Fondamenti di idrologia

gli eventi estremi

Giancarlo Dalla Fontana
Università di Padova

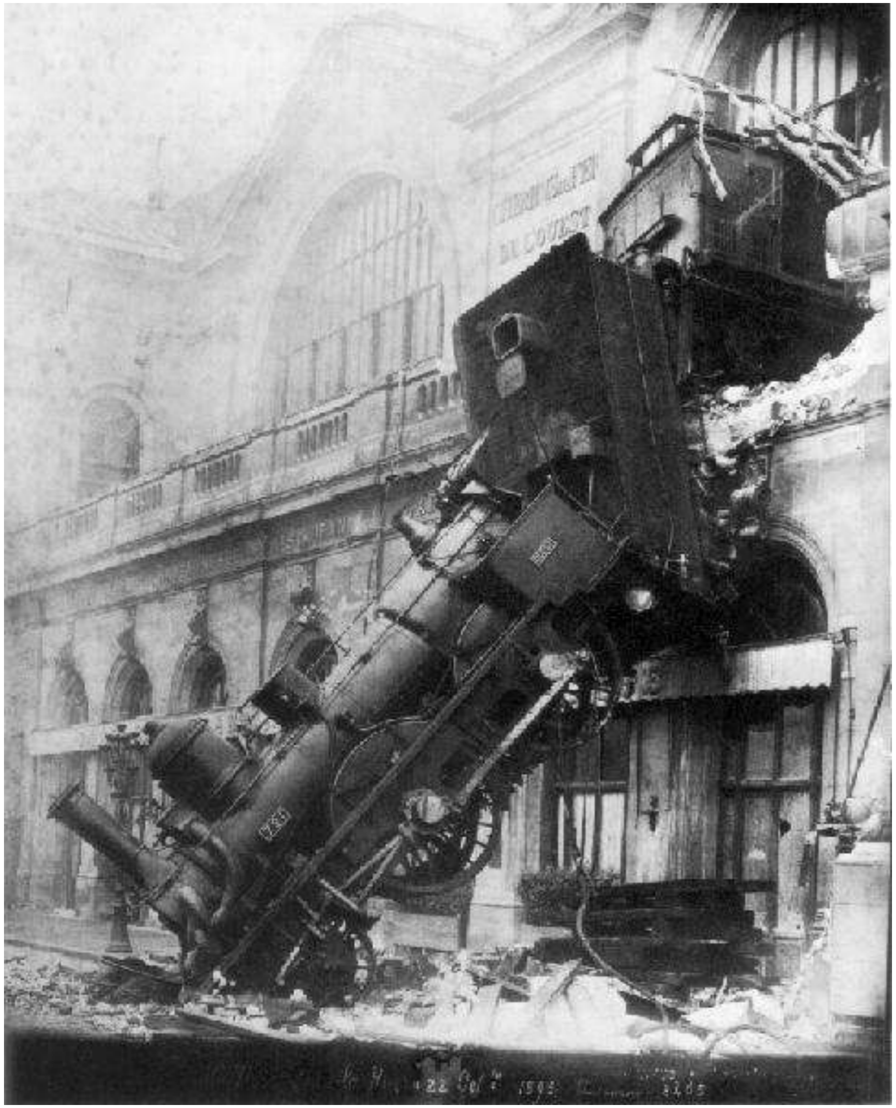
A.A. 2013/201

Che cos'è un evento estremo ?

Criteri di definizione

- Massimo/Minimo
- Magnitudo
- Rarità
- Danni conseguenti

"Man can believe the impossible, but man can never believe the improbable." - Oscar Wilde



Gare Montparnasse – 22 Ottobre 1895

Evento estremo

I mezzi di comunicazione: ………………………………. abusano del termine
"un evento eccezionale, mai verificatosi a memoria d'uomo",
"non si ricorda niente di simile",
"si è trattato di un evento estremo fuori dall'ordinario",
"senza precedenti", "mai visto prima"

La memoria umana ……………………… " corta … e altamente selettiva "

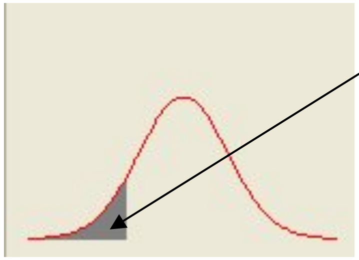
Definizione di evento estremo secondo IPCC 2001

WMO UNEP

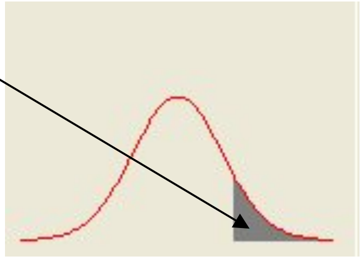
INTERGOVERNMENTAL PANEL ON CLIMATE CHANGE

Un evento meteorico estremo è un evento che è raro con riferimento alla sua distribuzione statistica in un dato luogo. La definizione di "raro" è variabile, ma un evento estremo dovrebbe normalmente essere "raro" o "più raro" del 10^{mo} o del 90^{mo} percentile.

