Analisi statistica degli eventi idrologici estremi

Campione e Popolazione

La statistica tratta le osservazioni come indipendenti le une dalle altre, il valore di un'osservazione risulta ***indipendente*** rispetto ad un'osservazione precedente (p. es. il valore di portata massima annuale osservata in un certo anno non dipende dal valore del massimo osservato durante l'anno precedente).
Questo tipo di descrizione ***statistica*** è appropriata per ***eventi idrologici estremi*** (portate e precipitazioni massime annuali; portate minime).
I metodi statistici sono basati su principi matematici che descrivono la variazione casuale delle osservazioni. Non sono intesi a rappresentare i fenomeni che hanno determinato le osservazioni. Quindi, per esempio, una stessa funzione di distribuzione di probabilità può essere utilizzata per descrivere il comportamento delle piogge intense e anche quello delle portate di piena.
I sistemi idrologici sono talvolta investiti da eventi estremi (meteore, piene, siccità).
La ***magnitudo*** di un evento estremo è inversamente proporzionale alla sua ***frequenza di accadimento***, ovvero eventi molto severi/intensi accadono meno frequentemente di eventi di moderata intensità.
L'obiettivo principale dell'analisi statistica dei dati idrologici è quello di collegare la magnitudo degli eventi estremi alla loro frequenza di accadimento tramite l'impiego di distribuzioni di probabilità.
In pratica, questo si consegue utilizzando per le analisi statistiche i valori massimi annuali della variabile di interesse. Quando si tratta una serie di valori di portata massima annuale ogni valore è considerato indipendente rispetto agli altri e può essere considerato come la realizzazione di un processo stocastico identico per tutti gli anni considerati. Questo naturalmente implica che il sistema idrologico che produce tali valori estremi (il bacino idrografico) non subisca variazioni nel periodo considerato. Variazioni tipiche sono quelle collegate all'uso del suolo, o alla costruzione di uno sbarramento.

L'insieme dei dati disponibili (p. es. 51 valori di precipitazioni orarie massime annuali rilevate per una data stazione tra il 1923 ed il 1988, con qualche buco) viene considerato come un campione estratto da una ipotetica popolazione di dimensione infinita.

Le proprietà statistiche dei campioni (media, varianza, ..) variano da campione a campione, mentre quelle della popolazione sono uniche. Tuttavia mediante tecniche di *inferenza statistica*, le proprietà della popolazione possono essere stimate a partire da quelle del campione disponibile. In pratica si identifica una ***funzione di probabilità***, riferita all'intera popolazione, che consente di specificare, fra l'altro, la probabilità che un generico valore X venga (o non venga) superato.

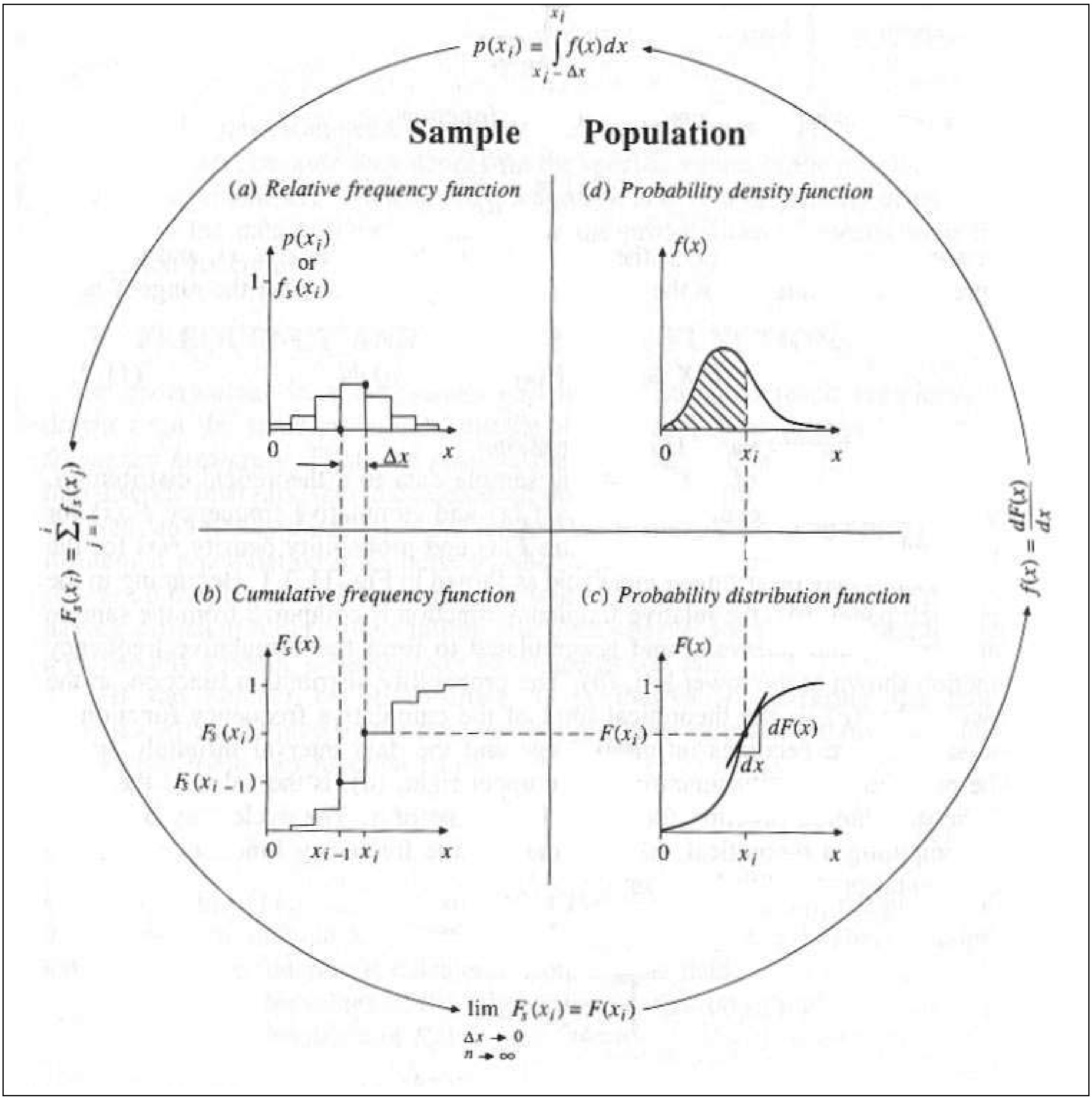


Figura 1- Campione e popolazione e funzioni di probabilità correlate (da Applied Hydrology, Chow, 1988)

