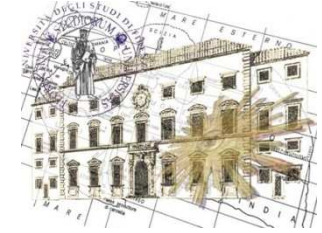




Università degli studi di Firenze
Facoltà di Lettere e Filosofia



TOPOGRAFIA E CARTOGRAFIA

a.a. 2010-2011

3. Proiezioni geografiche

Camillo Berti

camillo.berti@gmail.com

Argomenti

1. Definizioni
2. Caratteristiche delle proiezioni cartografiche
3. Valutazione della deformazione e scelta della proiezione
4. Classificazione delle proiezioni
5. Le principali proiezioni
 - Proiezioni azimutali
 - Proiezioni cilindriche
 - Proiezioni coniche
 - Proiezioni convenzionali per planisferi
 - Sistemi cartografici
6. Proiezioni e sistemi cartografici in uso in Italia
 - Gauss-Boaga
 - UTM
 - Sistema catastale Cassini-Soldner
7. Trasformazione di coordinate

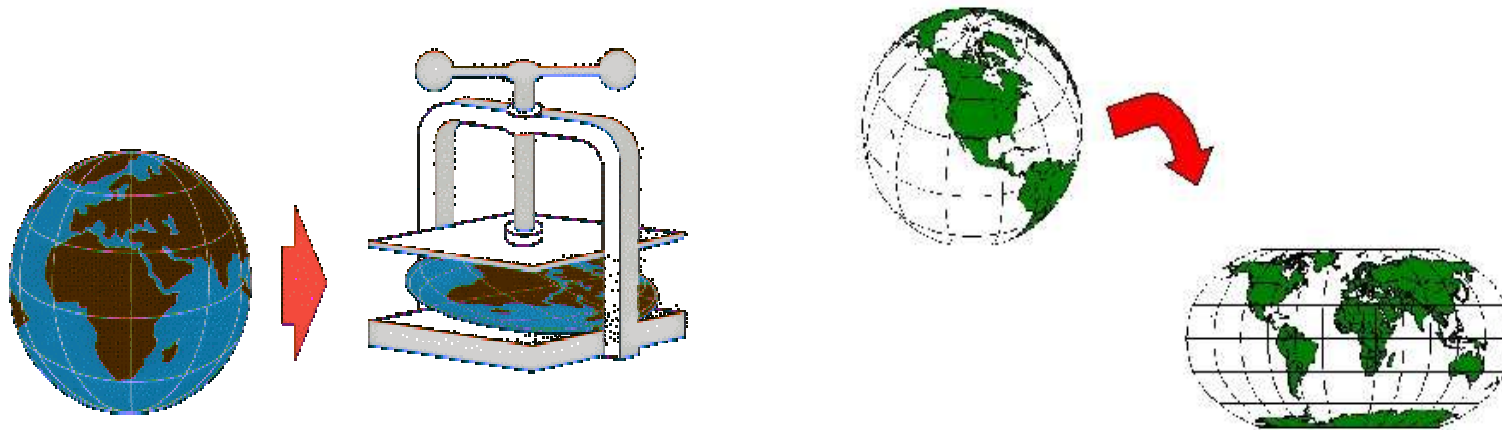
Cartografia

- Proiezioni cartografiche
 - Definizione di regole matematiche per la proiezione della superficie terrestre (curva) su di un piano cartesiano
 - Studio e valutazione delle deformazioni introdotte dalla proiezione cartografica adottata
- Simbologia convenzionale
- Layout cartografico

Una rappresentazione in piano...

*Una carta è una rappresentazione **piana**, ridotta, approssimata e simbolica della superficie terrestre.*

Il trasferimento delle informazioni dalla superficie terrestre al piano della carta avviene secondo determinate regole geometrico-matematiche dette *proiezioni geografiche*.



Una rappresentazione approssimata...

*Una carta è una rappresentazione piana, ridotta, **approssimata** e simbolica della superficie terrestre.*

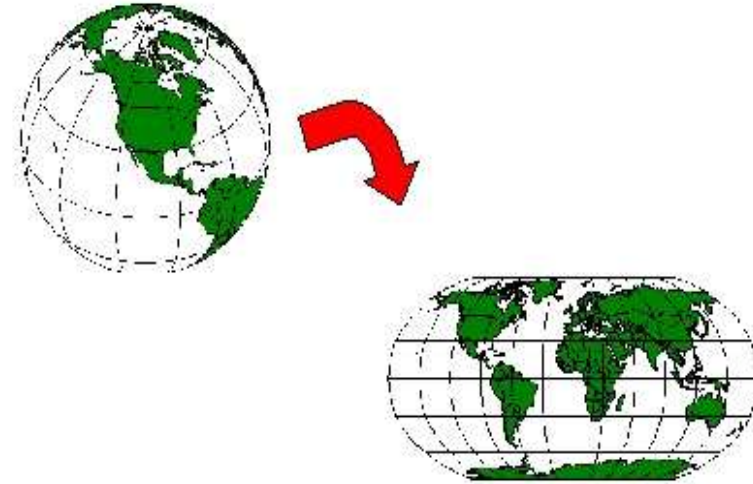
Il passaggio dalla superficie sferica della Terra alla una rappresentazione in piano comporta necessariamente una deformazione.



Proiezioni cartografiche I

Il problema fondamentale della cartografia è la trasposizione sul piano di una superficie curva, quella terrestre.

Una proiezione geografica è il procedimento geometrico e matematico adottato per riportare sul piano la superficie terrestre, o, in altre parole, una norma di corrispondenza biunivoca tra punti della superficie ellissoidica di riferimento e punti del piano cartesiano.



Una proiezione è definita da una coppia di equazioni:

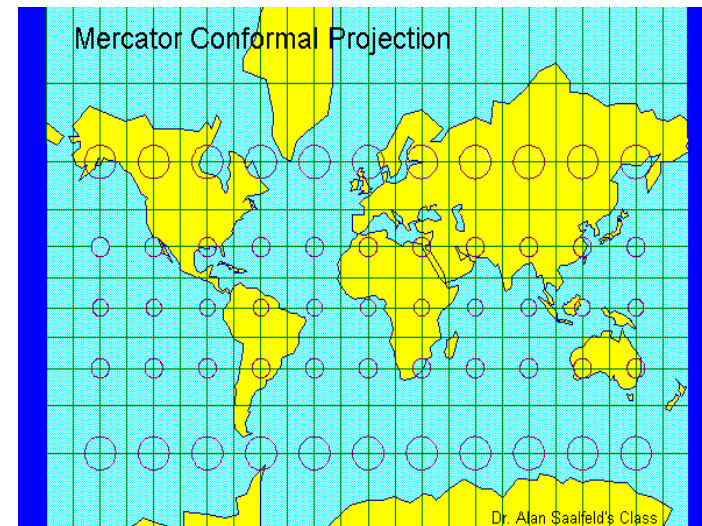
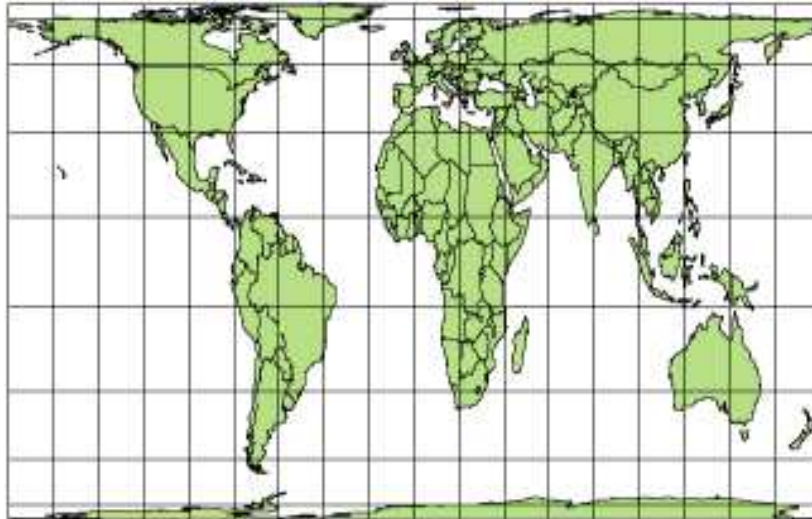
$$x = f(\varphi, \lambda)$$

$y = g(\varphi, \lambda)$ dove φ e λ sono le coordinate geografiche di un punto sulla superficie terrestre, x e y le corrispondenti coordinate sul piano cartesiano.