Eventi estremi

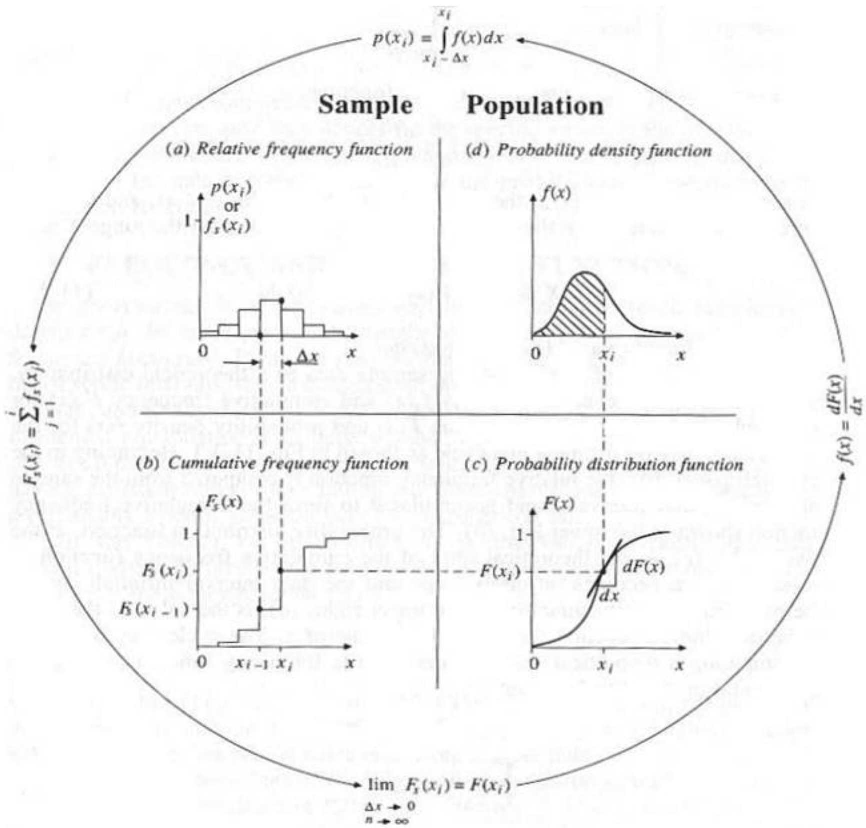


Analisi di Frequenza ?



Analisi statistica degli eventi estremi

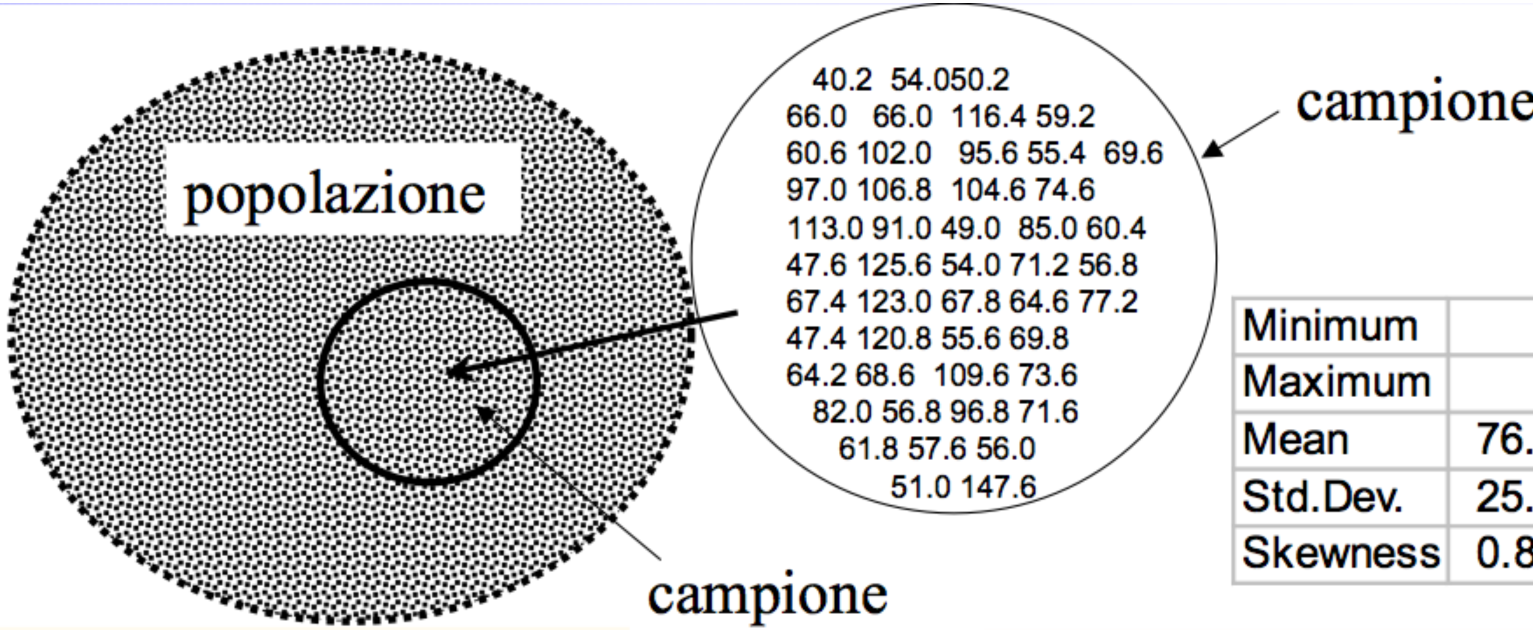
L'obiettivo principale dell'analisi statistica dei dati idrologici è quello di collegare la **magnitudo** degli eventi estremi alla loro **frequenza di accadimento** tramite l'impiego di distribuzioni di probabilità. L'insieme dei dati disponibili viene considerato come un **campione** estratto da una ipotetica **popolazione** di dimensione infinita.



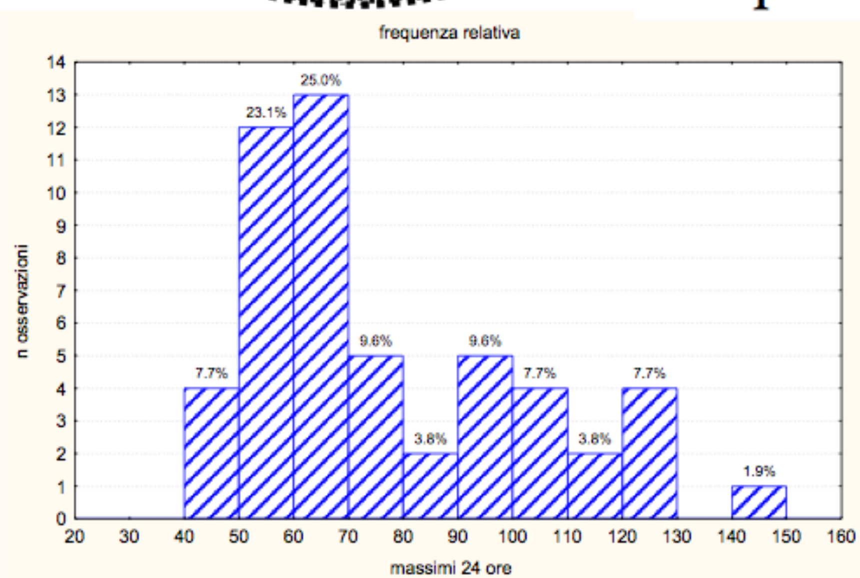
Le funzioni di **frequenza relativa** e di **frequenza cumulata** sono definite per il campione.

