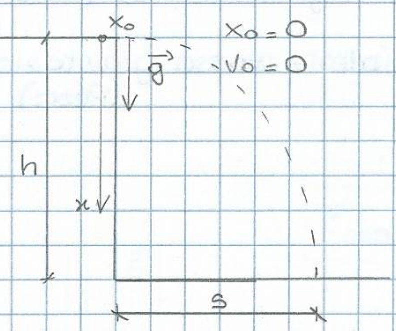
19/03/2012

1) MOTO UNIF. ACC. $\rightarrow x(t) = x_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$



$x_0 = 0$
$V_0 = 0$

$x(t) = \frac{1}{2} g \cdot t^2$

t_{cad} è quando $x(t) = h$

$x(t) = h = \frac{1}{2} g \cdot t^2$

$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 300}{9,8}} = 7,82\ s$

MOTO RETTILINEO $\rightarrow s = V \cdot t$

$s = V_0 \cdot t_{cad} = 125\ Km/h \cdot 7,82\ s = (125/3,6) \cdot 7,82 = 271,53\ m$

DINAMICA

DI UN PUNTO pag 78 ...

(LE CAUSE DI UN MOTO)

Si basa su 3 principi fondamentali (Leggi di Newton):

- PRINCIPIO D'INERZIA $\rightarrow$ In assenza di interazioni, la velocità di un punto è costante.
  Ciò è valido solo se mi trovo in un sistema di riferimento inerziale (2 sistemi sono inerziali se uno si muove rispetto all'altro di moto rettilineo uniforme)

- Se il corpo preso in oggetto subisce qualche interazione, agisce su di lui una certa FORZA $\vec{F}$, che mi fa variare la velocità e, quindi, fà sì che il corpo subisca un'accelerazione.

SECONDO PRINCIPIO D'INERZIA $\rightarrow$ $\boxed{\vec{F} = m \cdot \vec{a}}$ (LEGGE DI NEWTON)

$\hookrightarrow$ massa inerziale

$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$

nuova grandezza : massa [m] $\rightarrow$ 1 l H_2O ; 1 dm^3 H_2O

[Kg] u.d.m.

$m = \frac{\vec{F}}{\vec{a}}$

forza $[\vec{F}]$ → sollecitazione che mi produce una variazione di velocità e, quindi, un' accelerazione

$$[\vec{F}] = [m][\vec{a}] = [m][l][t]^{-2}$$

$$= Kg \cdot m \cdot s^{-2} \Rightarrow [N] \text{ Newton}$$

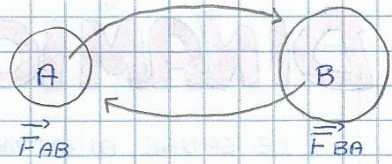
u.d.m.

Principio di equivalenza: massa inerziale = massa gravitazionale (Peso)

$$\vec{a} = \frac{d^2\vec{x}}{dt^2} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$\begin{cases} \dfrac{d^2x(t)}{dt^2} = \dfrac{F_x}{m} \\ \dfrac{d^2y(t)}{dt^2} = \dfrac{F_y}{m} \\ \dfrac{d^2z(t)}{dt^2} = \dfrac{F_z}{m} \end{cases}$$

- TERZO PRINCIPIO DI INERZIA →



(PRINCIPIO DI AZIONE E REAZIONE)

Se io sollecito un corpo con un'azione, questo mi risponde con una reazione uguale e contraria.

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

Prendiamo, per esempio, la cattedra:

$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{F} = 0$ perché è ferma

in realtà, $\sum_{i=1}^{n} \vec{F_i} = 0$: la somma delle forze che agiscono è $= 0$

$\boxed{\vec{F}_{peso} = \vec{g} \cdot m}$

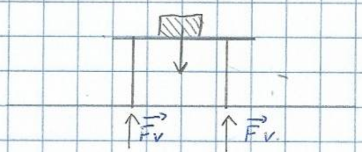
$|F| = |g| |m|$

$[m] = 1\ Kg$

$F_{peso} = 1 \cdot 9,8 = 9,8\ N$

↳ DI 1 Kg SULLA SUPERF. TERRESTRE

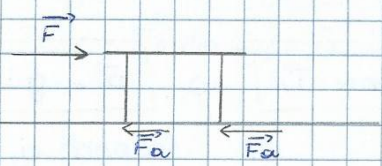
Il corpo e la cattedra, però, non si spostano, quindi vuol dire che ci sono altre forze che contrastano la $\vec{F}_{peso}$.