Proiezioni cartografiche II

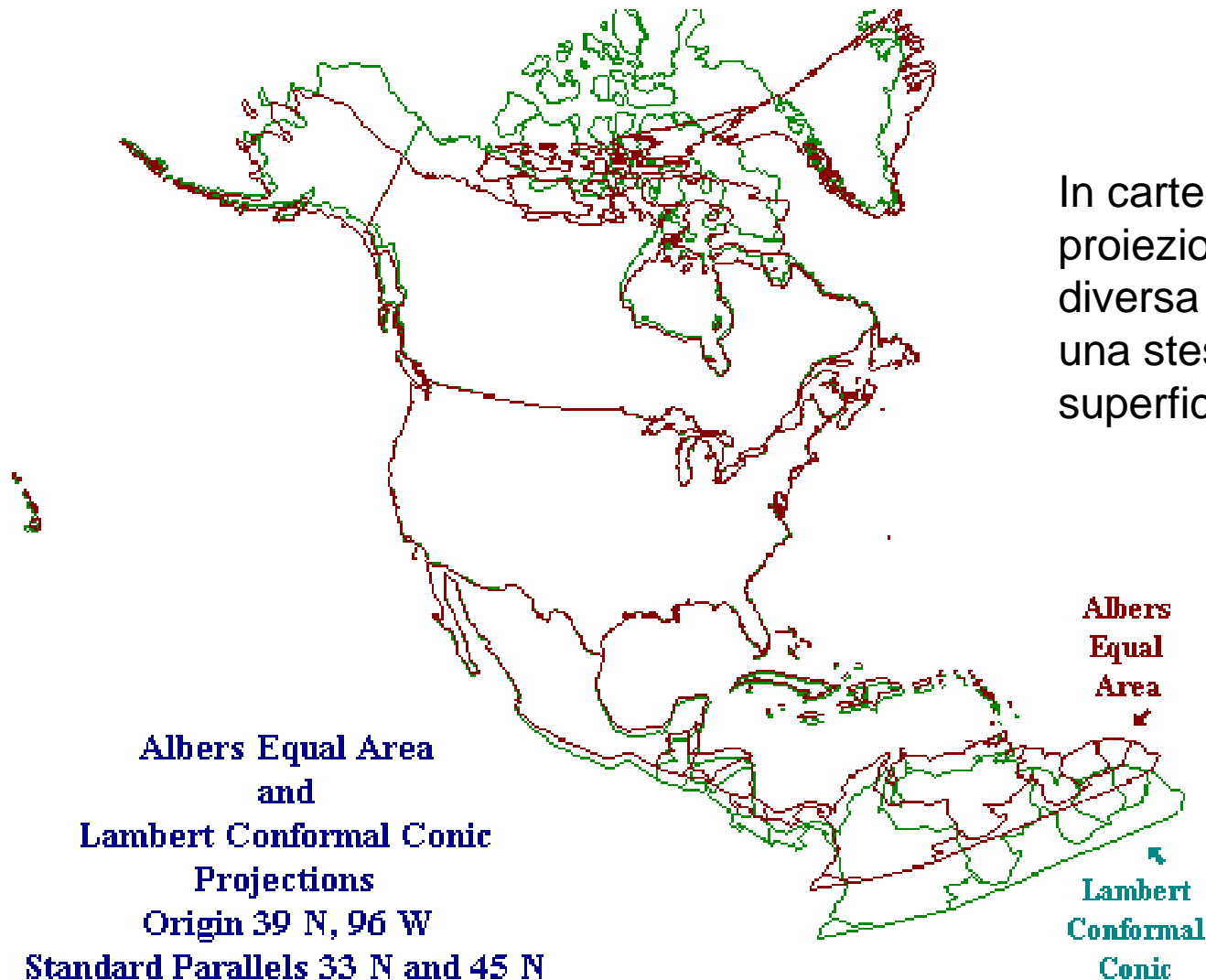
- La rappresentazione della superficie terrestre sul piano genera sempre delle deformazioni.
- Diverse proiezioni producono differenti rappresentazioni della medesima porzione della superficie terrestre.
- Compiti della cartografia sono:
 - valutare le deformazioni indotte da ciascuna proiezione
 - scegliere la proiezione più adatta a rappresentare tutta o parte della superficie terrestre in modo da minimizzare le deformazioni e rispondere a determinati scopi

Proiezioni cartografiche III



Cambiando proiezione utilizzata risultano evidenti i diversi rapporti dimensionali risultanti per territori diversi a seconda della loro posizione nella carta.

Proiezioni cartografiche IV

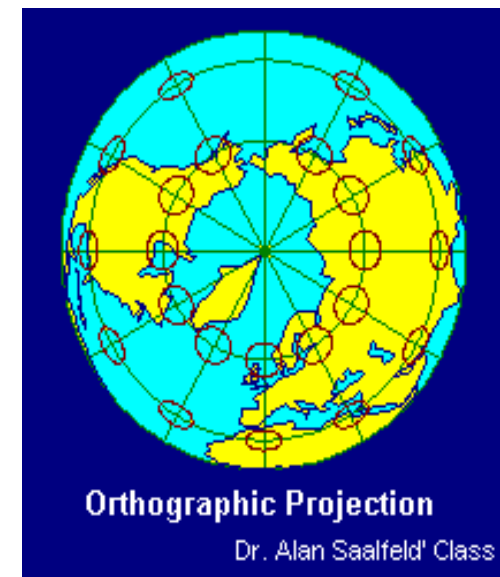
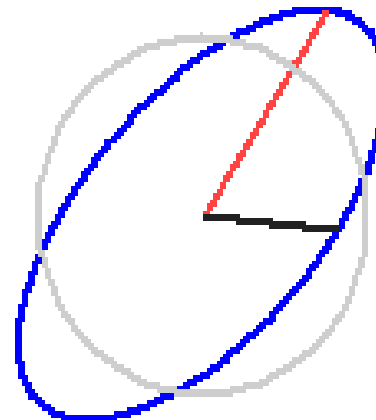
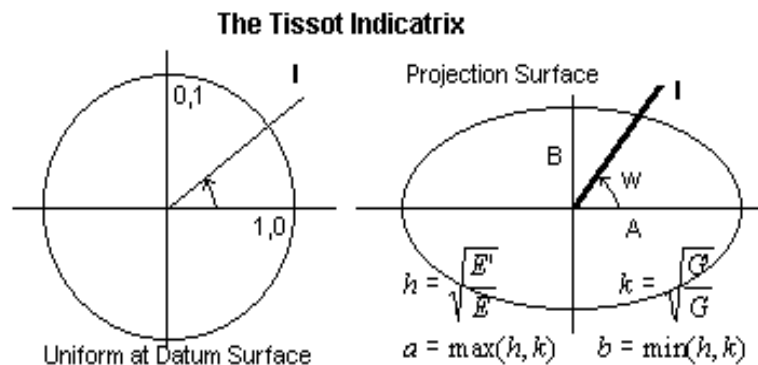


In carte costruite a con diverse proiezioni risulta evidente la diversa rappresentazione di una stessa porzione della superficie terrestre.

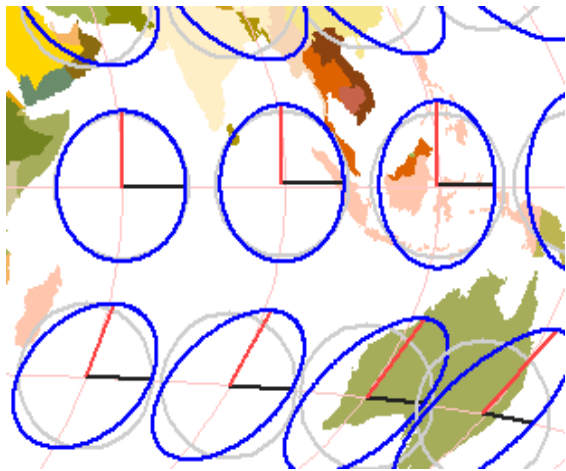
Valutazione delle deformazioni: l'indicatrice di Tissot

Un metodo grafico per valutare, sia visivamente che quantitativamente, la natura e l'entità delle deformazioni indotte dalle proiezioni cartografiche è la cosiddetta **indicatrice**, introdotta dal matematico francese Tissot (1881).

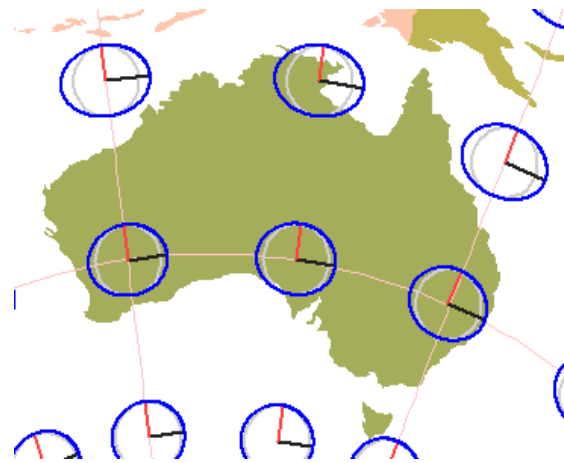
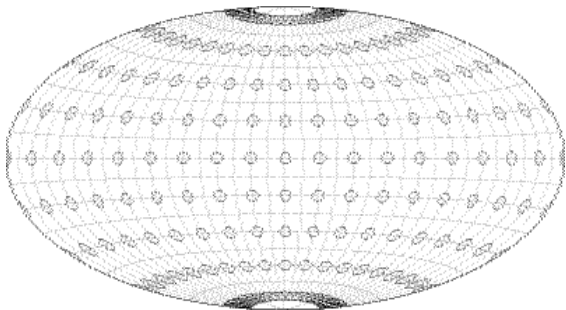
L'indicatrice è l'ellisse sul piano della carta corrispondente ad un cerchio tracciato sulla superficie dell'ellissoide che indica, in funzione della posizione, il grado di deformazione nelle varie direzioni. Nel caso di proiezioni conformi l'ellisse degenera in un cerchio, la cui area fornisce indicazione delle dilatazioni/contrazioni prodotte.