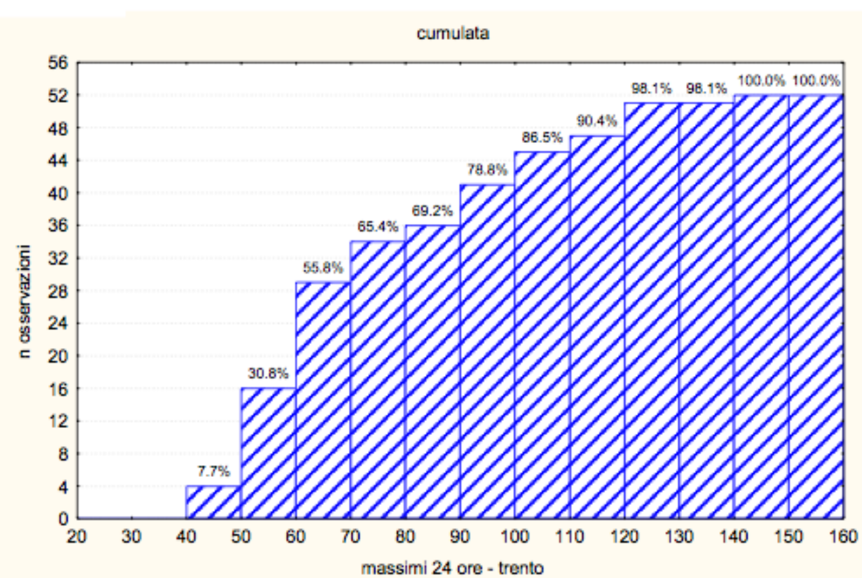
Le funzione di **densità di probabilità f(x)** e di **probabilità F(x)** rappresentano le equivalenti funzioni per la popolazione. In particolare F(x) è la probabilità che la variabile X assuma un valore compreso fra 0 ed x, che sia quindi minore di x. In tal caso F(x) indica la **probabilità di non superamento.**

Campione e Popolazione



Minimum	40.2
Maximum	147.6
Mean	76.79615
Std.Dev.	25.51501
Skewness	0.866746





Parametri statistici

L'obiettivo della statistica è quello di estrarre l'informazione essenziale da un insieme di dati sintetizzandolo in un certo numero di parametri.

popolazione **campione**

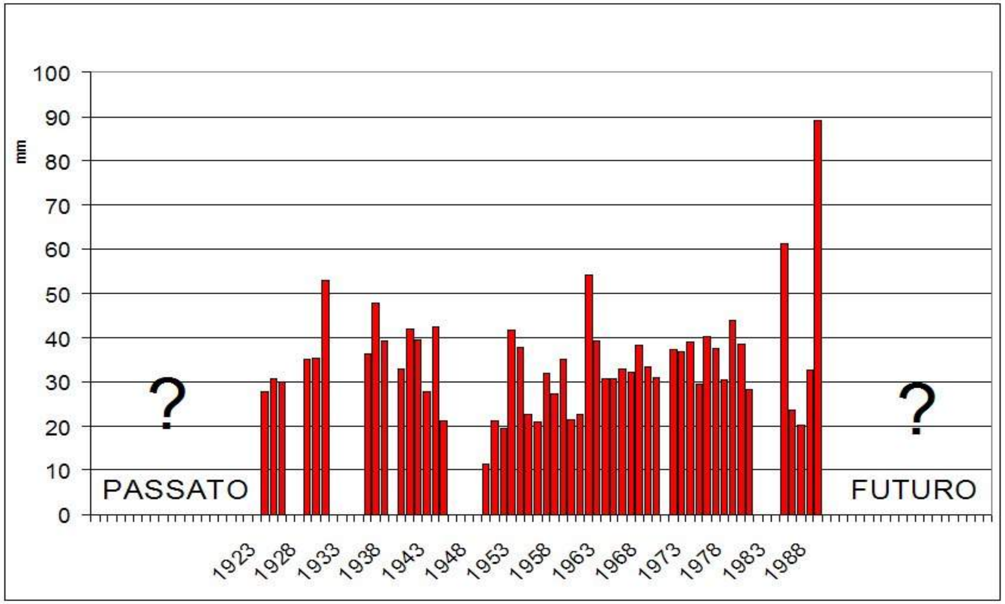
$$\mu = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx \qquad \textit{tendenza centrale (media)} \qquad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)^2 f(x) dx \qquad \textit{variabilita' (varianza)} \qquad s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$$

$$\gamma = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)^3 f(x) dx}{\sigma^3} \qquad \textit{simmetria (coeff. di asimmetria)} \qquad C_s = \frac{n \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^3}{(n-1)(n-2) s^3}$$

Frequenza, Probabilità e Tempo di Ritorno

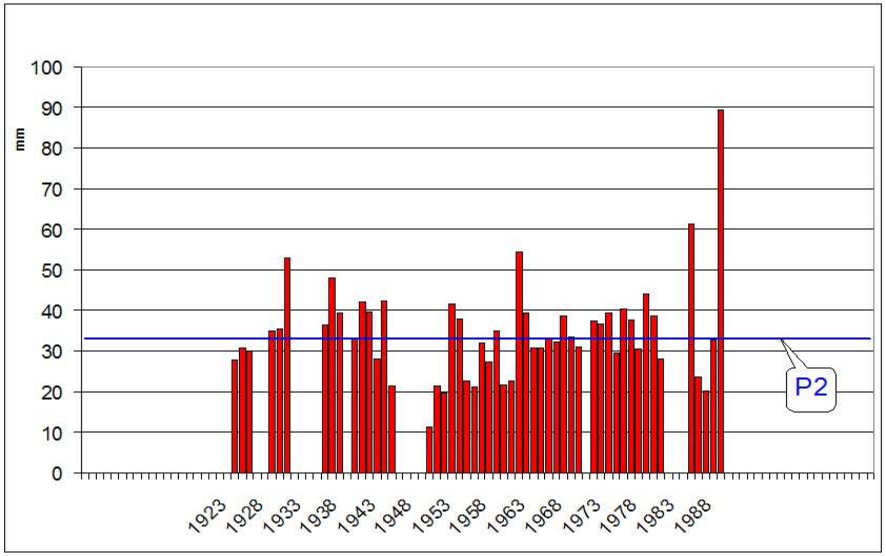
Dato un campione di dati nulla si sa dei dati registrati precedentemente al campione né dei dati che verranno registrati successivamente al campione