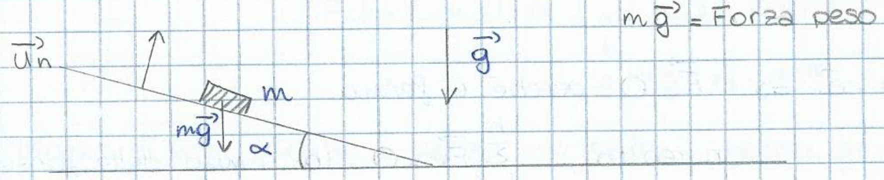
$\vec{F}_{vincolari}$

$\vec{F_p} + \vec{F_v} = 0$

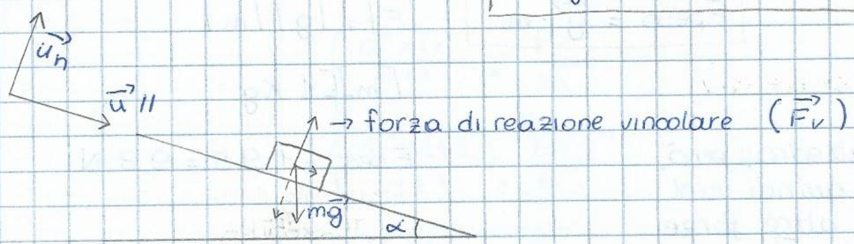
Se io esercito la forza in direzione orizzontale, la cattedra continua a rimanere ferma grazie all' ATTRITO STATICO



Prendiamo, ora, un PIANO INCLINATO :



$\boxed{\text{Vincolo liscio : NO ATTRITO}}$ → $\boxed{\text{le uniche forze di reazione sono quelle ortogonali alla superficie}}$



→ $m\vec{g} = mg \cdot \text{sen}\,\alpha \cdot \vec{u}_{//} - mg \cdot \cos\alpha \cdot \vec{u}_n$

→ $\vec{F}_{vincolare} = F_V \cdot \vec{u}_n = mg \cdot \cos\alpha \cdot \vec{u}_n$

$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow (\vec{F}_{peso} + F_{vincolare})$

$= m\vec{g} + F_V \cdot \vec{u}_n$

$= mg \cdot \text{sen}\,\alpha \cdot \vec{u}_{//} - \cancel{mg \cdot \cos\alpha \cdot \vec{u}_n} + \cancel{mg \cdot \cos\alpha \cdot \vec{u}_n}$

$\boxed{\vec{F} = m \cdot \vec{a} = mg \cdot \text{sen}\,\alpha\, \vec{u}_{//}} \Rightarrow \boxed{\vec{a} = g \cdot \text{sen}\,\alpha \cdot \vec{u}_{//}}$

Quando ci troviamo con un vincolo liscio, l'accelerazione è uguale alla componente // della Forza peso ($m\vec{g}$) iniziale

Come trovo la velocità ?

Ho un moto uniformemente accelerato, quindi $\vec{v} = v_0 + \vec{a} \cdot t$

e $x(t) = x_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$ (dove $\vec{a} = g \cdot \text{sen}\,\alpha$)

ATTRITO

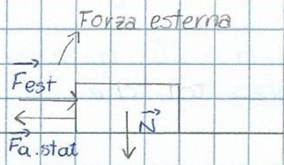
Ci sono vari tipi di attrito, per ora prendiamo solo quello TRA 2 CORPI.

CORPO CHE APPOGGIA

VINCOLO SCABRO (NON LISCIO)

FINCHÈ L'OGGETTO NON SI MUOVE ($\vec{a}=0 \Rightarrow \vec{F}=0$)

1) ATTRITO STATICO → forza tangente alla superficie che si oppone fino al momento in cui riesco a muovere il corpo.



$\vec{F}_{a.stat} = F_{a.stat} \cdot \vec{u}_{//}$

DIPENDE DAL MATERIALE DELLE 2 SUPERFICI

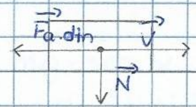
$|\vec{F}_{a.stat}| = \mu_s \cdot N$ $\qquad \mu_s =$ coefficiente di attrito

$N =$ forze normali alla superficie.

$\vec{F}_{a.stat} = \mu_s \underbrace{(\vec{F}_{TOT} \cdot \vec{u}_n)}_{=N} \cdot \vec{u}_{//}$

QUANDO IL CORPO È IN MOVIMENTO

2) ATTRITO DINAMICO → forza che si oppone sempre al moto, in direzione opposta alla velocità



$|\vec{F}_{a.din}| = \mu_d \cdot N$

$\vec{F}_{a.din} = \mu_d \underbrace{\vec{F}_{TOT} \cdot \vec{u}_n}_{=N} \cdot \left(-\frac{\vec{v}}{v}\right)$ → IN DIREZIONE OPPOSTA ALLA VELOCITÀ ($\vec{u}_v$)

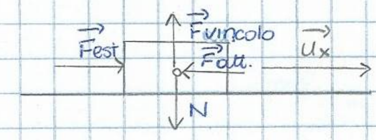
[ATTRITO DINAMICO < ATTRITO STATICO SEMPRE!]
$\mu_d < \mu_s$

→ Motivo per cui in auto c'è l'ABS che non mi blocca le ruote!