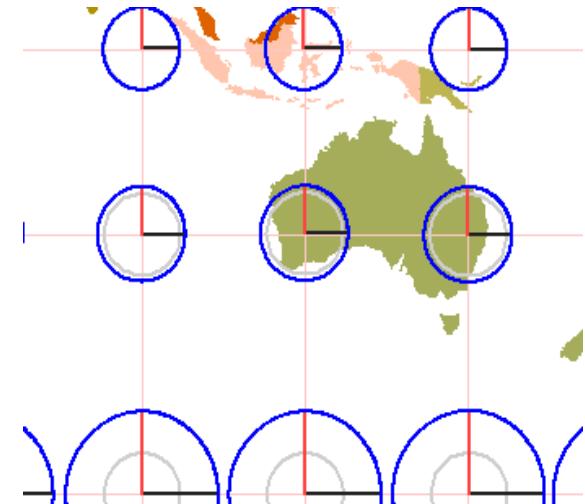
Valutazione delle deformazioni: l'indicatrice di Tissot



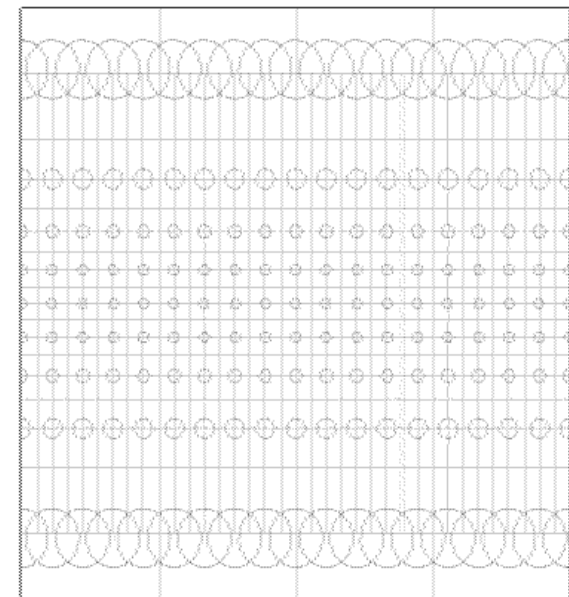
Hammer-Aitoff



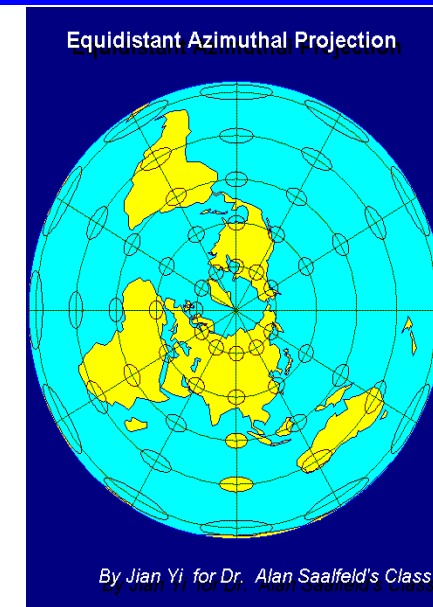
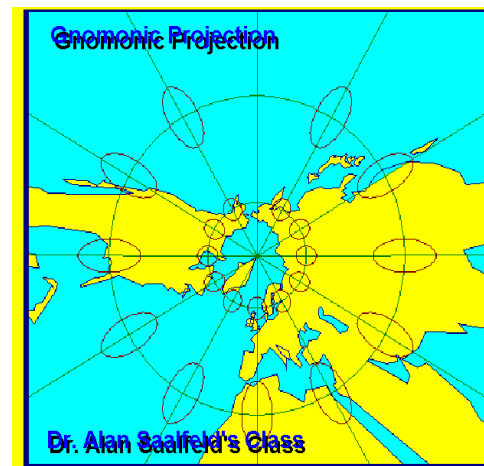
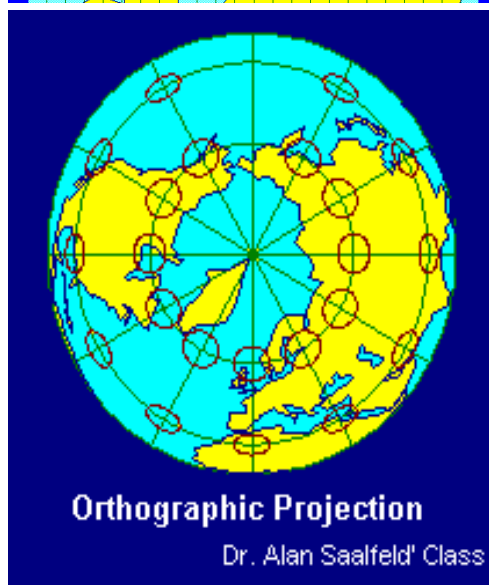
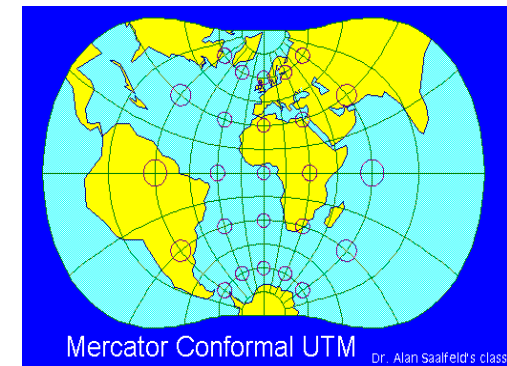
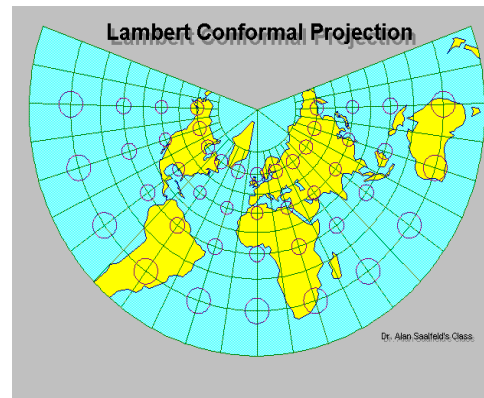
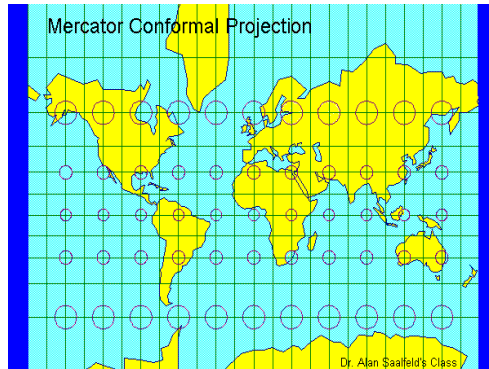
Azimutale equidistante



Mercatore



Valutazione delle deformazioni: l'indicatrice di Tissot



Tipi di proiezioni

Nonostante le inevitabili deformazioni, le proiezioni possono mantenere inalterate determinate caratteristiche geometriche della superficie terrestre (angoli, aree, lunghezze). Si parla pertanto di:

- proiezioni **isogone** (o autogonali), quando sono mantenuti inalterati gli angoli nel passaggio dalla superficie terrestre al piano. Tali proiezioni hanno nella maggior parte dei casi la caratteristica di preservare le forme (che è conseguenza della conservazione degli angoli). Sono dette pertanto anche **conformi** (o ortomorfe).
- proiezioni **equivalenti** (o equiareali o autaliche), quando sono mantenute inalterate le aree. La condizione di equivalenza non può coesistere con quella di conformità.
- proiezioni **equidistanti** (o lineari), quando vengono mantenuti i rapporti tra lunghezze omologhe (rapporto tra le lunghezze sul piano e sull'ellissoide costante lungo particolari direzioni).

In nessuna proiezione possono realizzarsi contemporaneamente queste tre condizioni.

Si dicono **afilattiche** le proiezioni che realizzano un compromesso accettabile minimizzando i vari tipi di deformazione. Per contro in queste proiezioni sono presenti in misura limitata tutte le diverse possibili deformazioni.

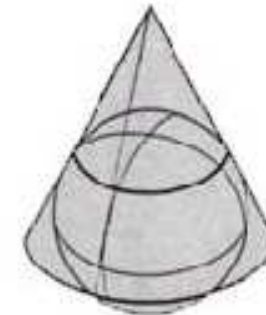
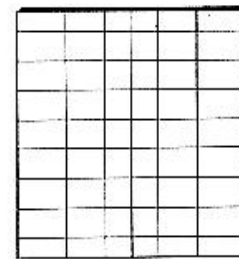
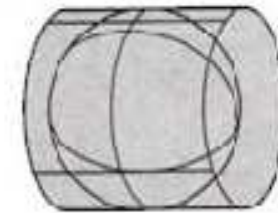
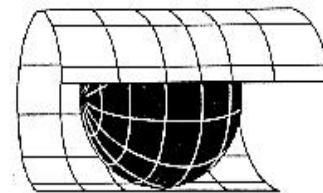
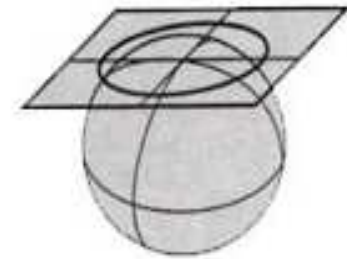
Classificazione delle proiezioni

Le proiezioni possono essere classificate in rapporto ai principi in base ai quali sono costruite:

- **Superficie di proiezione** (piane, coniche, cilindriche);
- **Orientamento** della superficie di proiezione rispetto alla superficie terrestre (dirette, trasverse, oblique);
- **Posizione** della superficie di proiezione rispetto alla superficie terrestre (tangenti, secanti, polisuperficiali);
- Posizione dell'ipotetica **sorgente luminosa** che dà origine alla proiezione (punto di vista) rispetto al globo terrestre (centrografiche, stereografiche, scenografiche, ortografiche);
- Metodo geometrico o matematico per la costruzione della proiezione (vere, modificate, convenzionali)

Superficie di proiezione

- **proiezioni piane:** sono realizzate proiettando il reticolato geografico su un piano.
- **proiezioni per sviluppo:** sono realizzate proiettando il reticolato cartografico su una superficie tangente o secante il globo terrestre sviluppabile su un piano.
Si distinguono in
 - **cilindriche**
 - **coniche**



Orientamento della superficie di proiezione

- **proiezioni dirette** o normali

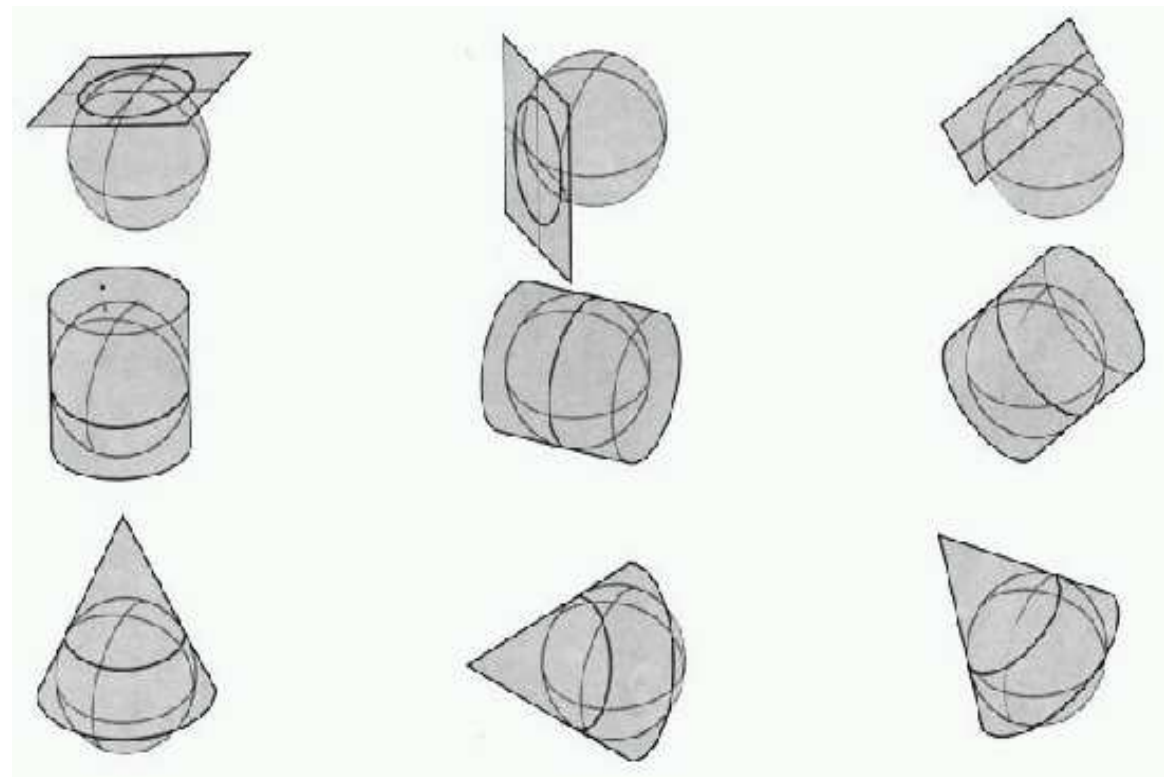
nel caso delle proiezioni piane, quando la superficie ausiliaria è parallela all'Equatore; nel caso delle proiezioni per sviluppo, quando l'asse del solido è parallelo all'asse terrestre;

- **proiezioni trasverse** o inverse

nel caso delle proiezioni piane, quando la superficie ausiliaria è perpendicolare all'Equatore; nel caso delle proiezioni per sviluppo, quando l'asse del solido è perpendicolare all'asse terrestre;

- **proiezioni oblique**

in tutti i casi quando la superficie ausiliaria non è parallela né all'Equatore né all'asse terrestre.



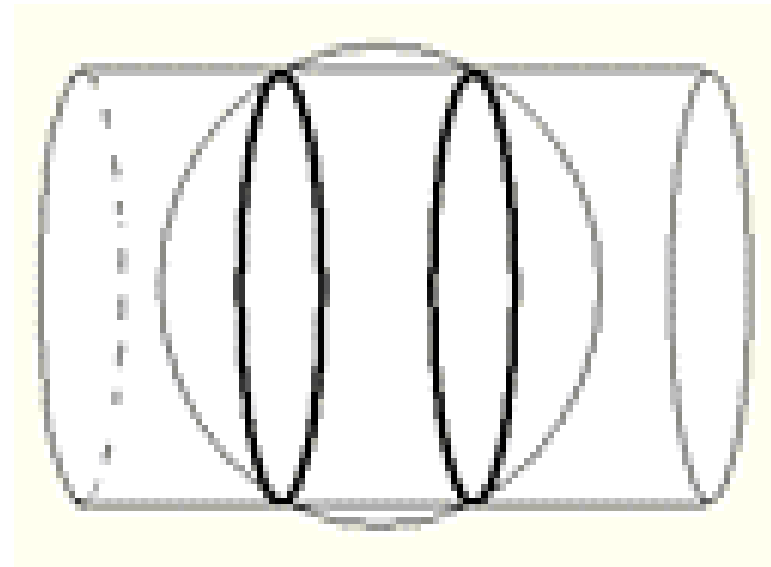
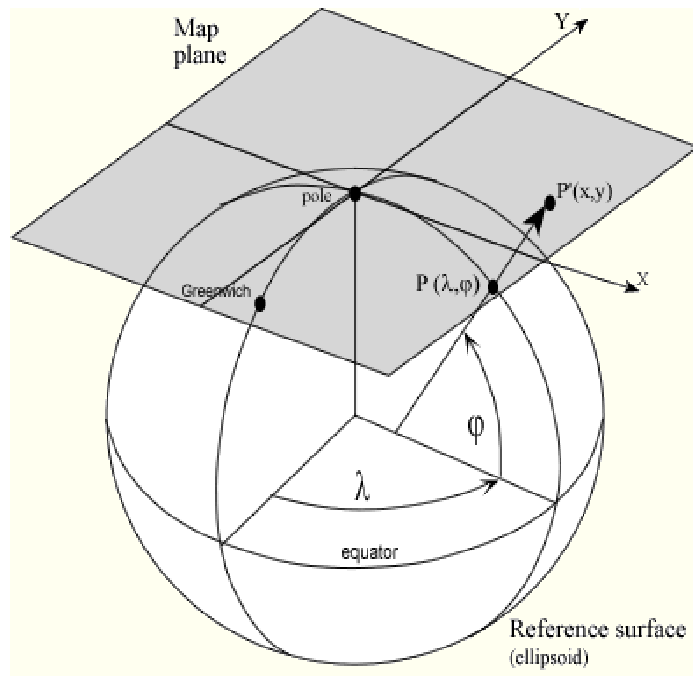
normali

trasverse

oblique

Posizione della superficie di proiezione

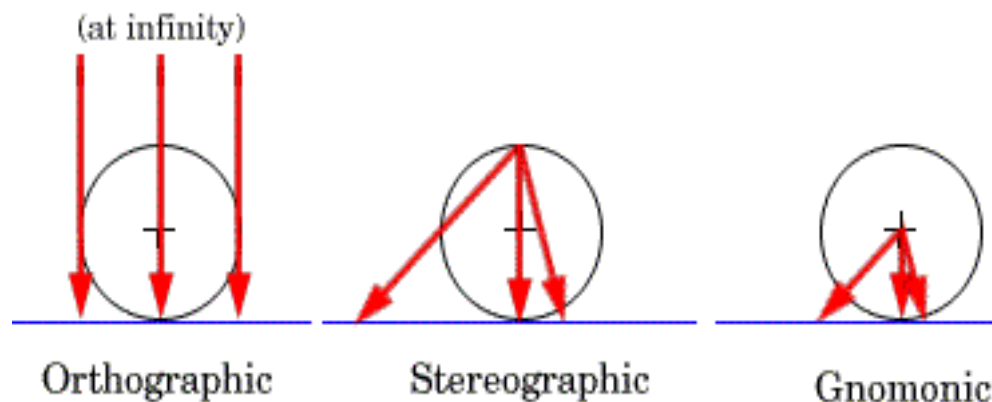
La superficie di proiezione può essere **tangente** o **secante** rispetto alla superficie terrestre.