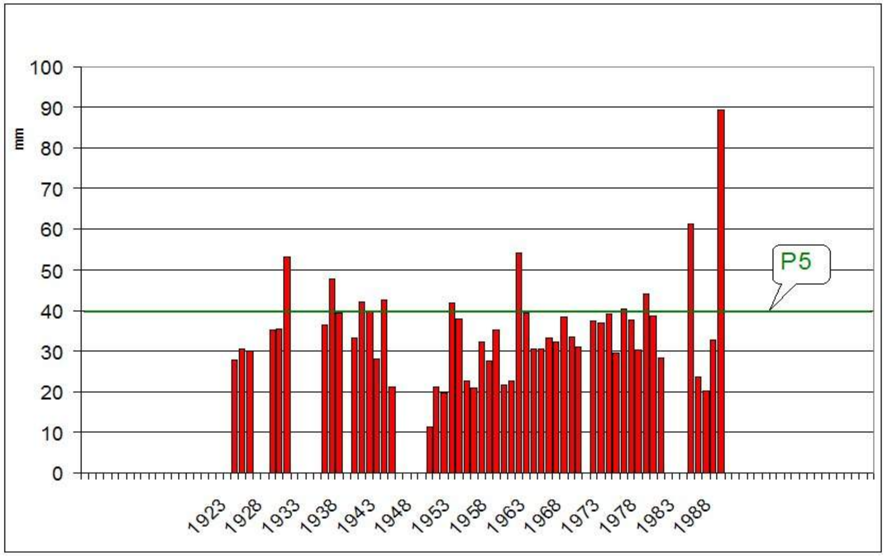


Tuttavia è possibile immaginare che il comportamento statistico della popolazione sia ragionevolmente rappresentato da quello del campione. Nel caso illustrato sono noti i valori di pioggia oraria massima registrata in ciascun anno tra il 1923 ed il 1988 in una data stazione. I dati di alcuni anni sono stati persi o non sono stati rilevati e ci sono alcuni “buchi”. In tutto ci sono 51 dati che coprono un periodo di 66 anni. La serie che costituisce il campione è abbastanza lunga per ritenere che sia statisticamente rappresentativa dell’andamento delle piogge massime orarie in un periodo molto più ampio, comprendente passato e futuro.

Frequenza, Probabilità e Tempo di Ritorno

Se nel campione si identifica la mediana, cioè il numero che rappresenta la posizione centrale, per definizione metà dei valori sono inferiori a tale numero e metà superiori. Un valore di pioggia oraria massima pari alla mediana o superiore si presenta 26 volte su 51. E' un valore che "ritorna" mediamente ogni due anni.

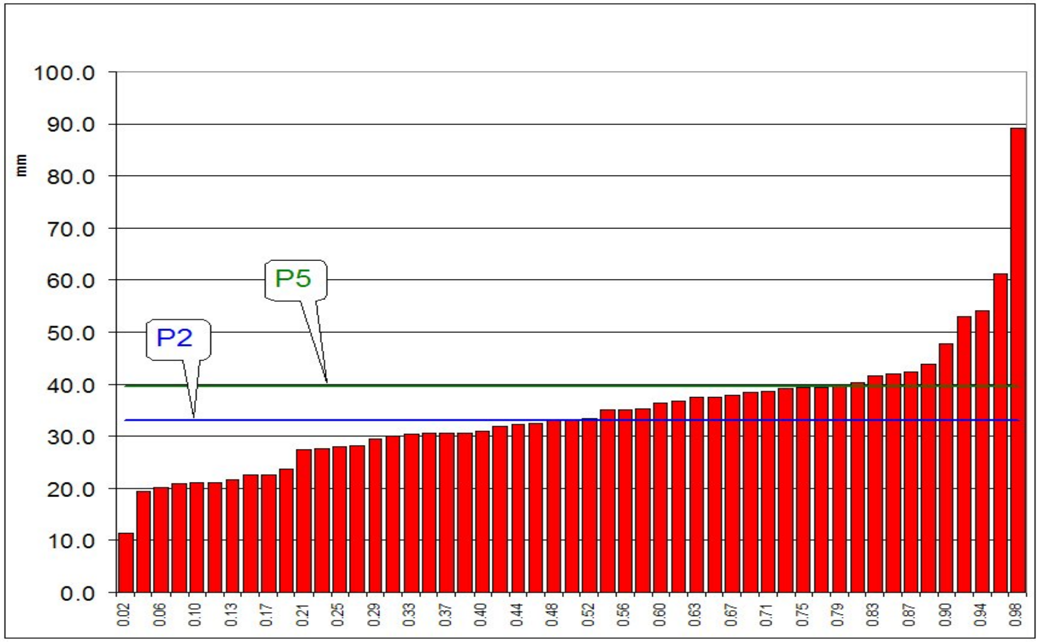




Il valore che si colloca al 41° posto della serie ordinata viene raggiunto, o superato, circa 10 volte su 51, ovvero mediamente ogni 5 anni. "Ritorna" mediamente ogni 5 anni.

Frequenza, Probabilità e Tempo di Ritorno

La cosa risulta più evidente se si riportano i dati ordinati in senso crescente senza criterio cronologico



I valori più grandi vengono superati poche volte nel periodo di osservazione ed hanno quindi una bassa frequenza di superamento e, di conseguenza, una elevata frequenza di non superamento. La relazione tra le due frequenze è ovviamente $F_s = 1 - F_{ns}$.

L'asse delle ascisse riproduce una funzione di frequenza ricavata dalla posizione di ciascun valore nella serie ordinata detta anche ***plotting position.***

$$F_{ns} = \frac{m}{N+1}$$

In cui [N] è il numero di elementi (51) ed [m] è la posizione di ciascun elemento nella serie ordinata. Se la serie è crescente la *plotting position* corrisponde alla *frequenza di non superamento*

Frequenza, Probabilità e Tempo di Ritorno

Per estrapolare i dati nel futuro è necessario ricorrere ad una funzione matematica che "descriva" adeguatamente il campione ma si estenda ben oltre i valori disponibili. Si passa così dal campione alla popolazione e dalla frequenza alla probabilità. F_s e F_{ns} vengono rimpiazzati da P_s (***probabilità di superamento***) e P_{ns} (***probabilità di non superamento***) calcolati con metodi matematico-statistici.