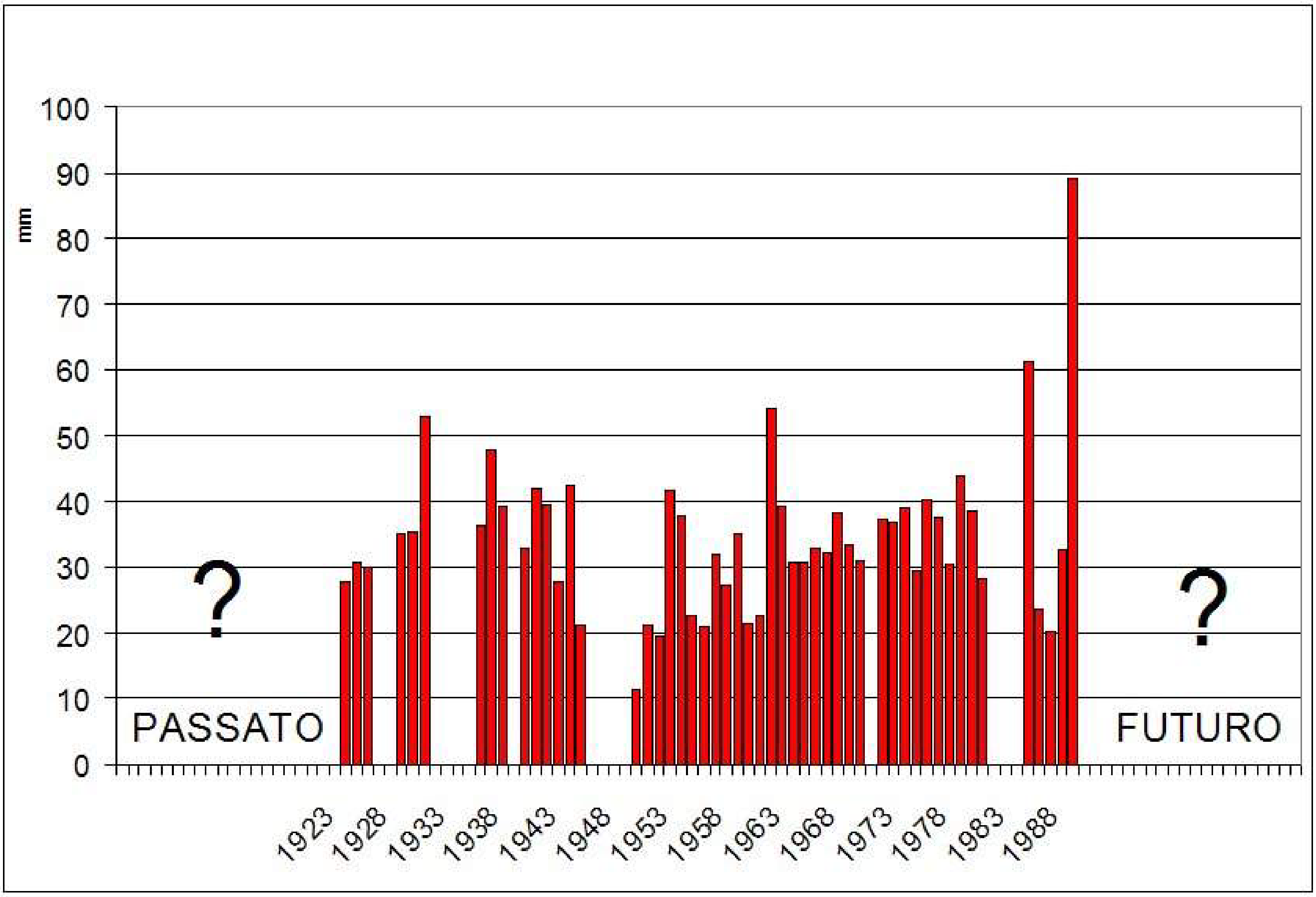
Le funzioni di **frequenza relativa (***relative frequency function***)** e di **frequenza cumulata (***cumulative frequency function)* sono definite per il **campione**.
Le funzione di **densità di probabilità f(x) (***probability density function***)** e di **probabilità F(x)** (*probability distribution function)* rappresentano le equivalenti funzioni per la popolazione. In particolare F(x) è la probabilità che la variabile X assuma un valore compreso fra 0 ed x, che sia quindi minore di x. In tal caso F(x) indica la probabilità di **non superamento.** Il legame tra le funzioni discrete (campione) e quelle continue (popolazione) è evidenziato dalle relazioni proposte nel cerchio che incornicia la figura 1. Ad esempio la funzione di frequenza cumulata definita per il campione tende a coincidere con la funzione di probabilità all'aumentare del numero dei dati (n) e al diminuire dell'ampiezza di classe (ΔX)

L'obiettivo della statistica è quello di estrarre l'informazione essenziale da un insieme di dati sintetizzandolo in un certo numero di parametri. Di seguito sono riportati i parametri fondamentali.

popolazione		campione
$\mu = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)dx$	tendenza centrale (media)	$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$
$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)^2 f(x)dx$	variabilità (varianza)	$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$
$\gamma = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)^3 f(x)dx}{\sigma^3}$	simmetria (coefficiente di asimmetria)	$C_s = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^3}{(n-1)(n-2)s^3}$

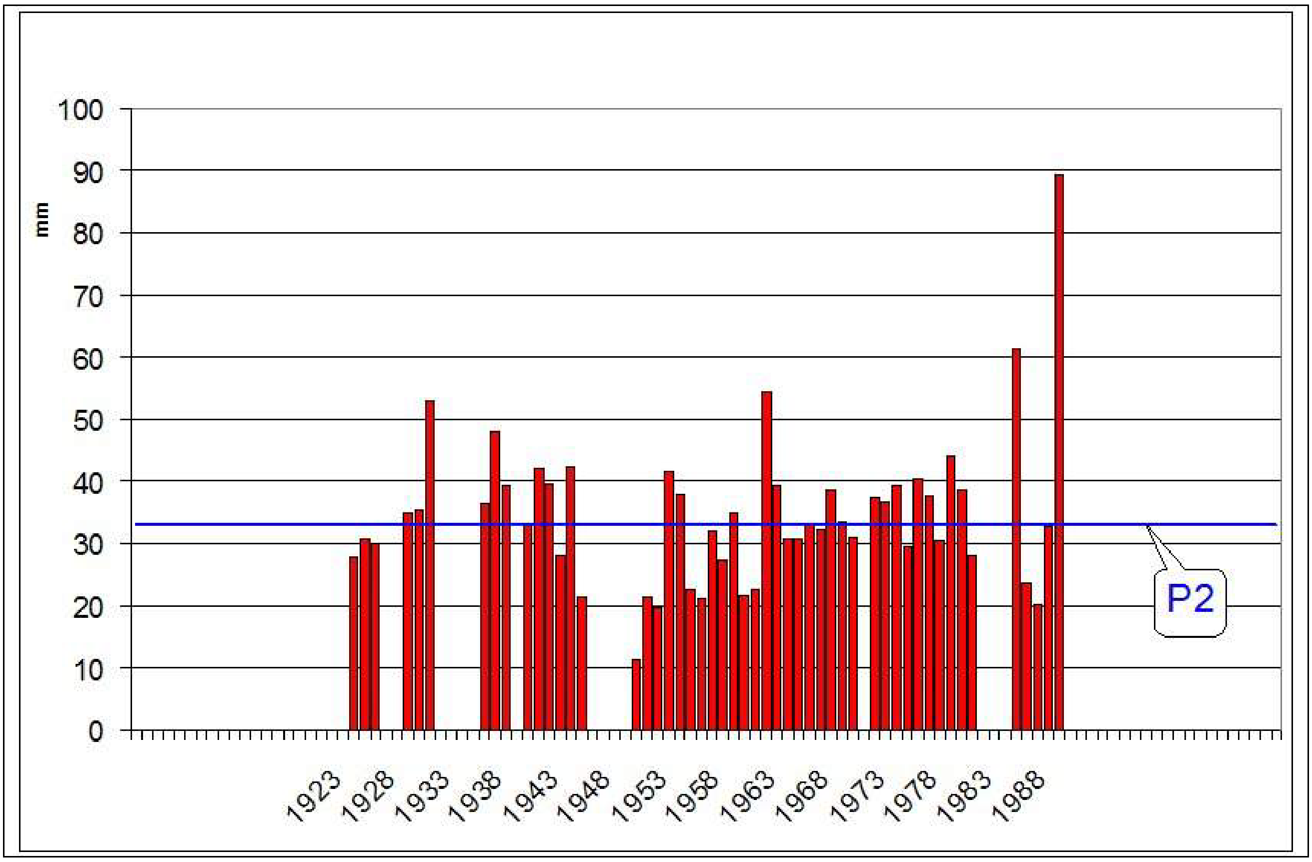
Frequenza, Probabilità e Tempo di ritorno

Dato un campione di dati nulla si sa dei dati registrati precedentemente al campione né dei dati che verranno registrati successivamente al campione.