Posizione della sorgente luminosa

A seconda della posizione dell'ipotetica sorgente luminosa (in altre parole, il punto di vista) che dà origine alla proiezione si parla di

- **Proiezioni centrografiche o gnomoniche**, quando la sorgente luminosa si trova al centro della sfera (ellissoide)
- **Proiezioni stereografiche**, quando la sorgente luminosa si trova sulla superficie della sfera nel punto diametralmente opposto alla superficie di proiezione
- **Proiezioni scenografiche**, quando la sorgente luminosa si trova fuori della sfera a distanza finita
- **Proiezioni ortografiche**, quando la sorgente luminosa si trova fuori della sfera a distanza infinita e i raggi visuali possono essere considerati paralleli tra loro

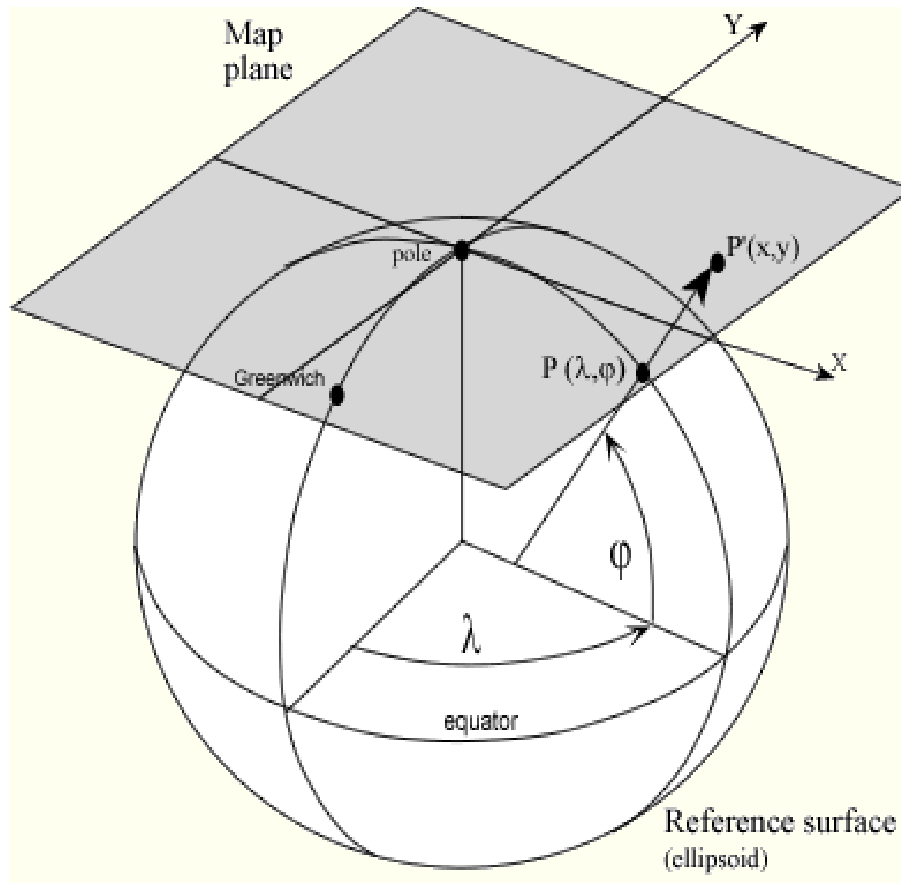


Costruzione della proiezione

Sulla base del sistema attraverso il quale è stata costruita la proiezione cartografica, si parla di:

- **proiezioni vere**, ottenute mediante il trasporto del reticolato geografico su una superficie ausiliaria, applicando i soli principi geometrici.
- **proiezioni modificate**, ottenute dalle precedenti apportando correzioni, attraverso l'applicazione di formule matematiche, così da diminuire inevitabili deformazioni.
- **proiezioni convenzionali o analitiche**, dette più propriamente **rappresentazioni**, richiedono, per la loro costruzione, il ricorso non alla geometria proiettiva, come nelle due precedenti, ma a relazioni matematiche con le quali si desidera ottenere particolari risultati.

Proiezioni piane o azimutali

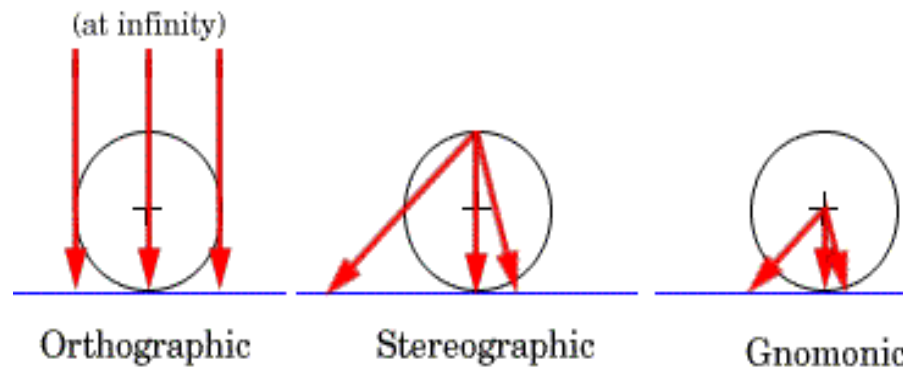


Le proiezioni piane sono realizzate proiettando la superficie terrestre su un piano **tangente** la sfera (posizioni diverse determinano soltanto variazioni di scala).

Sono dette anche **azimutali**, in quanto, in tali proiezioni, si mantengono inalterati gli angoli di direzione (**azimuth**) rispetto al punto centrale della proiezione (punto in cui il piano di proiezione risulta tangente alla Terra); in altre parole tutti i cerchi massimi uscenti dal centro della proiezione sono rette.

Un caso particolare di proiezioni azimutali è rappresentato dalle **proiezioni prospettiche**, cioè quelle in cui si opera un'effettiva proiezione (in senso geometrico) su un piano tangente alla sfera a partire da un punto di vista predeterminato.

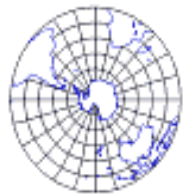
Proiezioni azimutali (prospettiche)



Orthographic

Stereographic

Gnomonic



Ortografica polare

Stereografica polare

Gnomonica polare



Ortografica equatoriale

Stereografica equatoriale

Gnomonica equatoriale



Ortografica obliqua

Stereografica obliqua

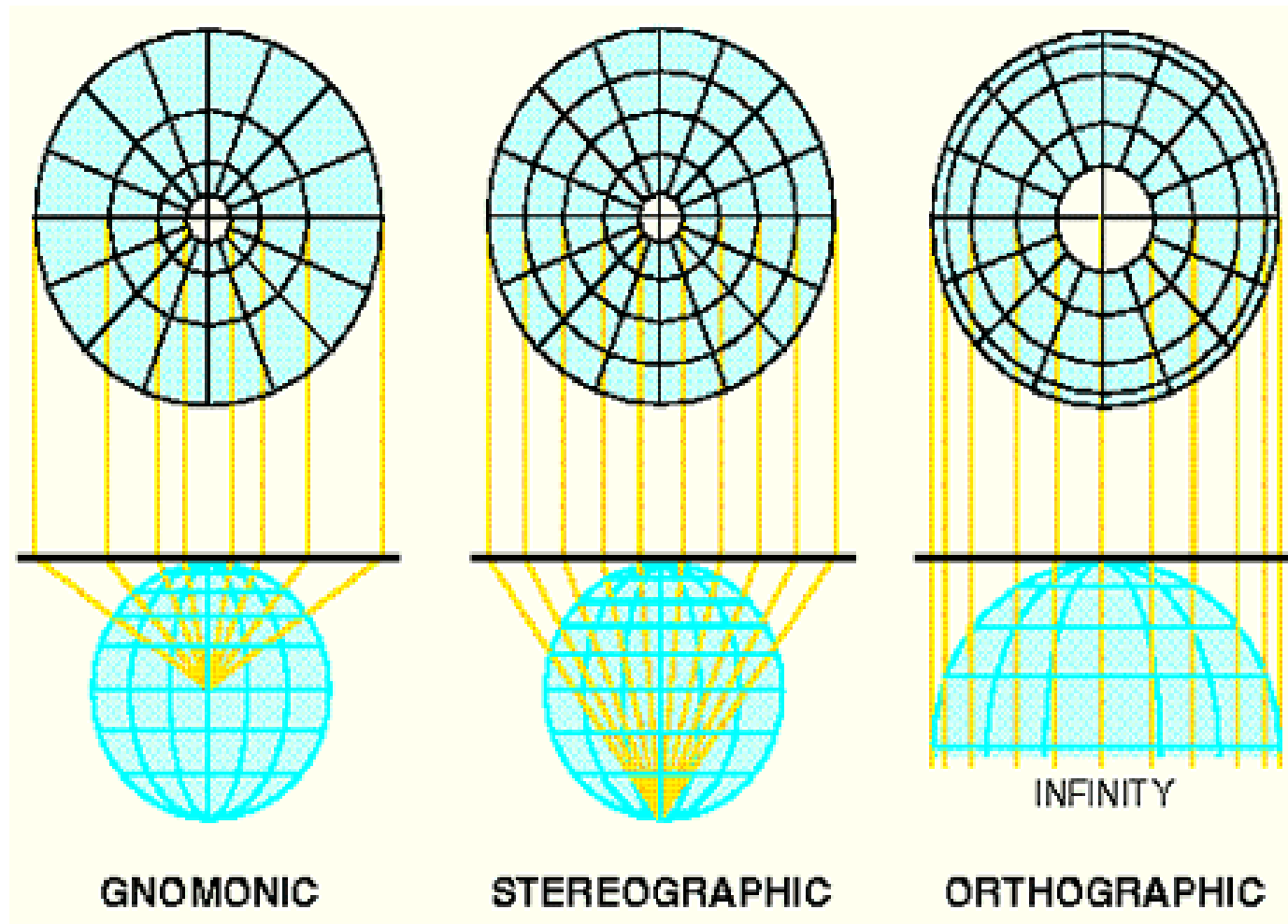
Gnomonica obliqua

Le proiezioni azimutali prospettiche si classificano in base a:

- posizione della sorgente luminosa (cioè il punto di vista) rispetto alla Terra: **gnomonica** (centro), **stereografica** (antipodi punto di tangenza) o **ortografica** (infinito).