La forza d'attrito è SEMPRE FRENANTE!

REGISTRAZ. 01 (A) 20/03/2012

Esercizio



$m = 2\ Kg$

$\mu_s = 0{,}9$

$\mu_d = 0{,}2$

- Forza minima per iniziare a far muovere l'oggetto (F limite)
- Calcolare $\vec{a}$, quando $\vec{F}_{est} = 2 \cdot \vec{F}_{lim}$

- $F_{att.s.} = \mu_s \cdot N = 0{,}9 \cdot \underbrace{(2 \cdot 9{,}8)}_{m \cdot g} = 17{,}64\ N$ → se lo applico una forza inferiore, il corpo stà fermo

- $\vec{F}_{est} = 2 \cdot \vec{F}_{lim} = 2 \cdot 17{,}64 = 35{,}28\ N$

$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$

$a = \frac{35{,}28}{}$

Devo, quindi, trovare la forza tot. che agisce sul corpo!

$\vec{F}_{est} + \underbrace{\cancel{\vec{F}_{peso}} + \cancel{\vec{F}_{vincolo}}}_{\text{sono opposte!}} + \vec{F}_{attrito\ d.}$

→ se il piano fosse inclinato non sarebbe così!

$\vec{F}_{est.} + \vec{F}_{attrito\ d.}$ → SO' CHE SONO IN DIREZIONE OPPOSTA!

$\vec{F}_{TOT} = F_{est} \cdot \vec{u}_x - F_{att.} \vec{u}_x$

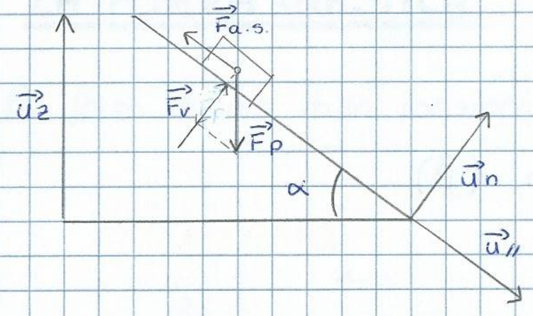
$= 35{,}28 \cdot \vec{u}_x - (\mu_d \cdot m \cdot g)\, \vec{u}_x$

$= 35{,}28\ \vec{u}_x - (0{,}2 \cdot 19{,}6)\, \vec{u}_x$

$= 35{,}28\ \vec{u}_x - 3{,}92\ \vec{u}_x = 31{,}36\ \vec{u}_x\ N$

$\vec{a} = \frac{31{,}36}{2} \vec{u}_x = 15{,}68\ \vec{u}_x\ m/s^2$

Esercizio



$\mu_s = 0,5$

• Quale angolo fà scendere il corpo? (α lim)

Inventario delle forze:

$\vec{F}_{peso} + \vec{F}_{vincolo} + \vec{F}_{attrito\ statico} = 0$ (perchè non si muove)

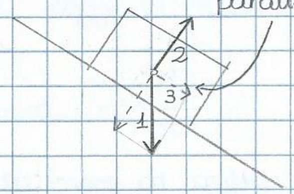
$= -m \cdot g \cdot \vec{u}_z + F_{vincolo} \cdot \vec{u}_n - F_{attrito\ statico} \cdot \vec{u}_{//}$

$= -m \cdot g \cdot \vec{u}_z + \underbrace{m \cdot g}_{\text{COMPONENTE } F_{peso}} (\vec{u}_z \cdot \vec{u}_n)\, \vec{u}_n - \mu_s \cdot N \cdot \vec{u}_{//}$

$= -mg \cdot \vec{u}_z + mg \overbrace{(\vec{u}_z \cdot \vec{u}_n)}^{= \cos\alpha} \vec{u}_n - \mu_s \cdot \overbrace{mg\,(\vec{u}_z \cdot \vec{u}_n)}^{= N}\, \vec{u}_{//}$

$1 + 2 = 3$

$= \underbrace{-mg \cdot \vec{u}_z - mg \cdot \cos\alpha \cdot \vec{u}_n}_{\text{Mi da la componente parallela (3)}} - \mu_s \cdot mg \cdot \cos\alpha \cdot \vec{u}_{//}$



$1 = -mg \cdot \vec{u}_z$

$2 = -mg \cdot \cos\alpha \cdot \vec{u}_n$

$= \overbrace{mg \cdot \text{sen}\,\alpha \cdot \vec{u}_{//}}^{3} - \mu_s \cdot mg \cdot \cos\alpha\, \vec{u}_{//}$

$= (mg \cdot \text{sen}\,\alpha - \mu_s \cdot mg \cdot \cos\alpha)\, \vec{u}_{//}$ Questa è la forza che mi dice se l'oggetto sta fermo o si muove!

