparecchio fornisce una misura puntuale.

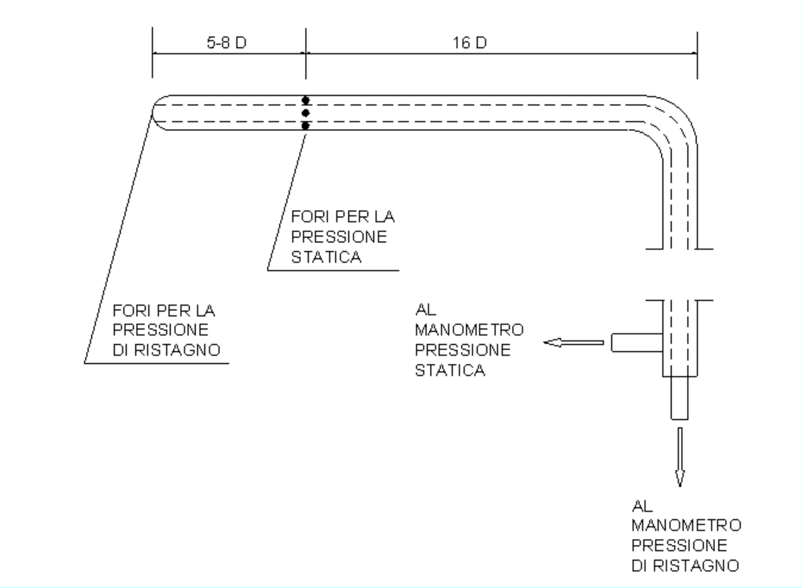


Varie tipologie dell'apparecchio.

Impiego del tubo di Pitot per la misura di velocità

U n aereo da turismo vola alla velocità di 200 km/h. Qual è la differenza di pressione segnalata dal tubo di Pitot installato a bordo come tachimetro, assumendo la densità dell'aria costante e pari a 1.2 Kg /m^3?

La differenza di pressione (Pa) fra il fluido indisturbato (presa statica) e quella di ristagno (Pb) è data dal teorema di Bernoulli

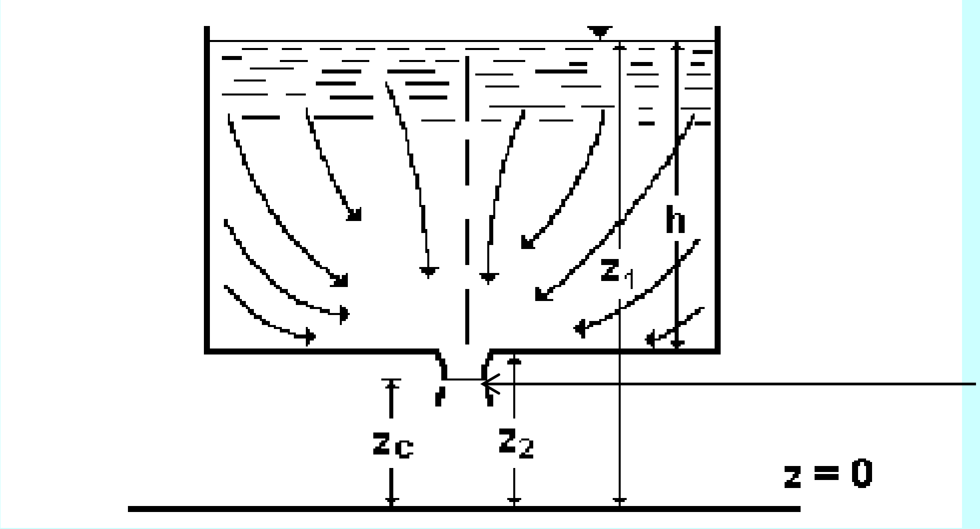


$$p_a + \frac{1}{2}\rho_a v^2 = p_b$$

Sostituendo:
V=55,5 m/s
La differenza di pressione è quindi pari a 1880 N/m^2, ovvero 1880 Pa.