- orientamento della superficie di proiezione rispetto alla Terra: **polare** o diretta (piano tangente al polo), **equatoriale** o trasversa (tangente all'equatore) oppure **obliqua**.

Proiezioni azimutali (prospettiche)



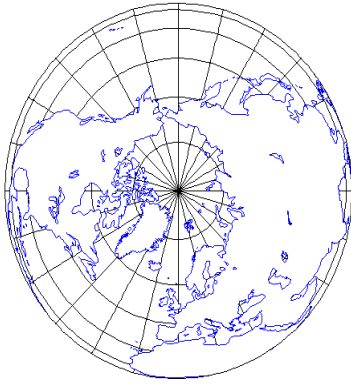
Ortografica

Stereografica

Centrografica

Polare

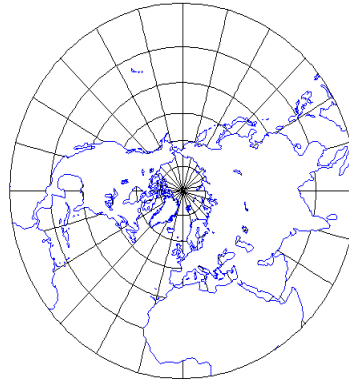
Orthographische Projektion



Normale Entwurfsachse (0, 90, 0)

Havlicek TU Wien 1133

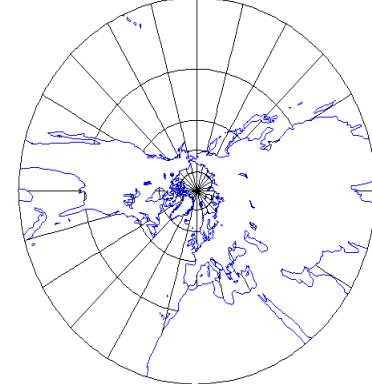
Stereographische Projektion



Normale Entwurfsachse (0, 90, 0)

Havlicek TU Wien 1133

Gnomonische Projektion

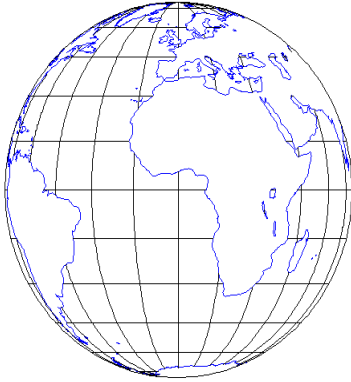


Normale Entwurfsachse (0, 90, 0)

Havlicek TU Wien 1133

Equatoriale

Orthographische Projektion



Transversale Entwurfsachse (0, 0, 0)

Havlicek TU Wien 1133

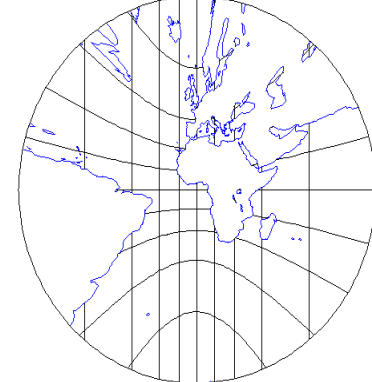
Stereographische Projektion



Transversale Entwurfsachse (0, 0, 0)

Havlicek TU Wien 1133

Gnomonische Projektion

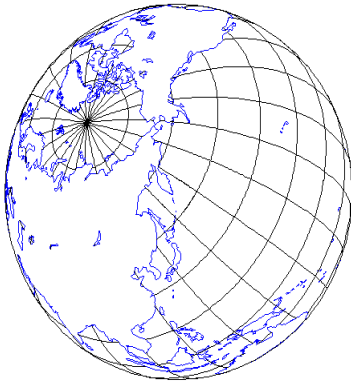


Transversale Entwurfsachse (0, 0, 0)

Havlicek TU Wien 1133

Obliqua

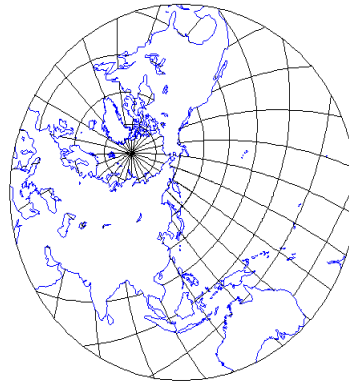
Orthographische Projektion



Schiefe Entwurfsachse (160, 50, -55)

Havlicek TU Wien 1133

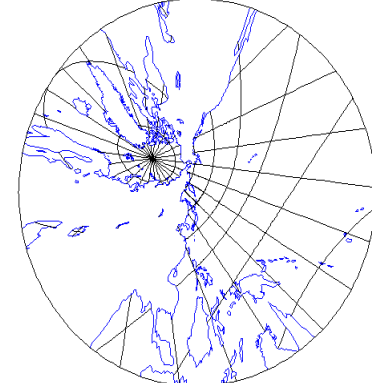
Stereographische Projektion



Schiefe Entwurfsachse (160, 50, -55)

Havlicek TU Wien 1133

Gnomonische Projektion



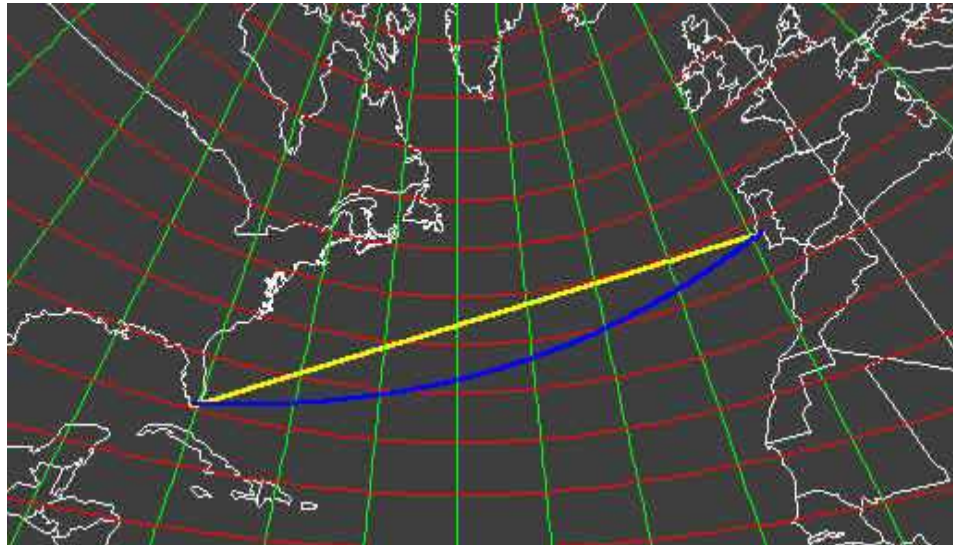
Schiefe Entwurfsachse (160, 50, -55)

Havlicek TU Wien 1133

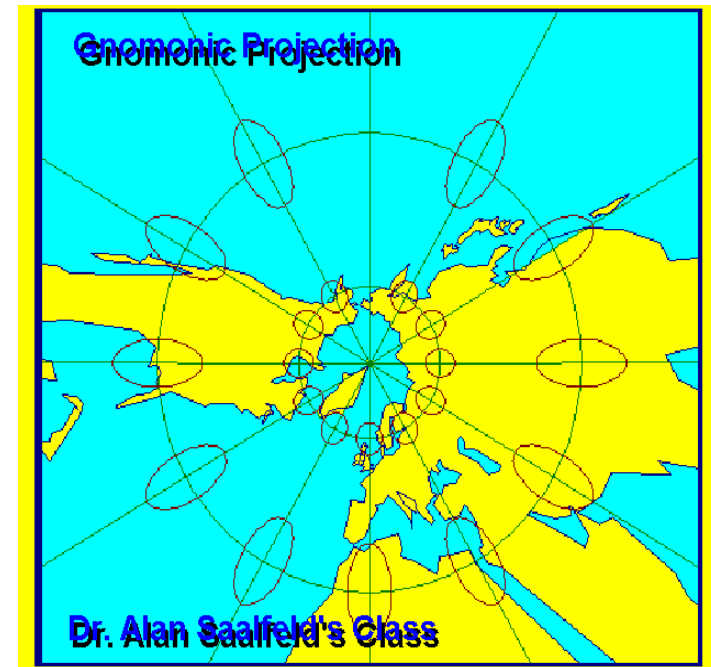
Proiezioni gnomoniche

La **proiezione gnomonica** è caratterizzata dall'aumentare delle lunghezze e delle aree allontanandosi dal centro della proiezione con forti deformazioni.

Caratteristica di questa proiezione è inoltre il fatto che gli archi di circonferenza massima sono rappresentati come rette, che su una superficie sferica sono le linee più brevi congiungenti due punti (**ortodromiche**). Si comprende l'utilità dell'impiego di tale proiezione nella navigazione ma soprattutto nell'aeronautica.