In questo ambito il ***tempo di ritorno*** è definito dalla:

$$T_R = \frac{1}{P_s} = \frac{1}{1 - P_{ns}}$$

Si noti che se $P_s = 0.01$ (e $P_{ns} = 0.99$) risulta $T_R = 100$ anni.
Il T_R di un evento di assegnata intensità è quindi:

- Numero di anni che <u>in media</u> separa il verificarsi di due eventi di intensità eguale o superiore a quella assegnata;
- Numero di anni in cui l'evento di intensità assegnata viene eguagliato o superato <u>in media</u> una volta.

In queste definizioni, la parola chiave è "**<u>in media</u>**". Infatti, il tempo di ritorno <u>non è</u> il numero di anni che separa due eventi di intensità eguale o superiore a quella assegnata. Secondo tale ultima definizione, dopo il verificarsi di un evento T-ennale (ovvero di probabilità di superamento $1/T_R$), occorrerebbe attendere T_R anni affinché l'evento si ripeta (con certezza). Questo <u>non è vero</u>: infatti, la probabilità di un tale evento rimane pari ad $1/T_R$ in ciascun anno, indipendentemente dal verificarsi di un simile evento nell'anno precedente o in anni recenti.

Rischio idrologico intrinseco

Per calcolare la probabilità che un evento T-ennale (con tempo di ritorno T_R) si verifichi o venga superato <u>almeno</u> una volta in un periodo di N anni si utilizzano gli assiomi del calcolo delle probabilità:

Probabilità di superamento in ciascun anno	$P_s = 1/T_R$
Probabilità di non superamento in ciascun anno	$P_{ns} = 1 - (1/T_R)$
Probabilità di non superamento in N anni	$P_{ns}^N = [1 - (1/T_R)]^N$
Probabilità di superamento in N anni	$P_s^N = 1 - [1 - (1/T_R)]^N$

Si consideri un'opera o un intervento dimensionato con riferimento all'evento $x(T_R)$ di T_R anni di tempo di ritorno: il rischio $R_N[x(T_R)]$, ovvero la probabilità che, durante N anni di funzionamento, l'opera risulti insufficiente una o più volte, è esprimibile come:

$$R_N[x(T_R)] = 1 - \left[1 - \frac{1}{T_R}\right]^N$$

Nel caso in cui $N = T_R$, $R_T[x(T_R)]$ tende rapidamente al valore asintotico 0.63 al crescere di T_R. Questo indica che la probabilità che un'opera diventi insufficiente in un arco di tempo di durata pari al tempo di ritorno di progetto è pari, per valori non troppo piccoli di quest'ultimo, al **63%** circa.

Assiomi sul calcolo della probabilità

1. La probabilità di un evento è un numero compreso fra 0 e 1
2. La probabilità dell’evento certo è 1
3. La probabilità di un evento ottenuto come somma di due eventi mutuamente escludentisi è pari alla somma delle probabilità dei due eventi.
4. La probabilità condizionata di un evento A dato che un evento B si è verificato è data dal prodotto delle probabilità di A e di B (se i due eventi sono indipendenti fra loro).

ESEMPI

Nel caso del lancio di un dado, la probabilità che si verifichi uno dei 6 possibili risultati è pari ad 1/6.

La probabilità che si verifichi: 1 o 2 o 3 o 4 o 5 o 6 = 1/6+1/6+..1/6=1

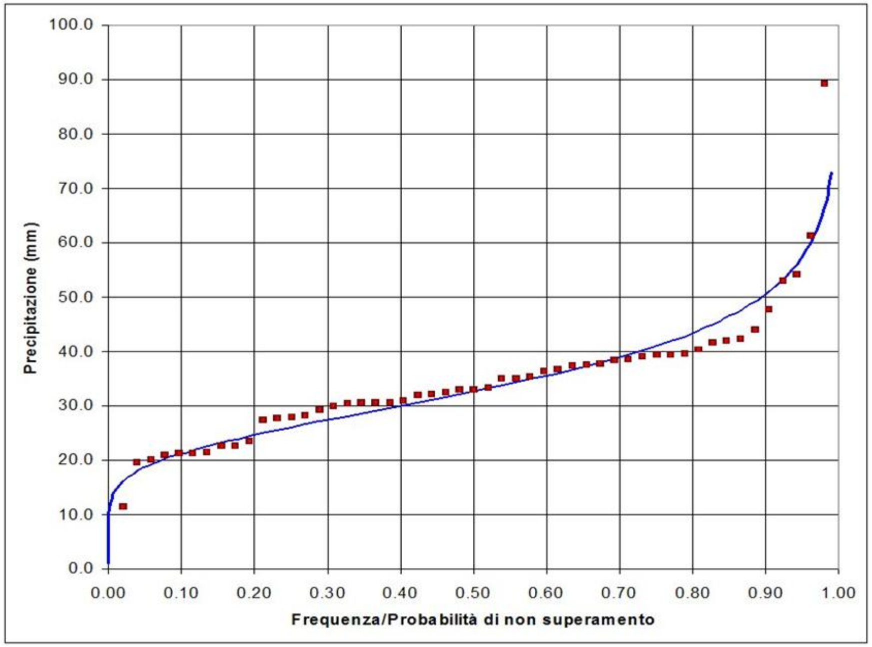
La probabilità che, in due lanci successivi, si verifichi la prima volta 2 e la seconda 5 si può calcolare come una probabilità condizionata:
1/6 * 1/6 = 1/36