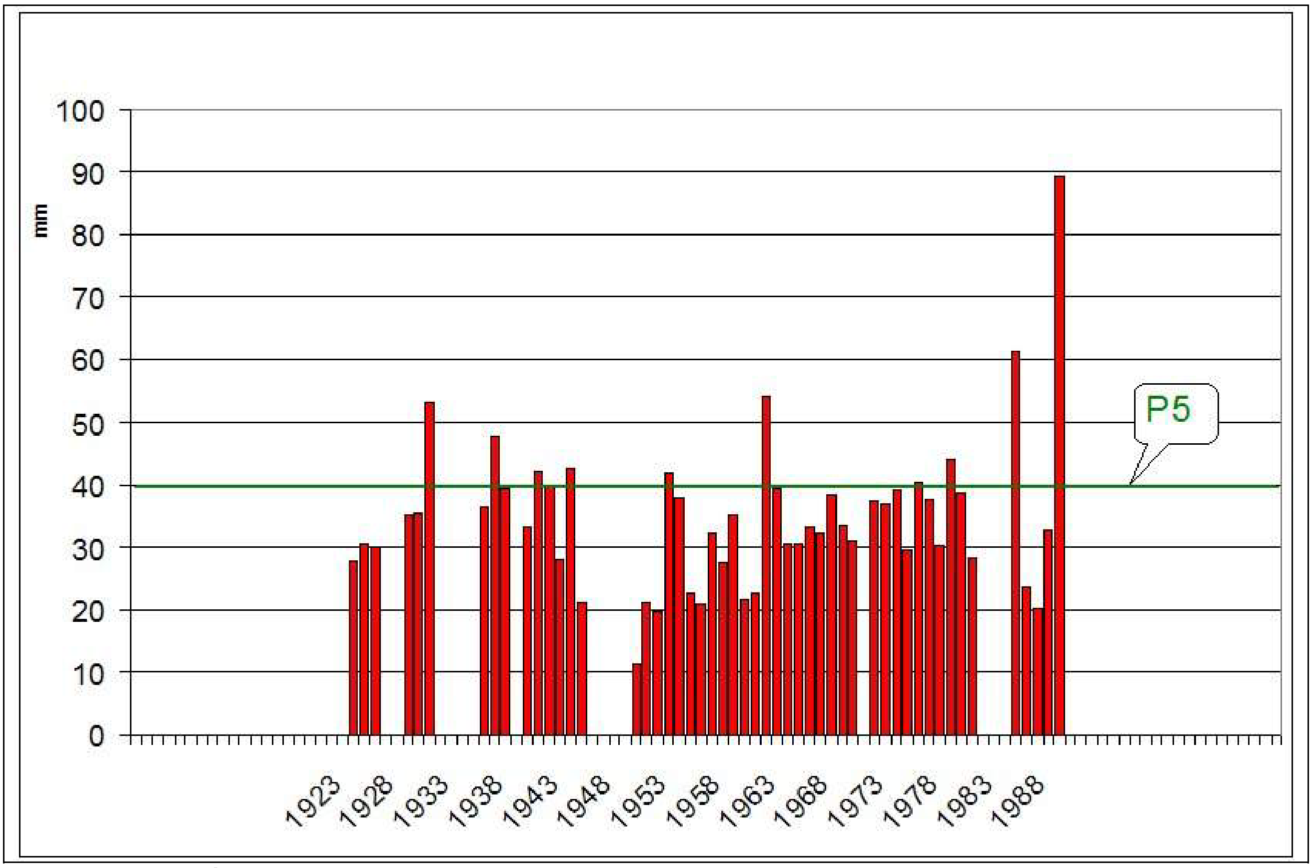


Tuttavia è possibile immaginare che il **comportamento statistico della popolazione sia ragionevolmente rappresentato da quello del campione**. Nel caso illustrato sono noti i valori di pioggia oraria massima registrata in ciascun anno tra il 1923 ed il 1988 in una data stazione. I dati di alcuni anni sono stati persi o non sono stati rilevati e ci sono alcuni "buchi". In tutto ci sono 51 dati che coprono un periodo di 66 anni. La serie che costituisce il campione è abbastanza lunga per ritenere che sia statisticamente rappresentativa dell'andamento delle piogge massime orarie in un periodo molto più ampio, comprendente passato e futuro. La popolazione cui il campione appartiene è rappresentata da tutti gli eventi di pioggia oraria massima annuale che si sono verificati nella stazione dalla formazione della terra ad oggi, e tutti gli eventi che si verificheranno fino alla fine dei tempi. Tale finestra cronologica appare, per la verità, un tantino ampia e vi è il sospetto che comprenda vari mutamenti climatici, ovvero periodi in cui il comportamento delle piogge è stato/sarà significativamente diverso dall'attuale. E' piuttosto probabile che il campione non sia rappresentativo per tali periodi. Tuttavia restringendo la popolazione a qualche centinaio di anni (indietro e avanti) è molto ragionevole ritenere che il campione sia statisticamente rappresentativo.

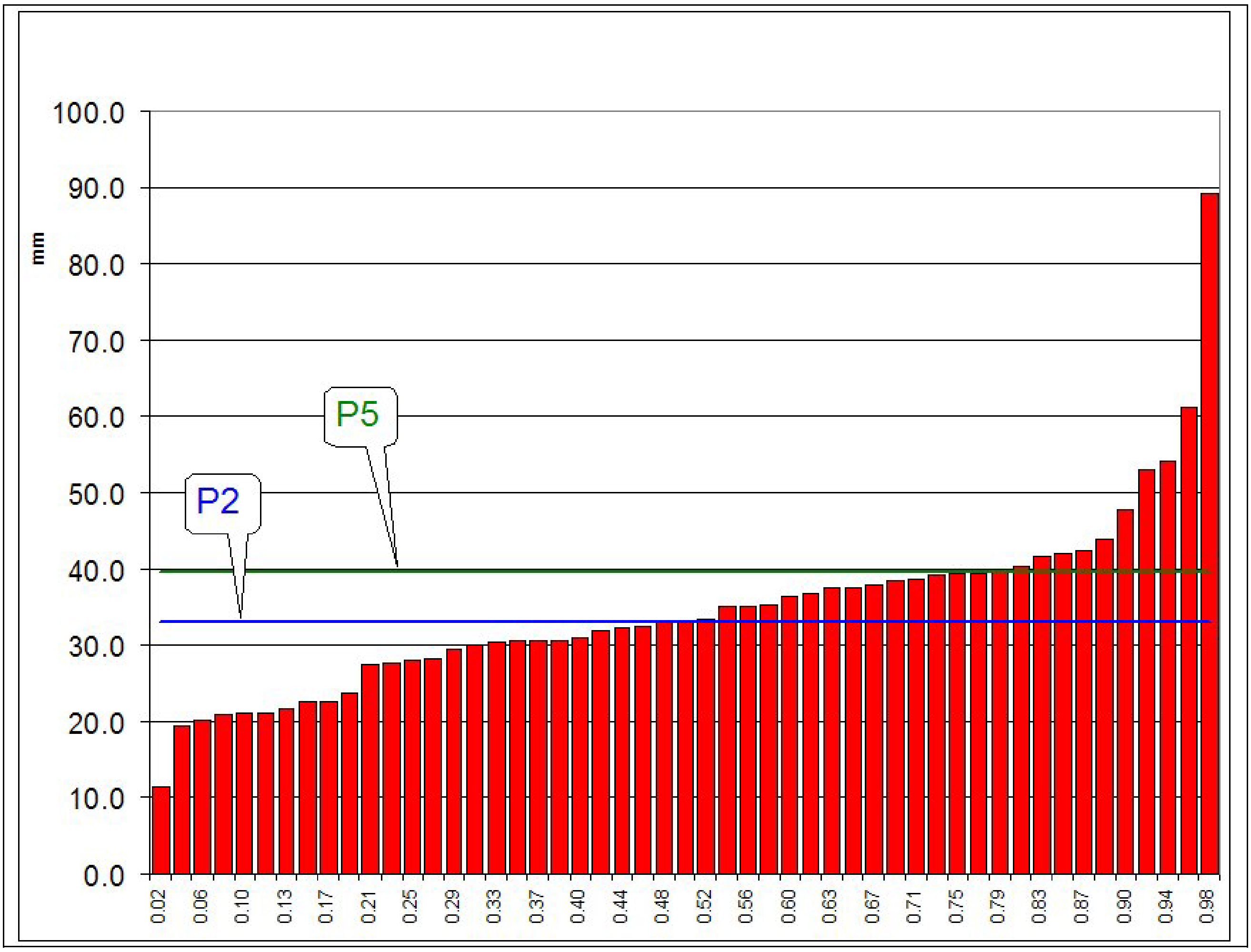
Se nel campione si identifica la mediana, cioè il numero che rappresenta la posizione centrale, per definizione metà dei valori sono inferiori a tale numero e metà superiori. Un valore di pioggia oraria massima pari alla mediana o superiore si presenta 26 volte su 51 osservazioni, mediamente una volta su due (circa). E' un valore che "ritorna" mediamente ogni due anni.



Il valore che si colloca al 41° posto della serie ordinata viene raggiunto, o superato, circa 10 volte su 51, ovvero mediamente ogni 5 anni. "Ritorna" mediamente ogni 5 anni.



La cosa risulta più evidente se si riportano i dati ordinati in senso crescente senza criterio cronologico:



L'asse delle ascisse riproduce una funzione di frequenza ricavata dalla posizione di ciascun valore nella serie ordinata. Se [N] è il numero di elementi (51) ed [m] è la posizione di ciascun elemento nella serie ordinata (crescente) la **frequenza di non superamento**, detta anche ***plotting position***, è data dalla:

$$F_{ns} = \frac{m}{1+N}$$

I valori più grandi vengono superati poche volte nel periodo di osservazione ed hanno quindi una bassa frequenza di superamento e, di conseguenza, una elevata frequenza di non superamento. La frequenza di superamento è ovviamente $F_s = 1 - F_{ns}$.
Per estrapolare i dati nel futuro (e nel passato) è necessario ricorrere ad una funzione matematica che "descriva" adeguatamente il campione ma si estenda ben oltre i valori disponibili. Si passa così dal campione alla popolazione e dalla frequenza alla probabilità. F_s e F_{ns} vengono rimpiazzati da P_s (***probabilità di superamento***) e P_{ns} (***probabilità di non superamento***) calcolati con metodi matematico-statistici.
In questo ambito il ***tempo di ritorno*** è definito dalla:

$$T = \frac{1}{P_s} = \frac{1}{1-P_{ns}}$$

Si noti che se $P_s = 0.01$ (e $P_{ns} = 0.99$) risulta T = 100 anni. Il tempo di ritorno di un evento di assegnata intensità è quindi:

- ✓ Numero di anni che <u>in media</u> separa il verificarsi di due eventi di intensità eguale o superiore a quella assegnata;
- ✓ Numero di anni in cui l'evento di intensità assegnata viene eguagliato o superato <u>in media</u> una volta.