Angolo limite $\rightarrow \cancel{mg} \cdot \text{sen}\,\alpha = \mu_s\, \cancel{mg} \cos\alpha$ al di sopra di quest'angolo, il corpo inizia a scendere!

$= \text{sen}\,\alpha = \mu_s \cdot \cos\alpha$

$$\boxed{\tan\alpha = \mu_s}$$

$\alpha = \arctan 0,5 = 26,57°$ al di sopra di quest'angolo, il corpo scende

TEOREMA DELL' IMPULSO

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$ se la massa è costante

$$= \frac{d}{dt}(m \cdot \vec{v})$$ QUANTITÀ DI MOTO $(\vec{P})$

se $\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{P}$ è costante

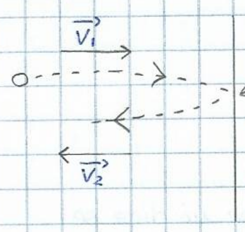
$$\underbrace{\int_{t_0}^{t} \vec{F}\, dt}_{\text{IMPULSO } (\vec{J})} = \int_{t_0}^{t} m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot dt = m \int_{t_0}^{t} \frac{d\vec{v}}{dt}\, dt = m \cdot \vec{v} \Big|_{t_0}^{t} = m \cdot \Delta\vec{v}$$

$$\boxed{\vec{J} = m \cdot \Delta\vec{v}}$$

TEOREMA DELL' IMPULSO (variazione della quantità di moto)

$$\int_{t_0}^{t} \vec{F}\, dt = F_{media} \cdot \Delta t = m \cdot \Delta\vec{v}$$

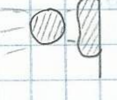
Esempio



Qual'è la forza che la pallina ha esercitato sul muro per tornare indietro?

A che velocità devo lanciare la pallina di acciaio per rompere un vetro?

Se $\vec{v_1} = -\vec{v_2} \Rightarrow m\vec{v_2} - m\vec{v_1} = m\vec{v_2} + m\vec{v_2} = 2m\vec{v_2} = 2m\vec{v_1}$



$m = 20\,g$ $\quad V = 10\,m/s$

deformazione $\simeq 2\,mm$

$F = ?$

$F \cdot \Delta t = 2m\vec{v}$

↳ IN QUANTO TEMPO SI DEFORMA E TORNA INDIETRO

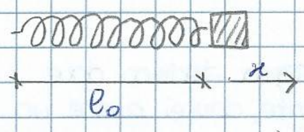
se $\vec{v}$ è costante $\Delta t = \frac{2D}{v}$ → DEFORMAZIONE

$$= \frac{4 \cdot 2mm}{10m/s} = 4 \cdot 10^{-4}s \Rightarrow \vec{F} = \frac{2m\vec{v}}{\Delta t} = \frac{2 \cdot 20 \cdot 10^{-3} \cdot 10}{4 \cdot 10^{-4}} = 1000\,N$$

REGISTRAZ 02 (A) 21/03/2012

LA FORZA ELASTICA

La forza dipende dalla posizione rispetto a un punto di forza nulla.



$$\boxed{\vec{F} = -K \cdot x \cdot \vec{u}_x}$$

K = costante elastica [N/m] S.I.

ℓ_0 = posizione di riposo

$$|F| = -K \cdot x$$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad \begin{cases} F_x = m a_x = m \cdot \dfrac{d^2x}{dt^2} \\ F_y = m \cdot a_y = m \cdot \dfrac{d^2y}{dt^2} \\ F_z = m \cdot a_z = m \cdot \dfrac{d^2z}{dt^2} \end{cases}$$

Applichiamo la legge di Newton alla forza elastica:

$$F = -K \cdot x = m \cdot a_x = m \cdot \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{-K \cdot x = m \cdot \frac{d^2x}{dt^2}}$$ dove l'incognita è $x(t)$

EQUAZIONE FONDAMENTALE DI UN MOTO ELASTICO

QUAL'È LA FUNZIONE CHE DERIVATA 2 VOLTE TORNA SÈ STESSA?
UNA FUNZIONE ARMONICA, CIOÈ SENO O COSENO!

$$A \cdot \cos(\omega t + \phi) = x(t) \Rightarrow \text{MOTO ARMONICO}$$

ω = PULSAZIONE (OSCILLAZIONE)

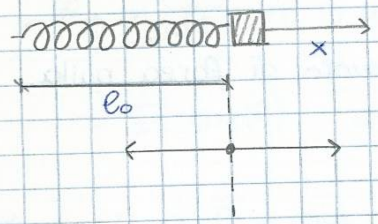
$$\frac{dx(t)}{dt} = -\omega \cdot A \cdot \text{sen}(\omega t + \phi) \rightarrow \text{VELOCITÀ}$$