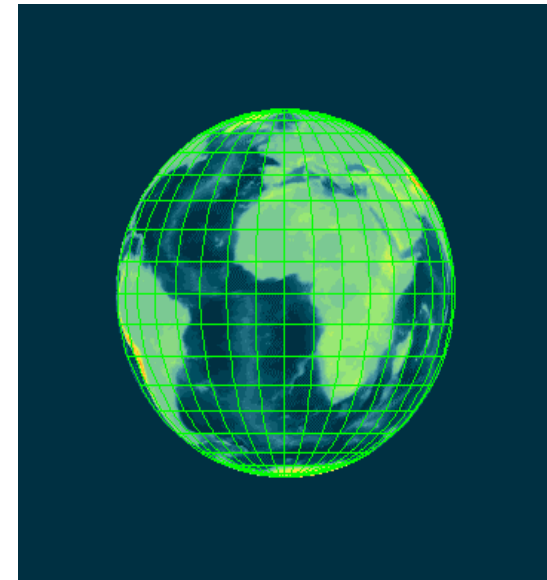
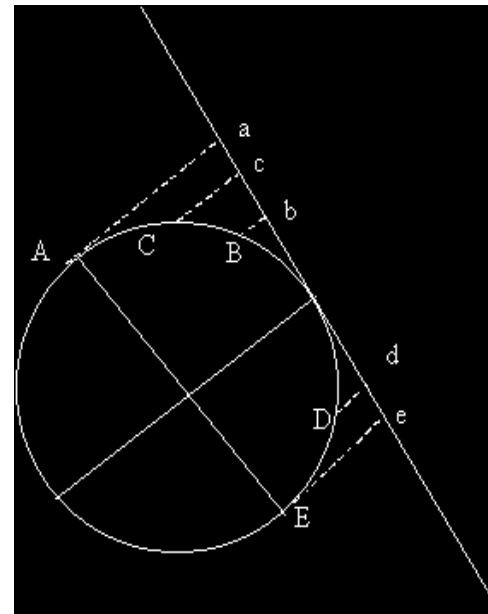
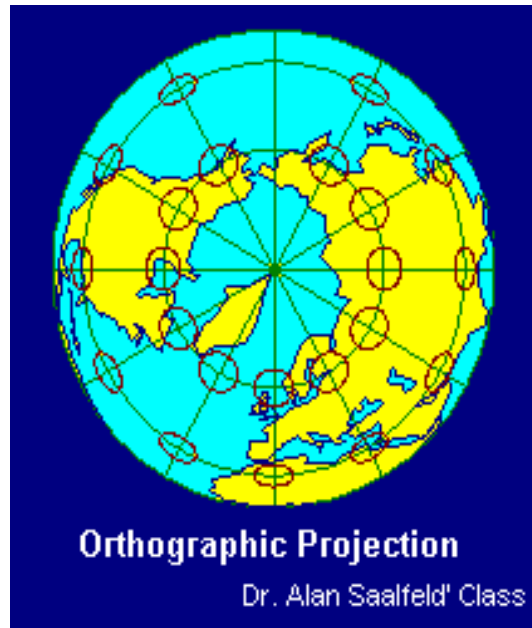


Linea gialla = Ortodromica Linea blu = Lossodromica



Proiezioni ortografiche

La **proiezione ortografica** è caratterizzata dal diminuire delle lunghezze e delle aree allontanandosi dal centro della proiezione e da una compressione nelle parti più lontane dal centro della proiezione (nella ortografica polare è evidente l'addensarsi dei paralleli in prossimità dell'equatore). Le forti deformazioni di scala e forme verso la periferia la rendono poco utile per la maggior parte degli usi.



Proiezioni stereografiche

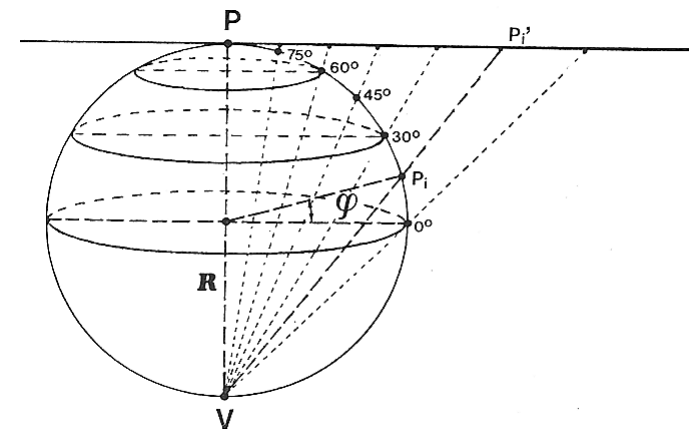
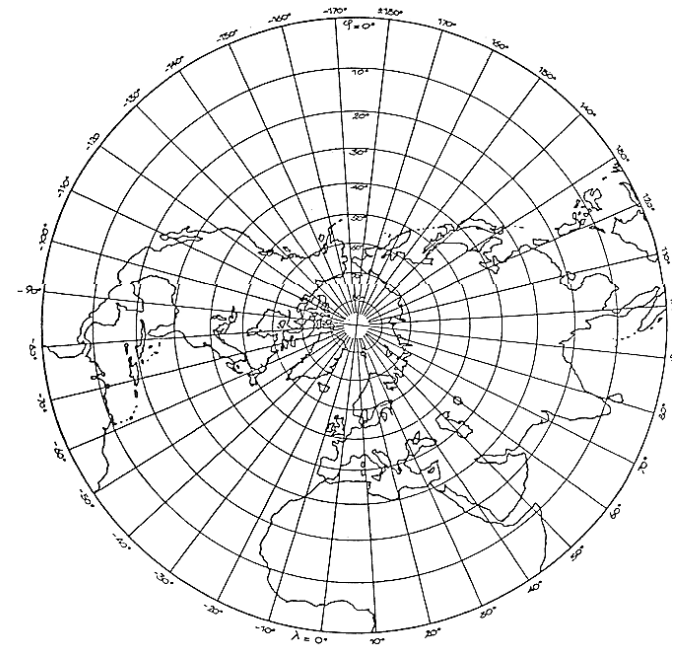
La **proiezione stereografica** è caratterizzata da distanze costanti allontanandosi dal centro della proiezione.

Caratteristica unica di questa proiezione è che ogni cerchio sul globo è rappresentato da un cerchio anche nella proiezione: tutti i meridiani e i paralleli sono rappresentati da archi di cerchio (tranne che nella stereografica polare dove i meridiani sono rette uscenti dal polo).

Nella proiezione stereografica meridiani e paralleli si intersecano ad angolo retto: la proiezione è pertanto conforme.

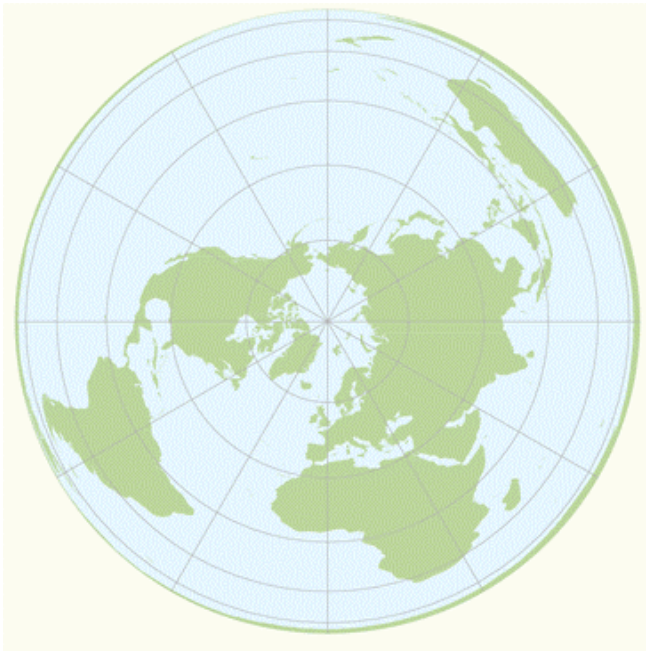
La scala aumenta allontanandosi dal centro della proiezione, con esagerazione delle aree nelle zone periferiche.

La proiezione stereografica polare è utilizzata per la rappresentazione delle zone polari (U.P.S. Universal Polar Stereographic).



Proiezioni azimutali modificate

La **proiezione azimutale equidistante** di Postel è una proiezione (non prospettica) modificata in modo tale da che siano mantenute in scala tutte le lunghezze radiali uscenti dal centro della proiezione. La distorsione delle forme e delle aree cresce allontanandosi dal centro. Usata soprattutto nella navigazione aerea.



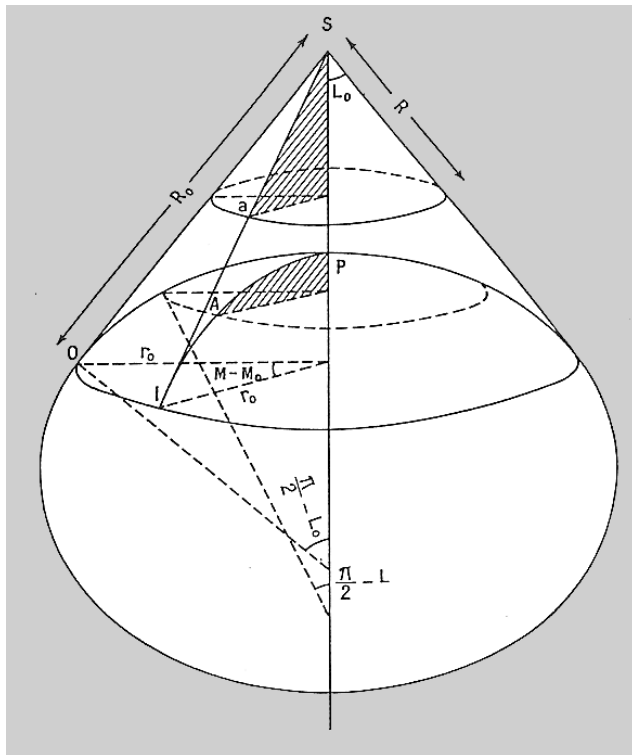
La **proiezione azimutale equivalente** di Lambert (non prospettica) conserva le aree, ma le distorsioni aumentano allontanandosi dal centro della carta. E' indicata per carte di continenti o regioni estese in modo omogeneo rispetto al centro della proiezione.