In queste definizioni, la parola chiave è "in media". Infatti, il tempo di ritorno non è il numero di anni che separa due eventi di intensità eguale o superiore a quella assegnata. Secondo tale ultima definizione, dopo il verificarsi di un evento T-ennale (ovvero di probabilità di superamento 1/T), occorrerebbe attendere T anni affinché l'evento si ripeta (con certezza). Questo non è vero: infatti, la probabilità di un tale evento rimane pari ad 1/T in ciascun anno, indipendentemente dal verificarsi di un simile evento nell'anno precedente o in anni recenti.

Rischio idrologico intrinseco

Per calcolare la probabilità che un evento T-ennale (con tempo di ritorno T) si verifichi o venga superato almeno una volta in un periodo di N anni si utilizzano gli assiomi del calcolo delle probabilità:

Probabilità di superamento in ciascun anno	$P_s = 1/T$
Probabilità di non superamento in ciascun anno	$P_{ns} = 1 - (1/T)$
Probabilità di non superamento in N anni	$P_{ns}^N = [1 - (1/T)]^N$
Probabilità di superamento in N anni	$P_s^N = 1 - [1 - (1/T)]^N$

L'espressione viene utilizzata nel calcolo della fallanza di un'opera o di un intervento (rischio idrologico intrinseco). Quando si deve valutare il rischio intrinseco associato ad un certo evento, si calcola la probabilità che l'evento temibile (evento che eguaglia o supera un'assegnata soglia progettuale) si verifichi almeno una volta (ovvero una o più volte) durante la vita presunta dell'opera.

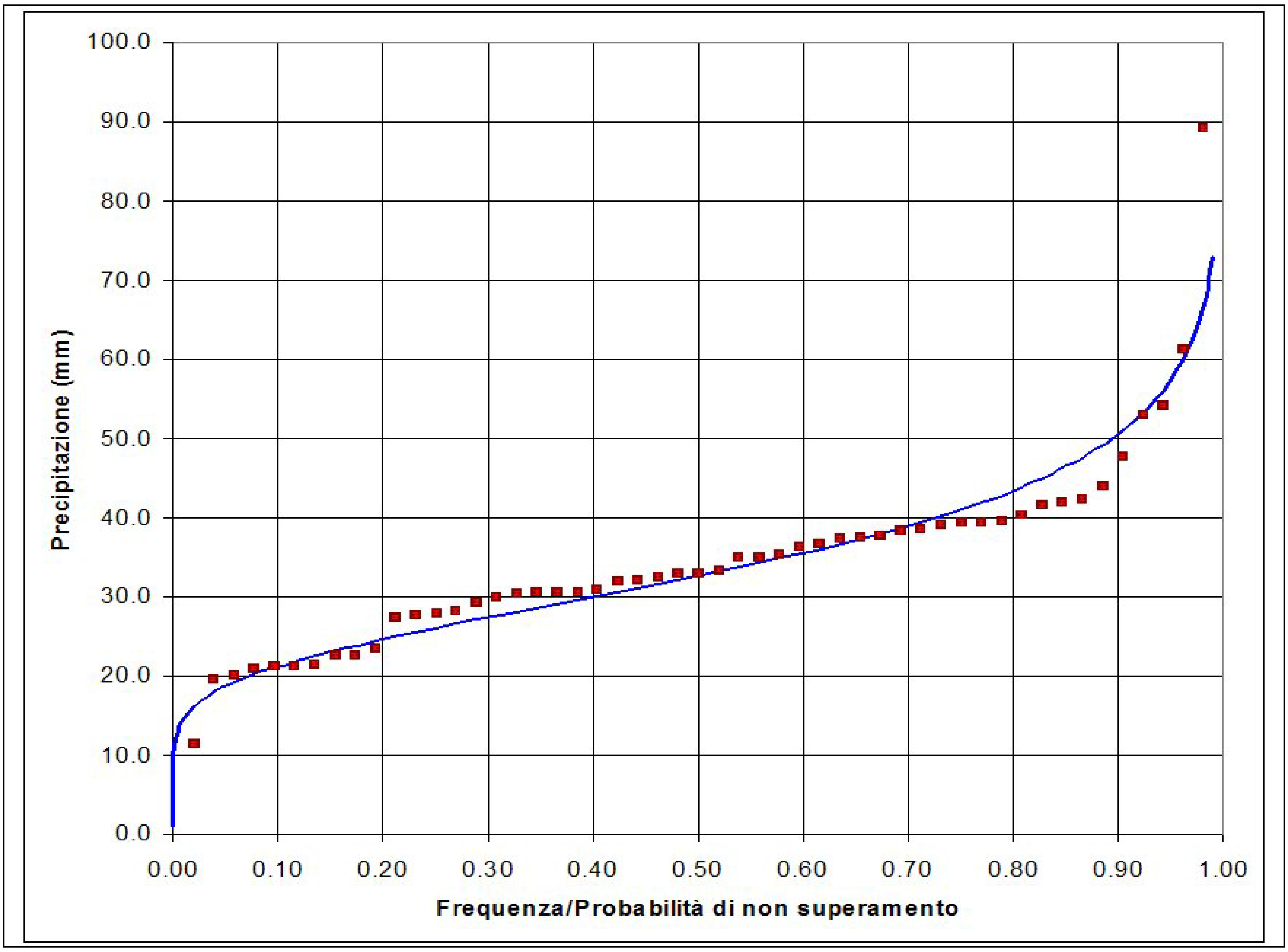
Si consideri un'opera o un intervento dimensionato con riferimento all'evento x(T) di T anni di tempo di ritorno: il rischio $R_N[x(T)]$, ovvero la probabilità che, durante N anni di funzionamento, l'opera risulti insufficiente una o più volte, è esprimibile come:

$$R_N[x(T)] = 1 - \left[1 - \frac{1}{T}\right]^N$$

Nel caso in cui N=T, $R_T[x(T)]$ tende rapidamente al valore asintotico 0.63 al crescere di T. Questo indica che la probabilità che un'opera diventi insufficiente in un arco di tempo di durata pari al tempo di ritorno di progetto è pari, per valori non troppo piccoli di quest'ultimo, al 63% circa.
Il rischio idrologico intrinseco è indicato nella terminologia adottata per il rischio totale con il nome di "pericolosità" o "hazard".