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos(\omega t + \phi) \rightarrow \text{ACCELERAZIONE}$$

$$\Rightarrow -m \cdot \omega^2 \cdot \cancel{A} \cdot \cancel{\cos(\omega t + \phi)} = -K \cdot \cancel{A} \cdot \cancel{\cos(\omega t + \phi)}$$

$$m \cdot \omega^2 = K \Rightarrow \boxed{\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}}$$

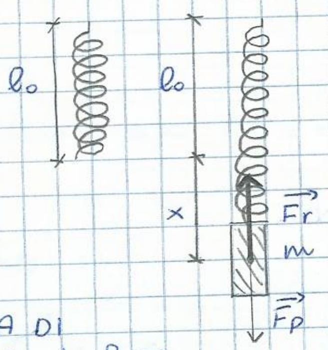
$$\boxed{\begin{aligned} \nu &= \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}} \\ T &= \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{K}} \end{aligned}}$$



(ω)
L'oscillazione, quindi, dipende solo da:
- DUREZZA DELLA MOLLA (K)
- MASSA DEL CORPO

Se io voglio fare un sistema teorico dove la molla oscilla molto velocemente, dovrei avere un K grandissimo e una massa piccolissima.
Ciò è impossibile perchè se voglio una molla dura devo mettere una molla grossa che, quindi, pesa molto.

Come trovare la massa di un corpo:



$\vec{F_r}$= FORZA DI RICHIAMO → la forza con cui la molla "reagisce"

$$\vec{F}_{peso} = m \cdot \vec{g}$$

$$mg = K \cdot x$$ => NOTA K della MOLLA, POSSO MISURARE LA MASSA DI UN CORPO

$$\boxed{m = \frac{K \cdot x}{g}}$$

~ o ~ o ~

Prendo un corpo e lo faccio oscillare:

$$T = \frac{\text{tempo totale}}{\#(n°)\text{ oscillazioni}} \qquad \omega = \sqrt{\frac{K}{M}}$$

=> NOTA T, POSSO MISURARE LA MASSA DI UN CORPO

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

$$\frac{T^2}{(2\pi)^2} = \frac{m}{K} \Rightarrow \boxed{m = \frac{K T^2}{(2\pi)^2}}$$

Esercizio

$m = 72\ Kg$

$\Delta x = 1m$

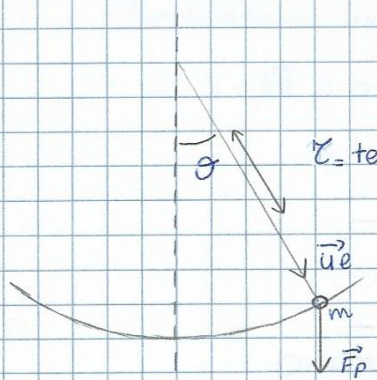
ν oscillazioni $= ?$

$$Kx = mg \Rightarrow K = \frac{mg}{x} = \frac{72 \cdot 9,8}{1} = 705,6\ N/m$$

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}} = \frac{1}{6,28}\sqrt{\frac{705,6}{72}} = 0,498\ Hz$$

$T = \frac{1}{\nu} = 2,00\ s$ → andiamo su e giù con un periodo di 2,00 s

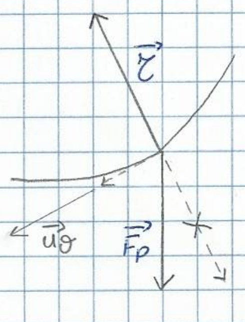
IL PENDOLO



τ = tensione → "coppia di forze a braccio nullo": trasmettono continuamente la forza da un punto all'altro della fune

$\vec{u}_e$ → la direzione è quella della fune

$\vec{F}_p = m \cdot \vec{g}$



la tensione τ mi cancella la componente in direzione $\vec{u}_e$ della forza peso!

Mi rimane, quindi solo la componente in direzione tangente $\vec{u}_\vartheta$

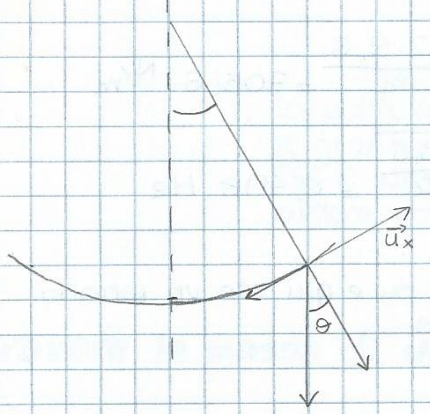
$$\vec{F}_{risultante} = m \cdot \vec{g} + \tau\, \vec{u}_e$$
$$= m \cdot g \cdot \operatorname{sen}\vartheta \cdot \vec{u}_\vartheta$$

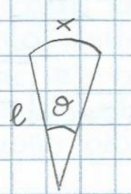
→ questa forza aumenta all'aumentare dell'angolo ϑ (la forza è max quando $\vartheta = 90°$)