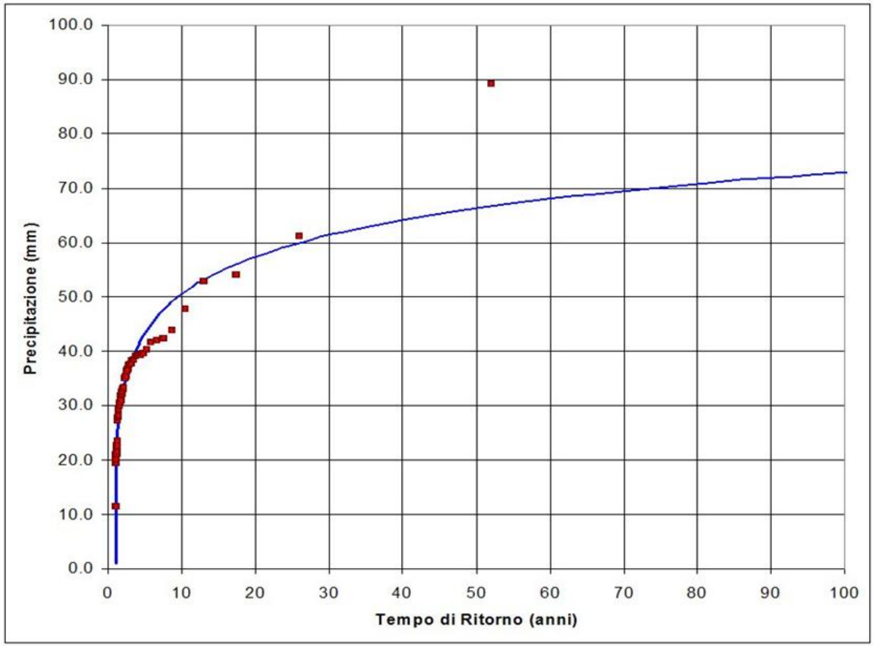
La probabilità che, in due lanci successivi, non si verifichi né 2 né 5 si può calcolare utilizzando il principio della probabilità totale e quello della probabilità condizionata:
p(A)= probabilità che in due lanci successivi si verifichino 2 e 5=1/36
p(B)= probabilità che in due lanci successivi non si verifichino né 2 né 5

$\Rightarrow$ P(A)+P(B)=1 $\Rightarrow$ P(B)=1-P(A) $\Rightarrow$ P(B)=1-1/36=35/36

Distribuzioni di Probabilità

Per estrapolare i dati nel futuro è necessario ricorrere ad una funzione matematica che "descriva" adeguatamente il campione ma si estenda ben oltre i valori disponibili. La scienza statistica offre numerosi tipi di funzioni di distribuzione e alcune di esse si rivelano idonee a descrivere la probabilità relativa ad eventi idrologici e meteorologici estremi.





I due grafici rappresentano la stessa informazione con una diversa scala delle ascisse.

$P_{ns} = 0.500 \rightarrow T_R = 002$	$P_{ns} = 0.900 \rightarrow T_R = 010$	$P_{ns} = 0.950 \rightarrow T_R = 020$
$P_{ns} = 0.980 \rightarrow T_R = 050$	$P_{ns} = 0.990 \rightarrow T_R = 100$	$P_{ns} = 0.995 \rightarrow T_R = 200$

Distribuzioni di Probabilità di Gumbel

La distribuzione di **Gumbel** è storicamente la più utilizzata In ambito idrologico:

Densità di probabilità	$f(x_T) = \frac{1}{\alpha}\exp[-w-\exp(-w)]$
Probabilità (cumulata)	$F(x_T) = \exp[-\exp(-w)]$

I parametri possono essere stimati con un foglio elettronico.
E' più corretto l'impiego del metodo dei momenti.

$w = \frac{x_T - u}{\alpha}$ $\quad w = -\ln\left[\ln\left(\frac{1}{F(x_T)}\right)\right]$	w è una variabile ridotta
$\alpha = \frac{\sqrt{6s}}{\pi}$	s è la varianza statistica del campione
$u = x_m - 0.5772\,\alpha$	In cui x_m è la media del campione

Ricordando che: $\frac{1}{T_R} = P_s = 1 - P_{ns} = 1 - F(x_T)$ risultano: $F(x_T) = \frac{T-1}{T}$ $\quad T_R = \frac{1}{1-F(x_T)}$

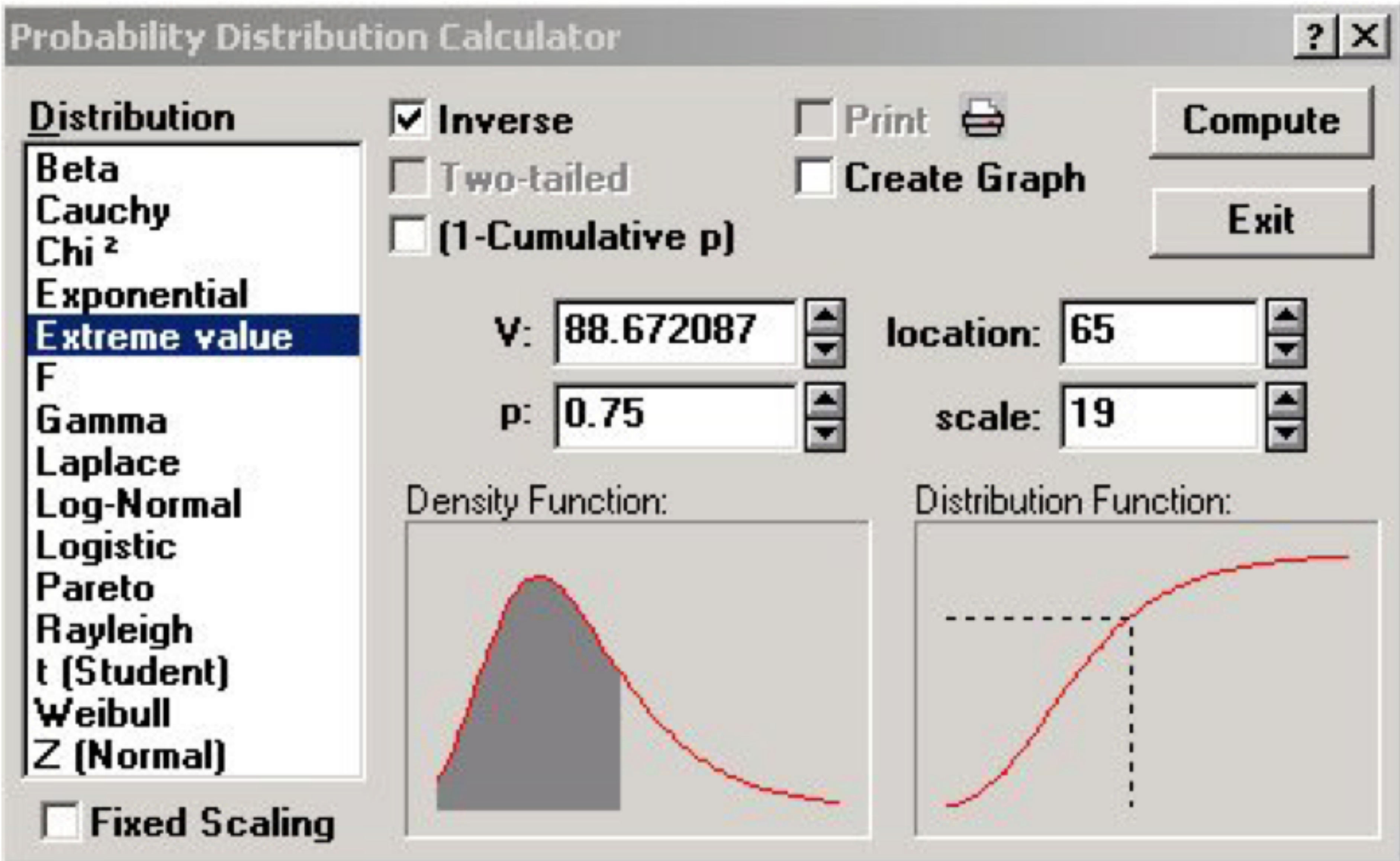
Esempio $x_m = 33.68$, $s = 140.18$, $T_R = 100$ → $\alpha = 9.23$, $u = 28.35$, $F(x_{100}) = 0.99$, $w = 4.60$