Distribuzioni di Probabilità

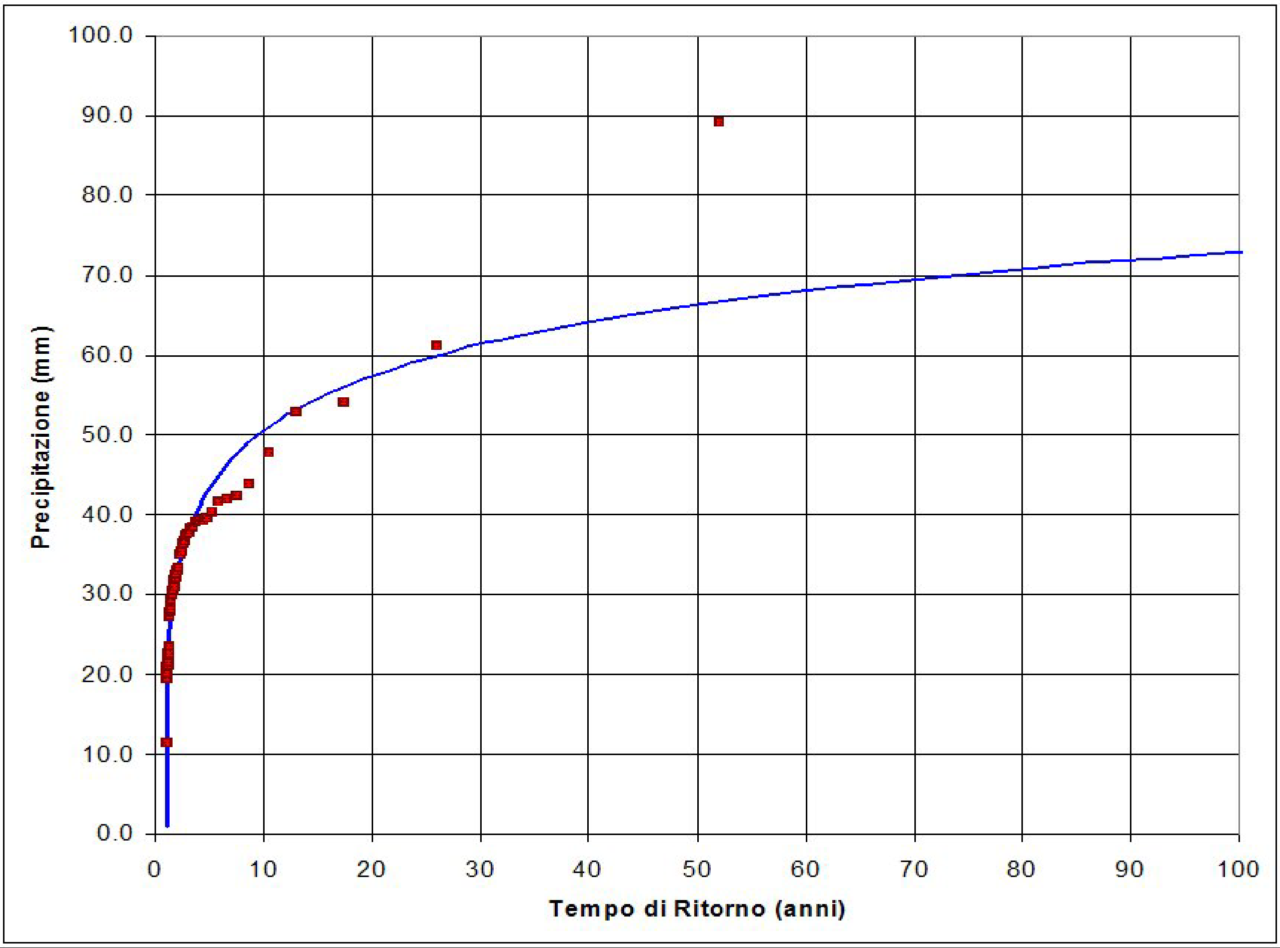
Come si è detto per estrapolare i dati nel futuro è necessario ricorrere ad una funzione matematica. La statistica offre numerosi tipi di funzioni di distribuzione e alcune di esse si rivelano idonee a descrivere la probabilità relativa ad eventi idrologici e meteorologici estremi.



I dati sperimentali vengono interpolati da una funzione continua che si può estendere fino ad una probabilità di non superamento molto prossima ad uno. Tenendo conto che il tempo di ritorno è legato al reciproco di tale probabilità dalla:

$$P_{ns} = 1 - (1/T) \qquad \rightarrow \qquad T = \frac{1}{1 - P_{ns}}$$

è possibile rappresentare lo stesso grafico con una diversa scala delle ascisse:



La zona della curva più prossima alla probabilità uno (a destra nel grafico) si espande (graficamente) in modo consistente dato che sono, a titolo di esempio:

P=0.500 → T=002	P=0.900 → T=010	P=0.950 → T=020
P=0.980 → T=050	P=0.990 → T=100	P=0.995 → T=200

La funzione di distribuzione illustrata è quella di ***GUMBEL (o del valore estremo di I tipo)***, tra le più utilizzate in ambito idrologico.

GUMBEL	
Densità di probabilità	$f(x)=\frac{1}{\alpha}\exp\left[-\frac{x-u}{\alpha}-\exp\left(-\frac{x-u}{\alpha}\right)\right]$
Probabilità (cumulata)	$F(x)=\exp\left[-\exp\left(-\frac{x-u}{\alpha}\right)\right]$

La funzione ha due parametri che possono essere stimati con il metodo dei momenti:

$\alpha=\frac{\sqrt{6s}}{\pi}$	In cui [s] è la varianza statistica del campione
$u=\bar{x}-0.5772\alpha$	In cui $\bar{x}$ è la media del campione

La legge probabilistica può opportunamente essere riscritta introducendo la cosiddetta variabile ridotta (w)

$$w = \frac{x-u}{\alpha}$$

$$F(x) = \exp[-\exp(-w)]$$

$$w = -\ln\left[\ln\left(\frac{1}{F(x)}\right)\right]$$

Noti i parametri della distribuzione è possibile determinare il valore di x_T caratterizzato da un dato tempo di ritorno T.

Assegnato il tempo di ritorno T e ricordando:

$$\frac{1}{T} = P_s = 1 - P_{ns} = 1 - F(x_T)$$

risulta definita la probabilità cumulata di non superamento:

$$F(x_T) = \frac{T-1}{T}$$

la corrispondente variabile ridotta:

$$w_T = -\ln\left[\ln\left(\frac{1}{F(x_T)}\right)\right]$$

e infine il valore di pioggia corrispondente al tempo di ritorno T:

$$x_T = w\alpha + u$$

Analogamente è possibile determinare il tempo di ritorno T da assegnare all'evento di magnitudo x

Si calcola la variabile ridotta in funzione di x

$$w = \frac{x-u}{\alpha}$$

e il relativo valore di probabilità

$$F(x) = \exp[-\exp(-w)]$$

da cui il tempo di ritorno

$$T = \frac{1}{1 - F(x_T)}$$

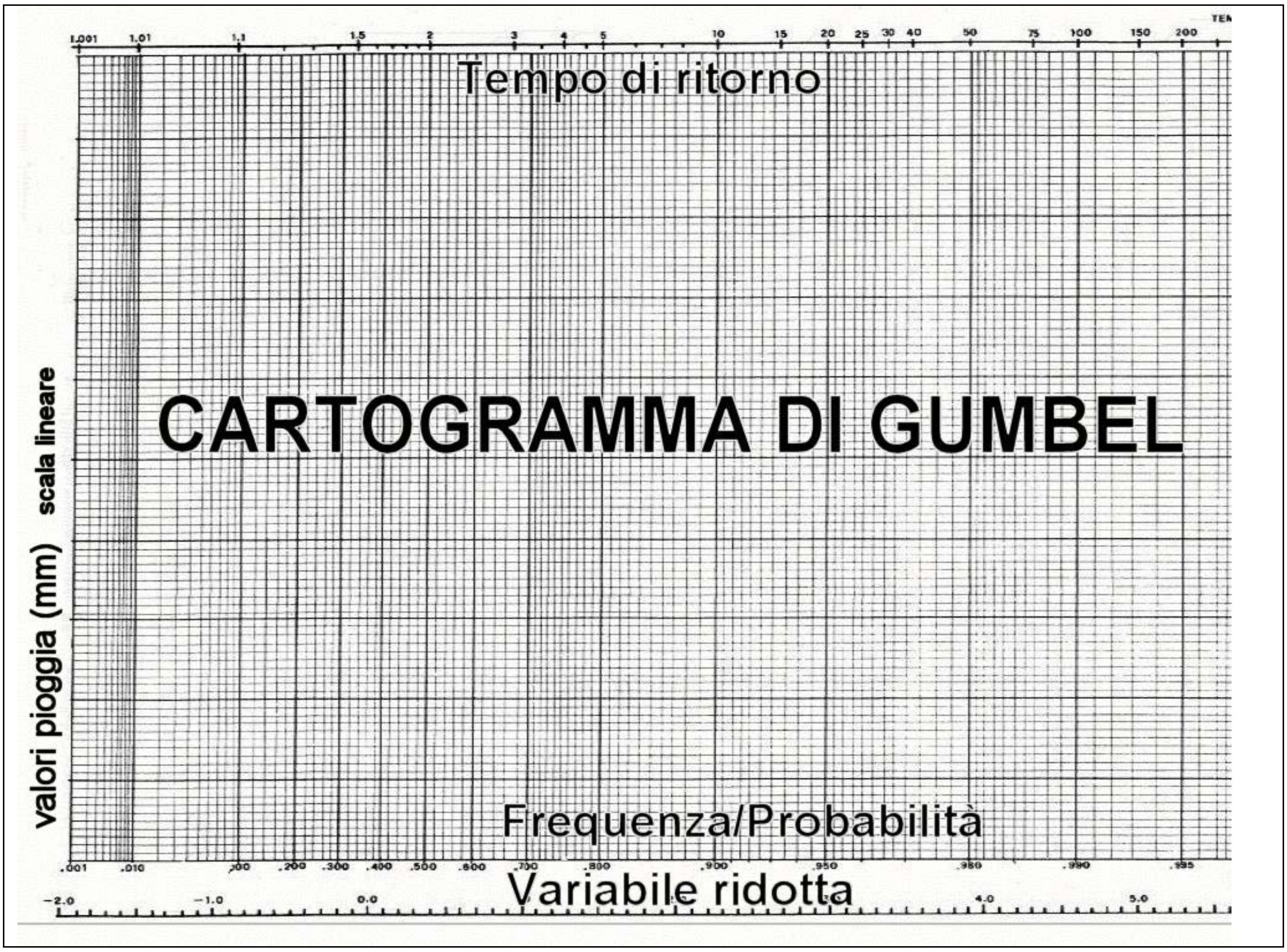
Cartogrammi probabilistici

Una valutazione della bontà dell'adattamento della distribuzione al campione disponibile può essere conseguita tramite un esame grafico basato sui diagrammi probabilistici tracciati su carte speciali (cartogrammi probabilistici). Tali carte sono costruite in modo che le curve di probabilità di un certo tipo vi vengano rappresentate come rette.
In tali diagrammi, su di un asse (di solito quello delle ascisse) vengono riportati, in scala lineare o logaritmica, i valori della variabile e sull'altro le probabilità o le frequenze cumulate di non superamento (o il tempo di ritorno), adottando una particolare graduazione che dipende dal tipo di distribuzione.