$F = m \cdot g \cdot \operatorname{sen}\vartheta$

Consideriamo delle PICCOLE OSCILLAZIONI :

Piccola oscillazione $\Rightarrow$ $\operatorname{sen}\theta \cong \theta$





$$x = \theta \cdot \ell \rightarrow \theta = \frac{x}{\ell}$$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \qquad F = m \cdot g \cdot \operatorname{sen}\theta$$

$$= m \cdot g \cdot \theta = m \cdot g \cdot \frac{x}{\ell} \rightarrow \text{MODULO DI } \vec{F}$$

Mettendole in relazione:

$$-mg \cdot \frac{x}{\ell}\vec{u}_x = m\frac{d^2\vec{x}}{dt^2}$$

$$-mg \cdot \frac{x}{\ell} = m\frac{d^2x}{dt^2} \Rightarrow \boxed{\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{g}{\ell} \cdot x}$$

EQUAZIONE DEL PENDOLO

Anche in questo caso ho un MOTO ARMONICO!

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega t + \phi)$$

$$\frac{dx}{dt} = -\omega \cdot A \cdot \operatorname{sen}(\omega t + \phi)$$

$$\frac{d^2x}{dt} = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos(\omega t + \phi) = -\frac{g}{\ell} \cdot x$$

$$\rightarrow \boxed{\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \nu &= \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{\ell}} \\ T &= \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\ell}{g}} \end{aligned}}$$

QUANTO VALE LA TENSIONE τ ?

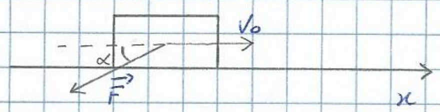
Oltre alla tensione τ e alla componente della forza peso, in direzione radiale agosce anche la forza centripeta

$$\tau = m \cdot g \cdot \cos\theta + m \cdot a_c$$

X CASA:

1) Un corpo di massa $m = 50$ kg è in moto ~~verso~~ nella direzione positiva dell'asse x. Agisce una forza con angolo di 60°.

$\mu_D = 0,2$
$F = 22$ N



- Accelerazione lungo asse x = ?
- $V_0 = 2$ m/s : dopo quanto tempo il corpo si ferma = ?

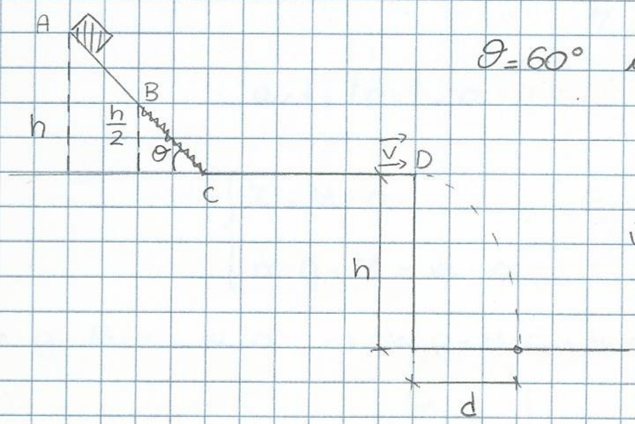
$\vec{F}_{att} = F_{att} \cdot \vec{u}_x$

$F_{est} = F_x \cdot \vec{u}_x + F_\perp \cdot \vec{u}_\perp$

$F_{TOT} = F_x \cdot \vec{u}_x - F_{att} \cdot \vec{u}_x = -(\cos 60° \cdot F) + \mu_D (m \cdot g + F \operatorname{sen} 60°)$

$? \rightarrow m \cdot a = -\cos(\theta) F - \mu_D (m \cdot g + \operatorname{sen}\theta \cdot F)$

2)

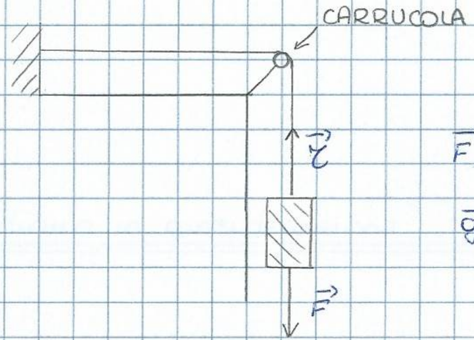


$\theta = 60°$ $\mu_D = 0,2$ $m = 1$ kg $h = 10$ m

$d = ?$

$\vec{V_D} = ?$

CARRUCOLA: permette lo scorrimento di una fune e non comporta nessuna tensione τ (trasmette la tensione senza introdurre nuove forze)