Applicazioni del teorema di Bernoulli: efflusso dal fondo di un recipiente - 1

Si vuole determinare la portata effluente da un foro circolare, aperto nel recipiente della figura. Alle solite ipotesi occorre aggiungere quella che il recipiente sia di dimensioni tali per cui l'efflusso dal fondo non faccia variare di quota la superficie libera.
Esaminando sperimentalmente il processo di efflusso, si nota che la vena si contrae in corrispondenza della luce di efflusso, fino a raggiungere una sezione minima ad una certa distanza dalla luce stessa. Tale sezione minima viene chiamata sezione contratta.

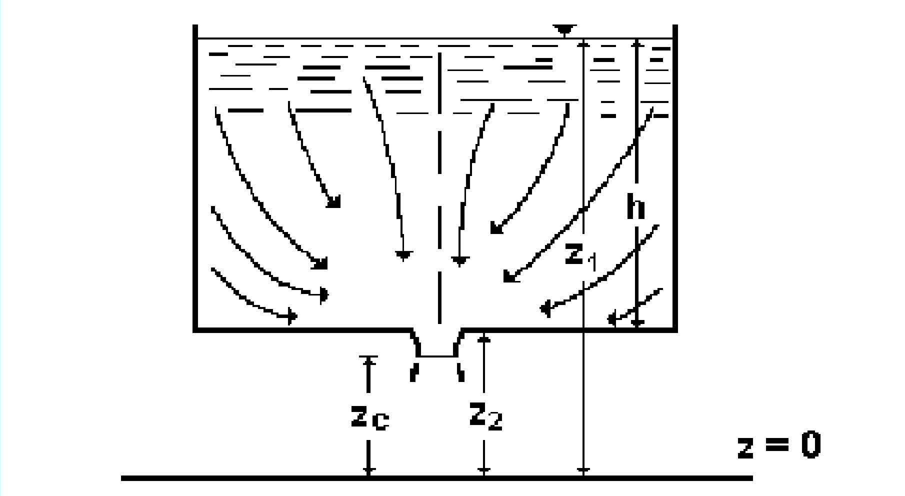


sezione contratta.

Applicazioni del teorema di Bernoulli: efflusso dal fondo di un recipiente - 2

Il fenomeno della contrazione è dovuto al fatto che tutte le traiettorie delle particelle subiscono presso la sezione di efflusso un brusco mutamento di direzione. Da convergenti verso il baricentro della luce devono prendere, in corrispondenza della sezione contratta, un andamento parallelo all'asse della luce stessa.

L'inerzia di cui sono dotate le particelle in uscita fa si che esse mantengono la direzione della propria traiettoria per un breve tratto oltre la luce. La sezione in le particelle prendono a scendere in caduta libera con traiettorie parallele, è appunto la sezione contratta.