Nella carta probabilistica di Gumbel (vedi figura) sono riportate in ascissa sia la frequenza (in basso) che il relativo tempo di ritorno (in alto). È inoltre riportato il valore della variabile ridotta (y nel diagramma) corrispondente a ciascuna frequenza. (ascissa più in basso). I valori del campione vengono posizionati riportando in ascissa la plotting position. La scala delle ordinate è lineare e su di essa si riportano valori congruenti con quelli del fenomeno osservato, nel nostro caso i valori di pioggia massima di assegnata durata registrati in ciascun anno.

Se il tipo di distribuzione corrispondente alla carta probabilistica è adatto ad interpretare le osservazioni, queste devono addensarsi più o meno intorno ad una retta. Questa rappresentazione grafica è quindi utile per verificare l'esattezza dell'assunzione fatta circa la distribuzione di probabilità prescelta. La "bontà dei risultati" può ovviamente essere valutata ricorrendo ad opportuni test statistici; tra i test più utilizzati si ricordano il test di Kolmogorov-Smirnov e quello del χ^2 (chi quadro).

Una volta selezionato il tipo di distribuzione di probabilità, la rappresentazione del campione sul cartogramma probabilistico prescelto si presta anche per la determinazione dei parametri della distribuzione. E' questa la base del metodo dei minimi quadrati che prevede la stima dei parametri della distribuzione mediante interpolazione (con una retta) dei punti sperimentali collocati sul cartogramma. Generalmente la qualità dei risultati che si ottengono tramite tale procedura è inferiore rispetto a quella conseguibile tramite il metodo dei momenti.



Linea Segnalatrice di Probabilità Pluviometrica (LSPP)

Normalmente per una stazione si dispone di un campione di valori estremi di precipitazione costituito dai massimi registrati in ciascun anno per varie durate. Le durate standard sono 1, 3, 6, 12, 24 ore, di recente spesso accompagnate dagli scrosci di 15, 30 e 45 minuti. Negli studi sui comprensori di pianura, relativi alle opere di bonifica, si utilizzano le durate di 1, 2, 3, 4, 5 giorni, con la medesima procedura.

Ciascuna serie (ciascuna durata) viene regolarizzata in modo indipendente. Da tale operazione si ricavano i valori di pioggia di durata 1, 3, 6, 12, 24 ore per qualsiasi tempo di ritorno. Normalmente si adottano tempi di ritorno standard di 2, 5, 10, 20, 50, 100 e 200 anni.
Operando secondo le modalità già illustrate si ricavano le piogge per ciascuna durata e tempo di ritorno.
Nella pratica progettuale è tuttavia quasi sempre necessario conoscere, scelto il tempo di ritorno, il valore della precipitazione relativa ad una durata diversa dalle cinque calcolate, specificatamente una durata caratteristica del sistema idrologico/idraulico oggetto di studio.
La ***linea segnalatrice di probabilità pluviometrica*** (LSPP) fornisce una relazione fra altezza [h] e durata [t] della pioggia per un assegnato tempo di ritorno. La forma normalmente utilizzata in Italia è:

$$h = at^n$$

in cui [a] ed [n] variano con il tempo di ritorno e vengono calcolati interpolando i valori ottenuti dalle (cinque) funzioni di distribuzione di probabilità. Si ottiene, ovviamente, una curva per ogni tempo di ritorno.
Il metodo più veloce per determinare i parametri [a] ed [n] di ciascuna linea segnalatrice consiste nell'interpolarli linearmente in un piano in scala bilogaritmica (ovvero: in un piano in cui in ascisse vi sia [log t] ed in ordinata [log h]). Infatti passando ai logaritmi si ottiene una retta (per ogni TR):

$$h = at^n \rightarrow \log h = \log a + n \log t$$

L'interpolazione può essere effettuata graficamente, con risultati approssimati, o analiticamente mediante una semplice procedura di regressione lineare tra i punti dati (che normalmente sono 5 relativi alle cinque durate orarie).
Le procedure di regressione lineare sono normalmente già implementate nei software di calcolo e persino in molte calcolatrici tascabili. Ugualmente si rammenta che il metodo dei minimi quadrati consiste nell'individuare il set di parametri, che per la retta in discussione sono pendenza [n] ed intercetta [log(a)], che rendono minima la sommatoria dei quadrati degli scarti, ovvero delle distanze tra i (5) valori osservati ed i corrispondenti valori sulla retta interpolante.

x = log(t)	y = log(h)	b = log(a)	m = numero punti (5)

$$n = \frac{m\sum_{i=1}^{m} x_i y_i - \sum_{i=1}^{m} x_i \sum_{i=1}^{m} y_i}{m\sum_{i=1}^{m} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{m} x_i\right)^2}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{m} x_i^2 \sum_{i=1}^{m} y_i - \sum_{i=1}^{m} x_i \sum_{i=1}^{m} x_i y_i}{m\sum_{i=1}^{m} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{m} x_i\right)^2}$$

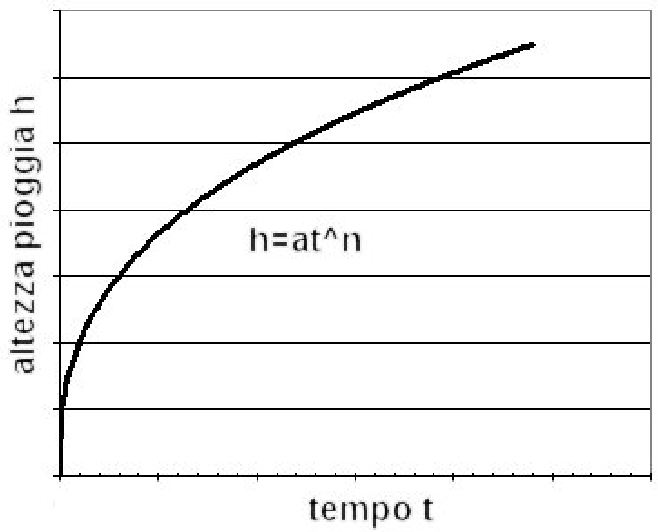
Dopo aver ottenuto i valori dei parametri in scala logaritmica è necessario ritornare alle dimensioni lineari.

$$\log h = \log a + n \log t \rightarrow h = at^n$$

ciò si ottiene semplicemente con l'uguaglianza tautologica:

$$a = 10^{\log a}$$

L'andamento qualitativo della linea segnalatrice è mostrato in figura:



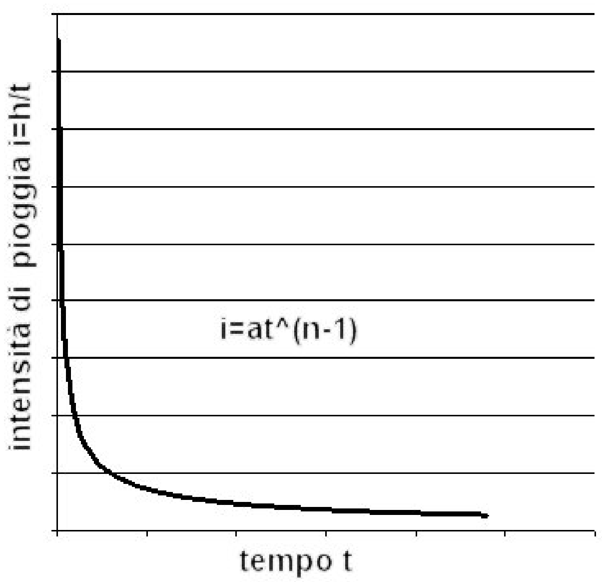
La linea segnalatrice si può esprimere in termini di intensità

$$i = \frac{h}{t}$$

da cui:

$$h = at^{(n-1)}$$

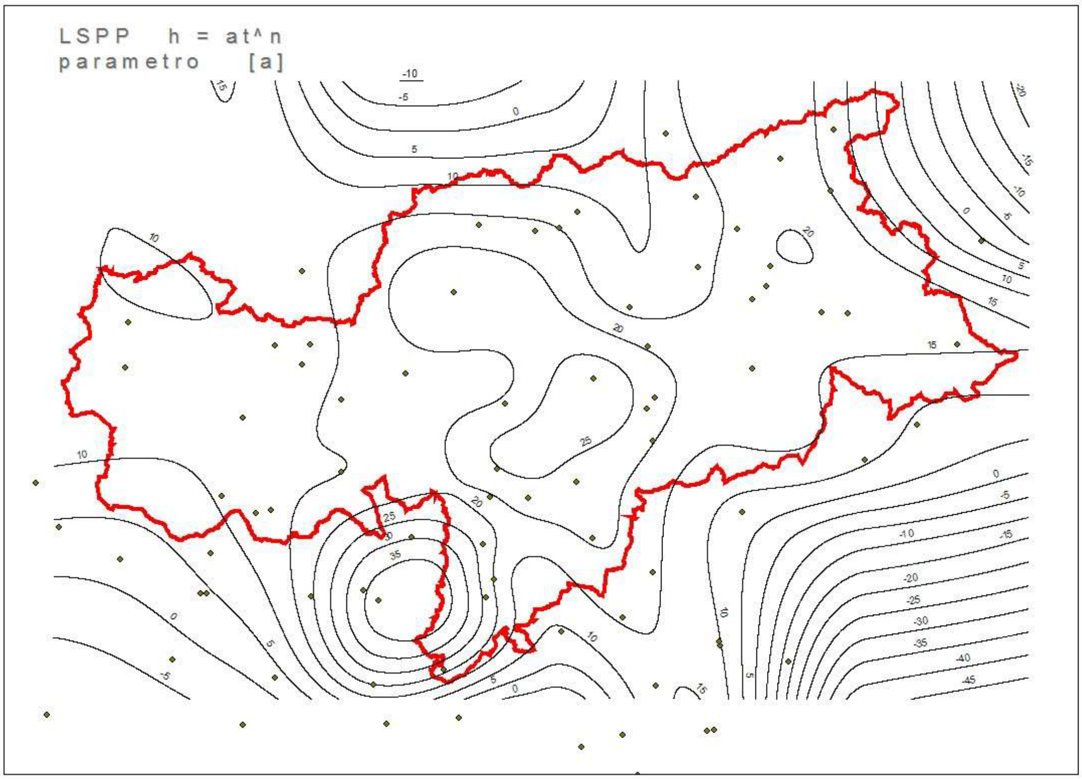
poiché sperimentalmente n < 1 l'andamento dell'intensità nel tempo risulta decrescente come rappresentato in figura:

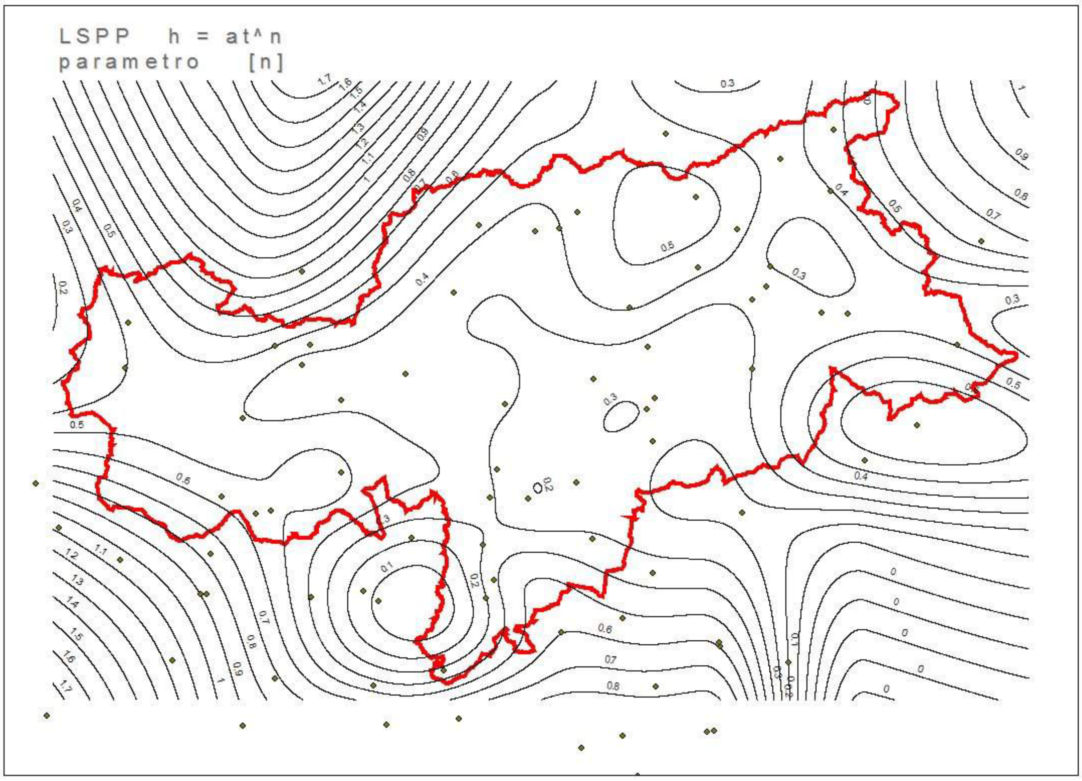


Regionalizzazione delle LSPP

A volte si ritiene conveniente studiare la distribuzione degli eventi estremi a scala più ampia. Si procede solitamente regolarizzando le serie di tutte le stazioni (a volte con procedure leggermente modificate) e quindi successivamente si confrontano e/o si interpolano i valori dei parametri con procedure statistiche (spline, kriging, ..).

Le figure mostrano una rappresentazione per isolinee della variabilità spaziale dei parametri a ed n relativamente alla provincia di Trento.





Regolarizzazione dei massimi annuali di precipitazione per la Stazione di Riva di Tures.

I dati di 1, 3, 6, 12 e 24 ore (P01, P03, P06, P12, P24) costituiscono altrettanti campioni sui quali determinare i parametri della legga probabilistica teorica, in questo caso la legge di GUMBEL

ANNO	P01	P03	P06	P12	P24
1928	16.0	21.0	41.0	60.0	90.0
1929	13.6	30.6	38.4	43.6	59.4
1930	13.8	17.8	23.8	38.6	47.6
1931	22.6	40.0	58.2	70.9	94.4
1934	15.2	26.2	35.6	51.2	62.4
1935	15.0	23.0	34.6	54.0	61.2
1936	16.8	25.0	32.0	37.4	47.2
1937	21.8	31.4	34.0	34.2	48.6
1938	18.2	18.2	18.2	20.2	27.2
1939	16.6	17.2	25.4	39.6	48.2
1940	15.6	17.2	21.8	25.0	43.1
1941	9.6	22.6	26.0	33.4	35.8
1942	15.0	27.6	28.4	45.0	64.0
1943	17.4	21.6	28.8	31.2	39.6
1944	19.8	20.0	23.2	32.8	44.4
1945	14.2	18.6	27.6	37.8	63.8
1946	20.6	29.6	43.6	53.0	62.0
1947	13.6	23.2	27.6	30.8	53.4
1948	11.6	24.2	37.4	49.0	75.2
1949	24.8	30.8	31.8	31.8	36.5
1950	13.6	27.6	36.0	37.0	38.0
1951	12.0	19.0	28.8	29.4	33.6
1952	16.4	18.2	24.6	33.0	47.6
1953	16.8	24.4	33.4	39.0	50.4
1954	13.2	14.0	15.0	21.2	41.4
1956	12.6	21.0	37.6	41.6	50.8
1957	21.6	26.2	27.8	32.0	52.4
1959	12.4	26.2	26.8	27.6	38.6
1960	10.0	17.4	33.6	51.4	72.4
1961	11.0	17.6	30.6	31.8	39.6
1962	12.4	24.0	35.8	42.8	42.8
1963	16.8	19.0	27.4	34.2	50.0
1964	8.0	20.2	27.4	35.0	37.2
1967	36.8	40.6	59.0	59.0	60.4
1968	14.8	17.0	22.6	24.4	36.4
1970	15.0	20.2	25.6	42.0	42.0
1971	15.0	21.4	32.2	44.6	47.6
1981	15.8	22.6	34.6	64.8	111.6
1982	14.8	25.8	31.8	44.8	62.4
1984	10.6	21.0	28.8	36.0	57.0
1985	14.6	29.0	45.4	68.8	77.8
1990	12.2	23.4	24.4	34.8	56.4
1991	29.0	34.4	38.2	51.8	94.8
1992	9.8	18.4	31.4	39.4	39.4
1993	13.6	22.4	35.2	43.6	62.0
1994	16.8	19.6	29.6	40.4	53.4
1995	9.8	13.8	20.8	34.4	40.2
1996	10.6	14.6	21.6	32.0	49.4
1997	11.4	19.6	24.4	33.8	37.2
1998	8.6	16.0	19.4	22.6	32.2
1999	8.4	19.2	30.2	47.8	50.4
2000	10.4	19.0	32.6	36.0	48.6
2001	16.6	17.8	24.0	34.0	49.2
2002	8.6	19.2	29.2	45.9	57.6