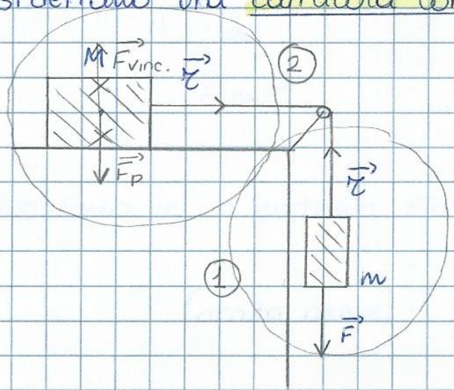


$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

$\vec{g}$

$\Rightarrow \vec{\tau} = m \cdot \vec{g}$

Consideriamo una carrucola con 2 corpi: (senza attrito)



$\vec{F} = m \cdot \vec{g}$

- CI SARÀ UN'ACCELERAZIONE VERSO IL BASSO: QUANTO VALE?
- I CORPI SI MUOVONO ENTRAMBI, QUINDI $\vec{v} = \vec{a}$
- PER DEFINIZIONE, τ È SEMPRE LA STESSA!

① $\vec{F}_{TOT} = m \cdot \vec{g} + \vec{\tau}$

$|F| = m \cdot g - \tau = m \cdot a_1$

$m \cdot g - \tau = m \cdot a_1$

② $\vec{F}_p$ viene annullata dalla $\vec{F}_{vincolare}$

$\vec{F}_{TOT} = \vec{\tau} = M \cdot \vec{a}_2$

$|F| = \tau = M \cdot a_2$

$\tau = M \cdot a_2$

$|a_1| = |a_2| = a$ PERCHÉ È UNA FUNE

$$\rightarrow \begin{cases} \tau = M \cdot a \\ m \cdot g - \tau = m \cdot a \end{cases}$$

2 INCOGNITE: τ e a

$\rightarrow m \cdot g - M \cdot a = m \cdot a \Rightarrow m \cdot g = M \cdot a + m \cdot a \Rightarrow m \cdot g = (M + m) \cdot a$

$$\Rightarrow \boxed{a = \frac{m \cdot g}{M + m}}$$

Supponiamo che:

- $m \ll M$

$$\boxed{a \cong \frac{m}{M} \cdot g}$$

- $m \gg M$

$$\boxed{a \cong g}$$

Supponiamo, ora, che ci sia dell'attrito:

② $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

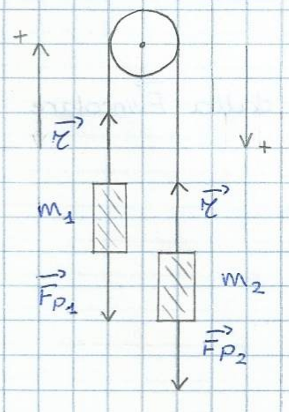
$\vec{\tau} + \vec{F}_{att} = m \cdot \vec{a}$

$\tau - \mu_D \cdot \underbrace{\cancel{N}}_{\bar{e} = M \cdot g} \cdot M \cdot g = m \cdot a$

$$\begin{cases} \tau - \mu_D \cdot M \cdot g = m \cdot a \\ m \cdot g - \tau = m \cdot a \end{cases}$$

~ o ~ o ~

- Prendiamo in considerazione un'altro sistema: (senza attrito)



$\vec{F}_{P_1} = m_1 \cdot \vec{g}$

$\vec{F}_{P_2} = m_2 \cdot \vec{g}$

① $F = \tau - m_1 \cdot g = m_1 \cdot a_1$

$(a_1 = a_2)$

② $F = m_2 \cdot g - \tau = m_2 \cdot a_2$

$$\begin{cases} \tau - m_1 \cdot g = m_1 \cdot a \longrightarrow \tau = m_1 \cdot g + m_1 \cdot a \rightarrow \tau = m_1 (a + g) \\ -\tau + m_2 \cdot g = m_2 \cdot a \end{cases}$$

$\rightarrow -m_1 (a+g) + m_2 \cdot g = m_2 \cdot a \rightarrow -m_1 \cdot g - m_1 \cdot a + m_2 \cdot g = m_2 \cdot a$

$\rightarrow m_2 \cdot a + m_1 \cdot a = m_2 \cdot g - m_1 \cdot g \rightarrow \boxed{a = \frac{(m_2 - m_1) \cdot g}{(m_2 + m_1)}}$

$a > 0 \rightarrow m_2 > m_1$
$a < 0 \rightarrow m_2 < m_1$

- Quanto vale la velocità?