$$x_T = w\alpha + u \qquad x_T = 70.8 \text{ mm}$$

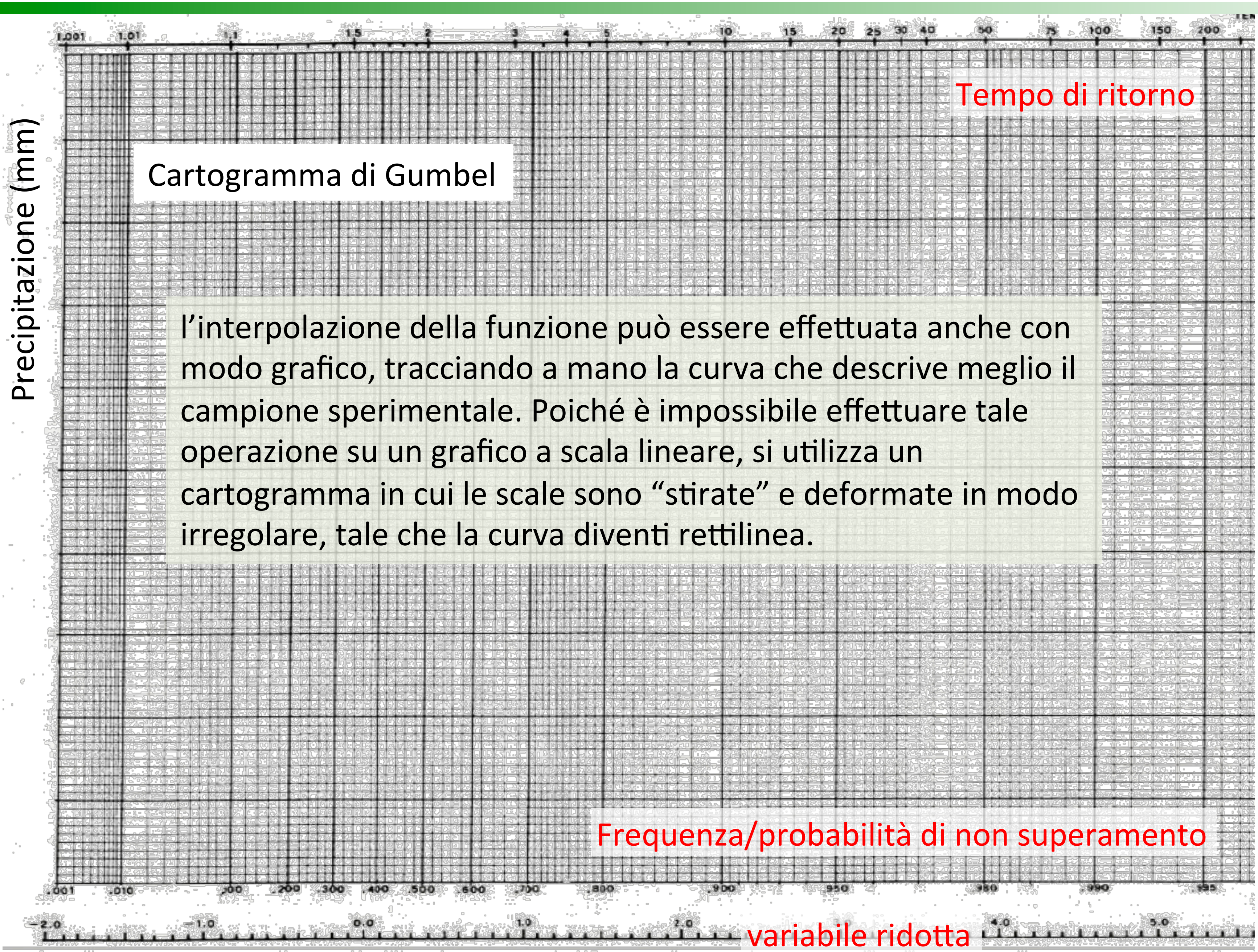
Esempio $x_m = 33.68$, $s = 140.18$, $x_T = 63.2$ → $\alpha = 9.23$, $u = 28.35$, $w = 3.78$

$$F(x_T) = \exp[-\exp(-w)] = 0.9774 \qquad T_R = 44 \text{ anni}$$

Funzioni teoriche di distribuzione di probabilità



Cartogrammi probabilistici



l'interpolazione della funzione può essere effettuata anche con modo grafico, tracciando a mano la curva che descrive meglio il campione sperimentale. Poiché è impossibile effettuare tale operazione su un grafico a scala lineare, si utilizza un cartogramma in cui le scale sono "stirate" e deformate in modo irregolare, tale che la curva diventi rettilinea.