Gli statistici del campione: media e varianza sono calcolati per ciascuna durata	MEDIA	15.0	22.5	30.8	39.9	53.1
	VAR	27.2	34.1	69.8	129.0	288.0
	DEV.ST	5.21	5.84	8.36	11.36	16.97

Dagli statistici del campione sono desumibili in base al metodo dei momenti i parametri della legge teorica	ALFA	4.07	4.55	6.52	8.86	13.24
	U	12.69	19.88	27.04	34.82	45.41

La legge di GUMBEL può quindi essere riscritta per la specifica popolazione analizzata, ad esempio per la popolazione dei massimi annuali di durata 24 ore:

$$F(x) = \exp\left[-\exp\left(-\frac{x-45.41}{13.24}\right)\right]$$

è quindi possibile estrapolare i dati per "qualsiasi" tempo di ritorno secondo le modalità già illustrate.

Esempio:

T= 200 anni

$$F(x_{200}) = \frac{200-1}{200} = 0.995$$

$$w_{200} = -\ln\left[\ln\left(\frac{1}{0.995)}\right)\right] = 5.2958$$

$$x_{200} = 5.2958 \times 13.24 + 45.51 = 115.2mm$$

o assegnare il corrispondente tempo di ritorno ad un evento di data magnitudo.

Esempio

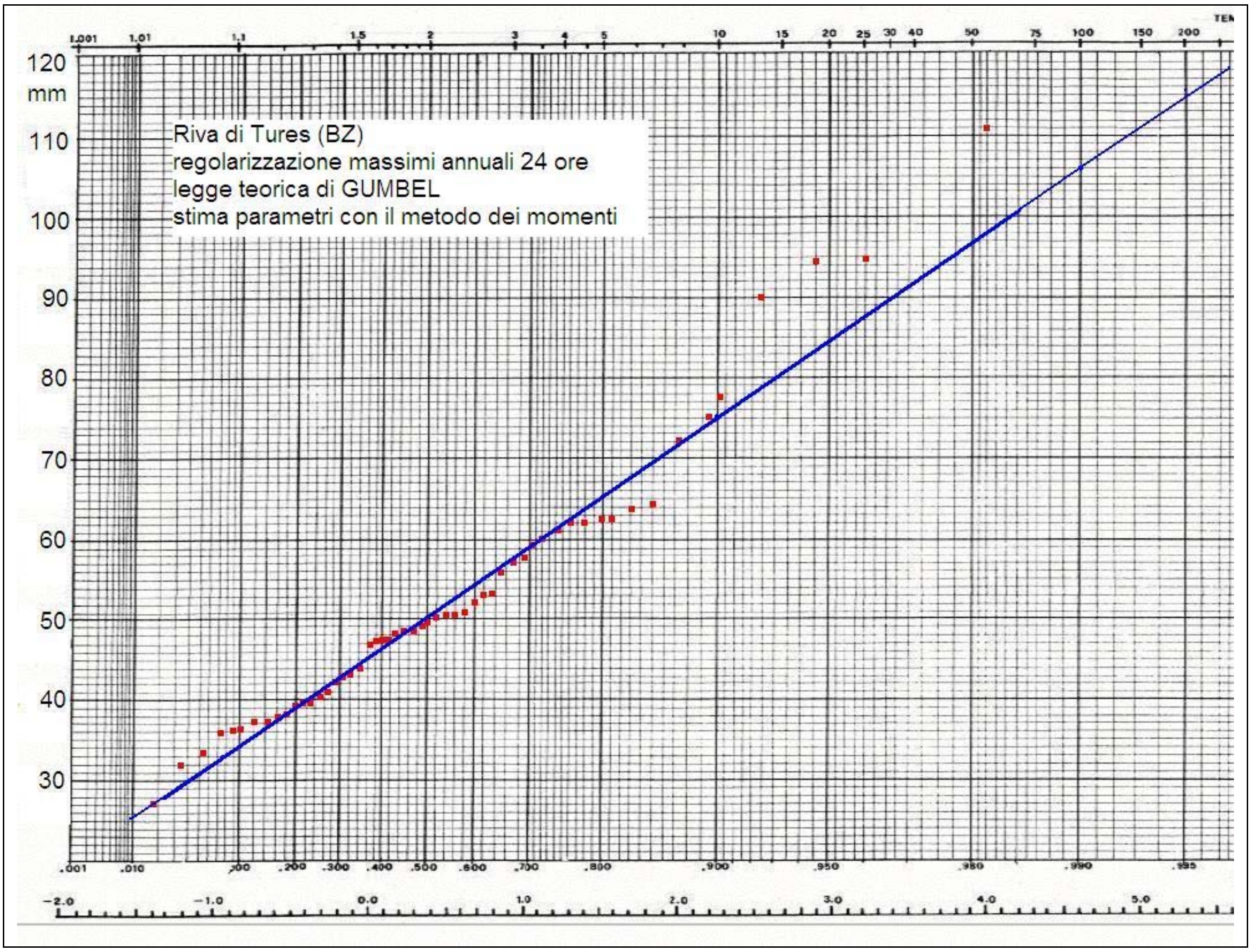
X = 100 mm

$$w = \frac{x-45.41}{13.24} = 4.123$$

$$F(x) = \exp[-\exp(-4.123)] = 0.984$$

$$T = \frac{1}{1-0.984} = 62.5anni$$

I dati possono opportunamente essere collocati sul cartogramma probabilistico. I punti rappresentano i valori del campione collocati in base alla plotting position, la linea continua esprime la legge teorica di probabilità adattata al campione in base ai parametri stimati con il metodo dei momenti.



L'elaborazione estesa a tutte le durate di precipitazione porta al calcolo dei quantili regolarizzati per i diversi tempi di ritorno

T	W	P01	P03	P06	P12	P24
2	0.367	14.2	21.5	29.4	38.1	50.3
5	1.500	18.8	26.7	36.8	48.1	65.3
10	2.250	21.8	30.1	41.7	54.8	75.2
25	3.199	25.7	34.4	47.9	63.2	87.8
50	3.902	28.6	37.6	52.5	69.4	97.1
100	4.600	31.4	40.8	57.0	75.6	106.3
200	5.296	34.2	44.0	61.6	81.7	115.5

Dai dati regolarizzati si ricavano le linee segnalatrici di probabilità pluviometrica desumibili dalle coppie altezza-durata per i diversi tempi di ritorno.

Utilizzando la simbologia adottata per tempo di ritorno di 200 anni:

x = log(t)	y = log(h)	b = log(a)	m = numero punti (5)

	t	h	x=logt	y=logh	x^2	xy
	1	34.2	0	1.53	0.00	0.0000
	3	44	0.477	1.64	0.23	0.78
	6	61.6	0.778	1.79	0.61	1.39
	12	81.7	1.079	1.91	1.16	2.06
	24	115.5	1.380	2.06	1.90	2.85
SOMMA			3.715	8.942	3.903	7.087

$$n = \frac{m\sum_{i=1}^{m} x_i y_i - \sum_{i=1}^{m} x_i \sum_{i=1}^{m} y_i}{m\sum_{i=1}^{m} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{m} x_i\right)^2}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{m} x_i^2 \sum_{i=1}^{m} y_i - \sum_{i=1}^{m} x_i \sum_{i=1}^{m} x_i y_i}{m\sum_{i=1}^{m} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{m} x_i\right)^2}$$

Si ottiene:

n= 0.387
b= 1.511

da cui a=32.43 mm

quindi la linea segnalatrice per tempo di ritorno 200 anni

$$h = 32.4t^{0.387}$$