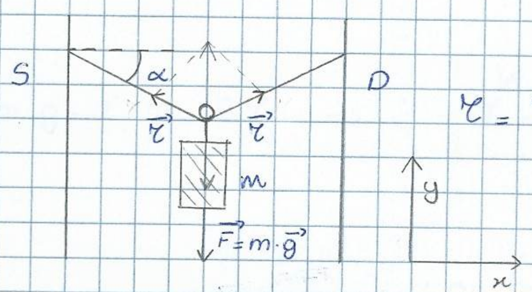
$V = ?$ $\quad a = \text{costante}$

$$\Rightarrow \quad V = V_0 + a \cdot t$$ (MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO)

$$\left(x(t) = x_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \right)$$

~ o ~ o ~

- Prendiamo in considerazione un'altro sistema:



$\tau = ?$

Ci troviamo in un sistema statico $\Rightarrow \vec{F} = m \cdot \vec{a}$ $\quad \vec{a} = 0$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = 0$$

$$\vec{F} = \Sigma \vec{F_i} = 0$$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{g} + \vec{\tau_S} + \vec{\tau_D} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{m \cdot \vec{g} = -(\vec{\tau_S} + \vec{\tau_D})}$$

$$\vec{\tau_S} = \tau \cdot \cos\alpha \cdot \vec{u_x} + \tau \cdot \operatorname{sen}\alpha \cdot \vec{u_y}$$

$$\vec{\tau_D} = \tau \cdot \cos\alpha \cdot \vec{u_x} + \tau \cdot \operatorname{sen}\alpha \cdot \vec{u_y}$$

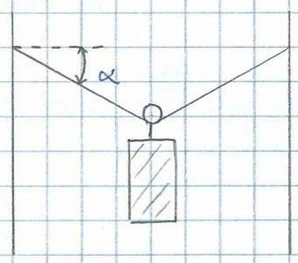
$$m \cdot \vec{g} = -m \cdot g \cdot \vec{u_y}$$

$$\vec{\tau_D} + \vec{\tau_S} = 2 \cdot \tau \cdot \operatorname{sen}\alpha \cdot \vec{u_y} \qquad \Rightarrow -m \cdot \vec{g} = \vec{\tau_D} + \vec{\tau_S}$$

$$\overset{!}{=} \; m \cdot g \cdot \vec{u_y} = 2 \cdot \tau \cdot \operatorname{sen}\alpha \cdot \vec{u_y}$$

$$2 \tau \cdot \operatorname{sen}\alpha = m \cdot g \quad \Rightarrow \quad \boxed{\tau = \frac{m \cdot g}{2 \cdot \operatorname{sen}\alpha}}$$

Esercizio :



$m = 20\ Kg$

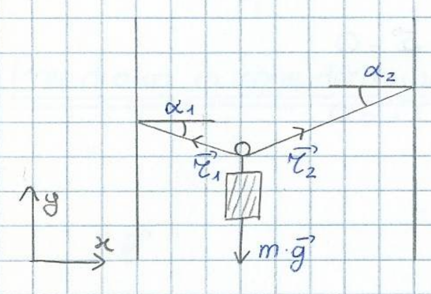
$\alpha = 5°$ $\Rightarrow \tau = ?$

$$\tau = \frac{m \cdot g}{2 \cdot sen\alpha} = \frac{20 \cdot 9.8}{2 \cdot sen(5°)} = 1124,42\ N$$

$$\alpha = 1° \qquad \tau = \frac{20 \cdot 9,8}{2 \cdot sen(1)} = 5615,27\ N$$

~ o ~ o ~

- Prendiamo in considerazione un altro sistema :



$\vec{\tau}_1 = ?$

$\vec{\tau}_2 = ?$

$$m \cdot \vec{g} + \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 = 0$$

$$\alpha_1 \neq \alpha_2$$

Componenti y $\rightarrow$ $- m \cdot g + \tau_1 \cdot sen\alpha_1 + \tau_2 \cdot sen\alpha_2 = 0$

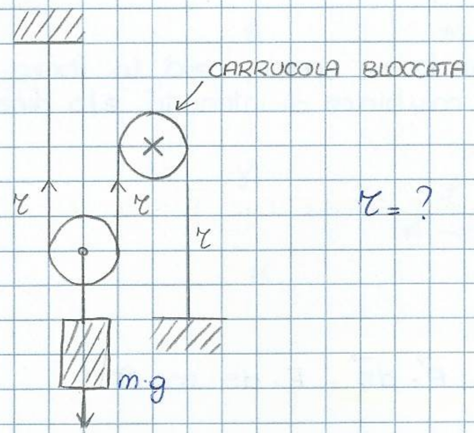
Componenti x $\rightarrow$ $- \tau_1 \cdot \cos\alpha_1 + \tau_2 \cdot \cos\alpha_2 = 0$

Componenti z $\rightarrow$ /

$\Downarrow$

da qui ricavo τ_1 e τ_2

• Prendiamo in considerazione un altro sistema:



$\tau = ?$

$$m \cdot g = \tau + \tau = 2\tau \Rightarrow \boxed{\tau = \frac{m \cdot g}{2}}$$

QUANDO HO UN SISTEMA DEL GENERE POSSO USARE LA METÀ DELLA FORZA PER SOLLEVARE UN PESO

ARGANI = sistemi a più carrucole

$F = 2 \cdot n°$ carrucole