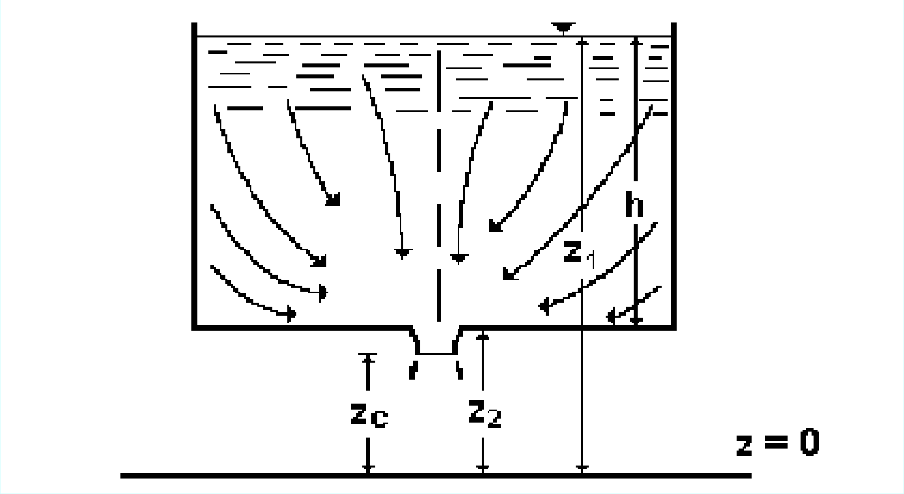


Applicazioni del teorema di Bernoulli: efflusso dal fondo di un recipiente - 3

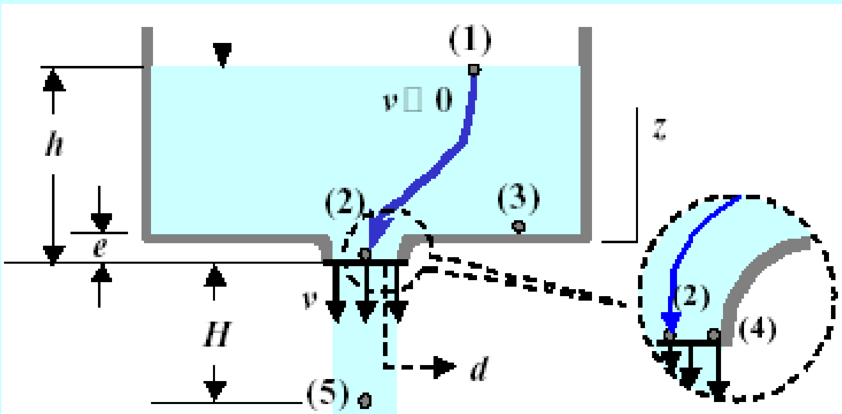
Nella sezione contratta si ripristina inoltre di nuovo la pressione atmosferica.
E' utile applicare il teorema di Bernoulli ad una traiettoria che congiunge le sezioni in corrispondenza della superficie libera e in corrispondenza della sezione contratta.

Chiamate z_1 la quota della superficie libera al piano di riferimento ($z = 0$) , z_2 la quota del fondo del recipiente, zc quello della sezione contratta, si osserva che:

1. in corrispondenza della superficie libera la pressione relativa e la velocità sono nulle: $v_1 = 0$ e $p_1 = 0$
-in corrispondenza della sezione contratta la pressione relativa risulta nulla: $p_c = 0$.



Applicazioni del teorema di Bernoulli: efflusso dal fondo di un recipiente - 4



$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

Tra due punti su di una traiettoria

Si applica l'equazione di conservazione della energia fra i punti (1) e (2) e fra i punti (2) e (5).

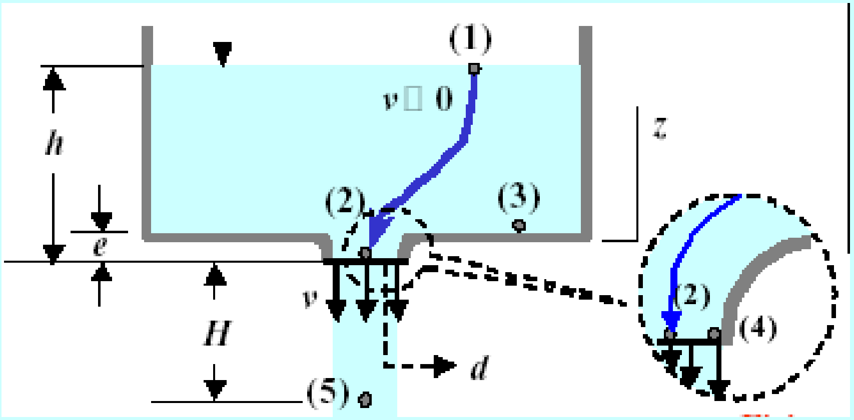
Tra (1) e (2): $h = v^2 / 2g \Rightarrow v = \sqrt{2\,g\,h}$ **TORRICELLI**

ottenibile anche scrivendo l'equazione di Bernoulli fra i punti (3) e (4): $v_3 \cong 0;\ p_3 = \gamma\,(h - e)$

Tra (2) e (5) il fluido accelera: $v_5 = \sqrt{2\,g\,(h + H)}$

Tutta l'energia potenziale di una particella è convertita in energia cinetica

Applicazioni del teorema di Bernoulli: efflusso dal fondo di un recipiente - 5



$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

Tra due punti su di una traiettoria

Nota:
La velocità torricelliana v:

$$v = \sqrt[2]{2gh}$$

è la stessa che le particelle raggiungerebbero se cadessero liberamente nel vuoto, senza interazione le une con le altre. Non poteva essere diversamente, date l'assunzione di fluido perfetto.