Linea Segnalatrice di Probabilità Pluviometrica

Normalmente per una stazione si dispone di un campione di valori estremi di precipitazione costituito dai massimi registrati in ciascun anno per varie durate. Le durate standard sono 1, 3, 6, 12, 24 ore, a volte accompagnate dagli scrosci di 15, 30 e 45 minuti. Negli studi sui comprensori di pianura, relativi alle opere di bonifica, si utilizzano le durate di 1, 2, 3, 4, 5 giorni, con la medesima procedura.

Ciascuna serie (ciascuna durata) viene regolarizzata in modo indipendente utilizzando una delle distribuzioni statistiche della probabilità. Da tale operazione si ricavano i valori di pioggia di durata 1, 3, 6, 12, 24 ore per qualsiasi tempo di ritorno. Tempi di ritorno standard sono di 2, 5, 10, 20, 50, 100 e 200 anni.

Nella pratica progettuale è tuttavia quasi sempre necessario conoscere, scelto il tempo di ritorno, il valore della precipitazione relativa ad una durata diversa dalle cinque calcolate, specificatamente una durata caratteristica del sistema idrologico / idraulico oggetto di studio.

La ***linea segnalatrice di probabilità pluviometrica*** (LSPP) fornisce una relazione fra altezza [h] e durata [t] della pioggia per un assegnato tempo di ritorno.

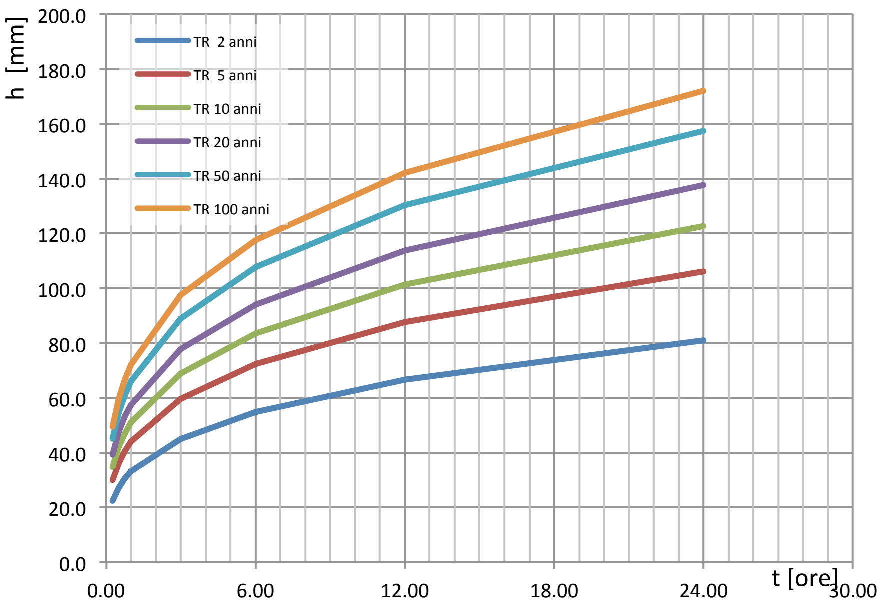
Nota: nell'analisi statistica è consuetudine utilizzare [h] per indicare l'altezza della precipitazione per non generare ambiguità con la probabilità. Nel seguito del corso il simbolo [P] indicherà l'altezza di pioggia (mm).

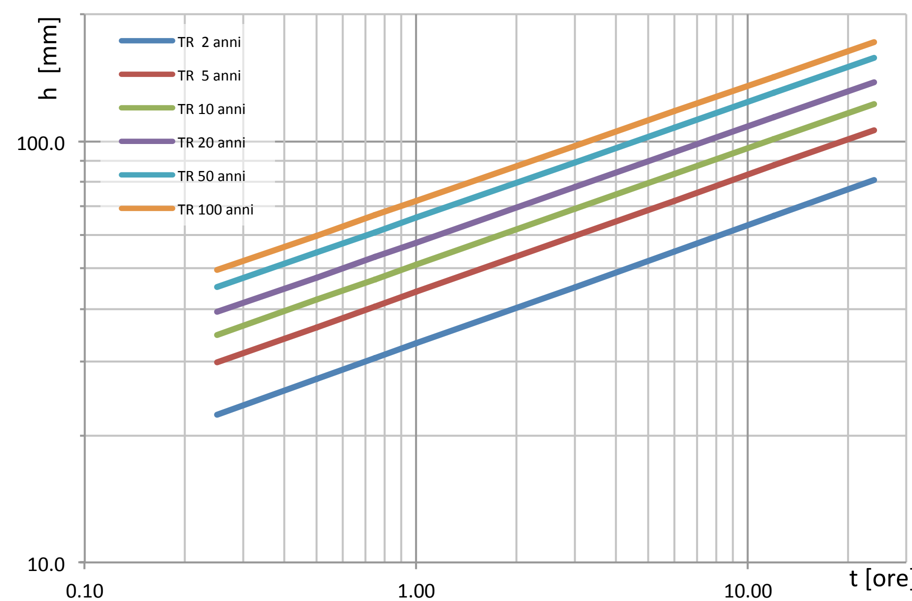
Linea Segnalatrice di Probabilità Pluviometrica (LSPP)

La ***linea segnalatrice di probabilità pluviometrica*** (LSPP) nella forma normalmente utilizzata in Italia è:

$$h = at^n$$

in cui [a] ed [n] variano con il tempo di ritorno e vengono calcolati <u>interpolando</u> i valori ottenuti dalle (cinque) funzioni di distribuzione di probabilità.





Si ottiene una curva, per ogni tempo di ritorno, che può essere rappresentata come una retta su un cartogramma bilogaritmico:

$$\log h = \log a + n \log t$$

Linea Segnalatrice di Probabilità Pluviometrica (LSPP)

La ***linea segnalatrice di probabilità pluviometrica*** può essere espressa in termini di intensità:

$$i = \frac{h}{t} \quad \Longrightarrow \quad i = a t^{(n-1)}$$

poiché sperimentalmente 0 < n < 1 l'andamento dell'intensità risulta decrescente con la durata