Proiezioni coniche

Le proiezioni coniche si ottengono dallo sviluppo in piano della superficie laterale di un cono retto tangente o secante la sfera lungo un parallelo di riferimento.

In generale, le deformazioni tendono ad aumentare allontanandosi dalla linea di tangenza o dalla zona compresa tra le due linee di secanza.

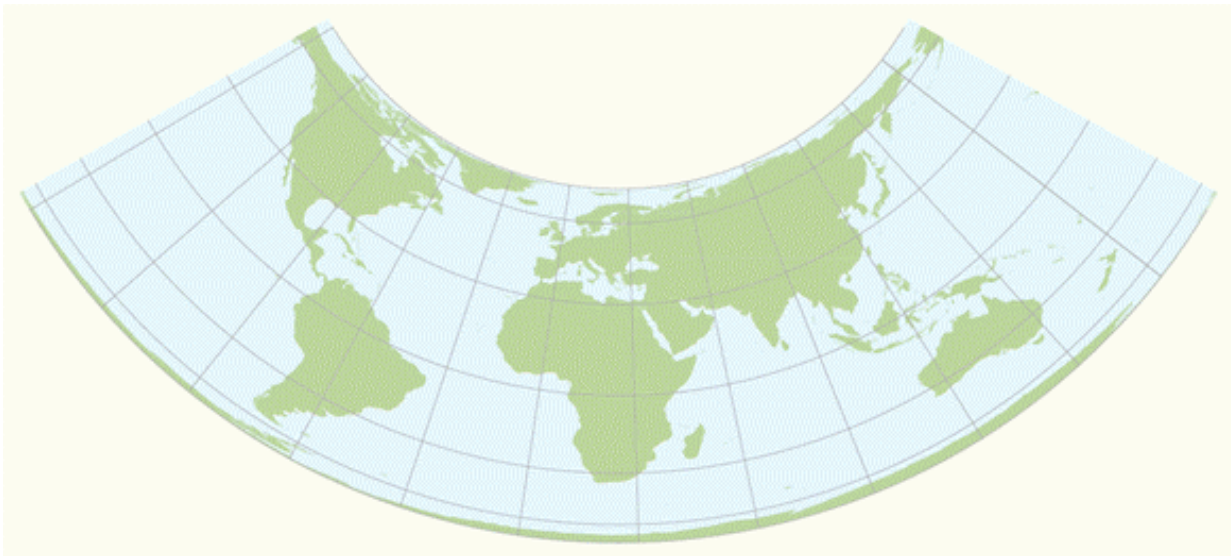
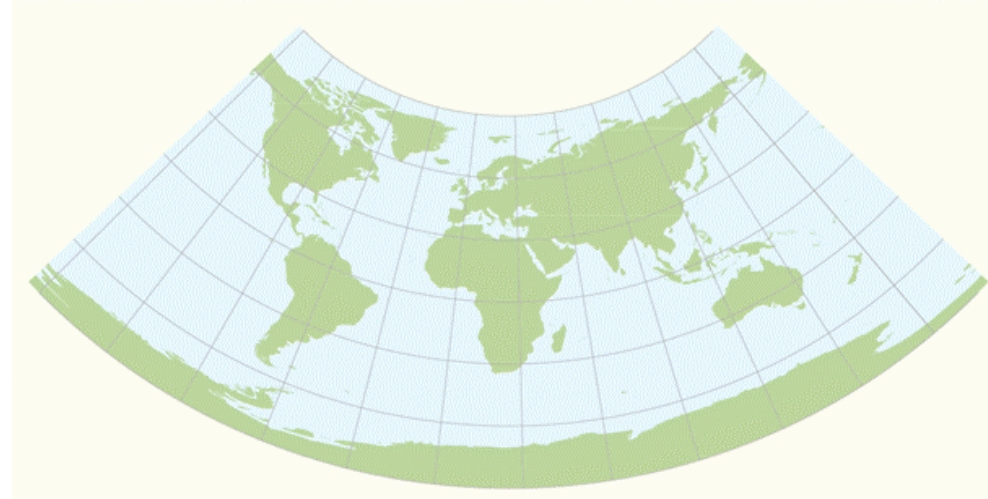


Sono usate quasi esclusivamente nella versione diretta o polare, cioè con l'asse del cono coincidente con l'asse terrestre. Per le considerazioni esposte, si adattano particolarmente alla rappresentazione di zone poste alle medie latitudini.

Nelle proiezioni coniche polari, i meridiani sono rappresentati da linee rette uscenti dal polo, i paralleli sono cerchi concentrici intorno al polo. Le variazioni riguardano la scelta dei paralleli di tangenza o secanza e la spaziatura fra i paralleli.

Proiezioni coniche

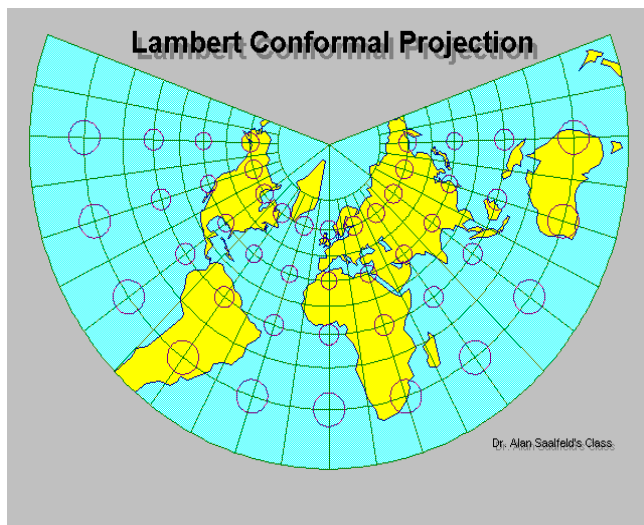
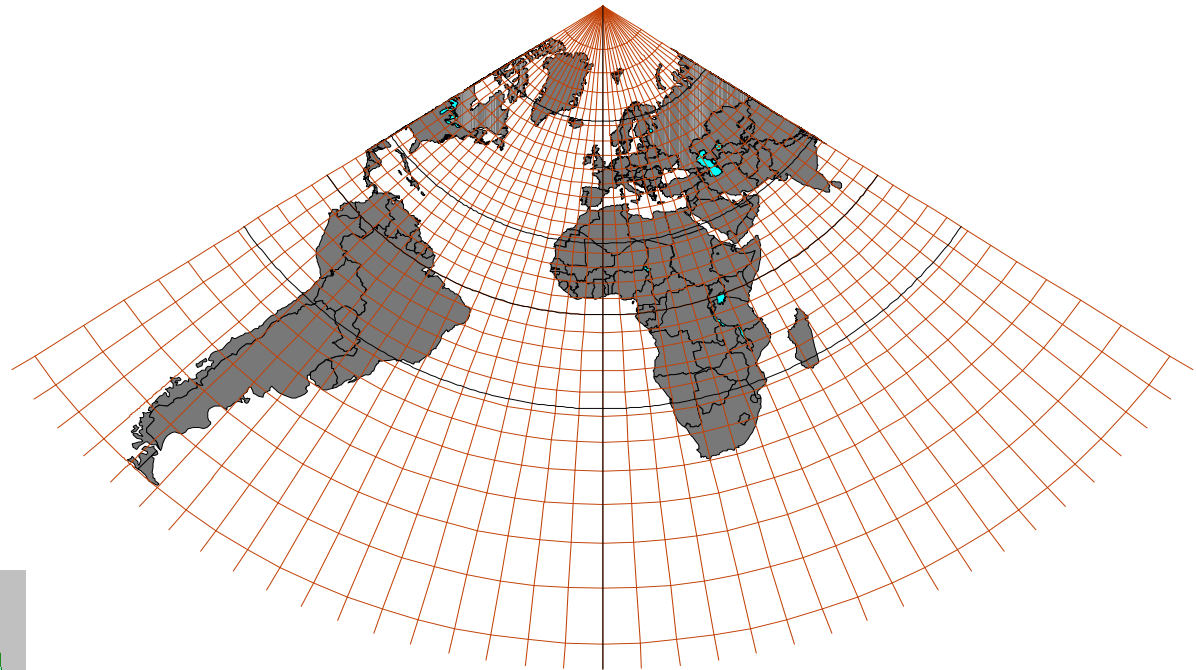
La **proiezione conica semplice** è ottenuta dallo sviluppo di un cono secante la sfera lungo un parallelo. E' equidistante lungo i meridiani, ma anche forme e aree sono ragionevolmente conservate.



La **proiezione conica equivalente di Albers** è ottenuta dallo sviluppo di un cono secante la sfera lungo due paralleli. Rappresenta le aree in modo corretto e presenta modeste deformazioni nell'area compresa tra i due paralleli.

Proiezione conica conforme di Lambert

La **proiezione conica conforme di Lambert** è ottenuta dallo sviluppo di un cono secante la sfera lungo due paralleli (paralleli standard).

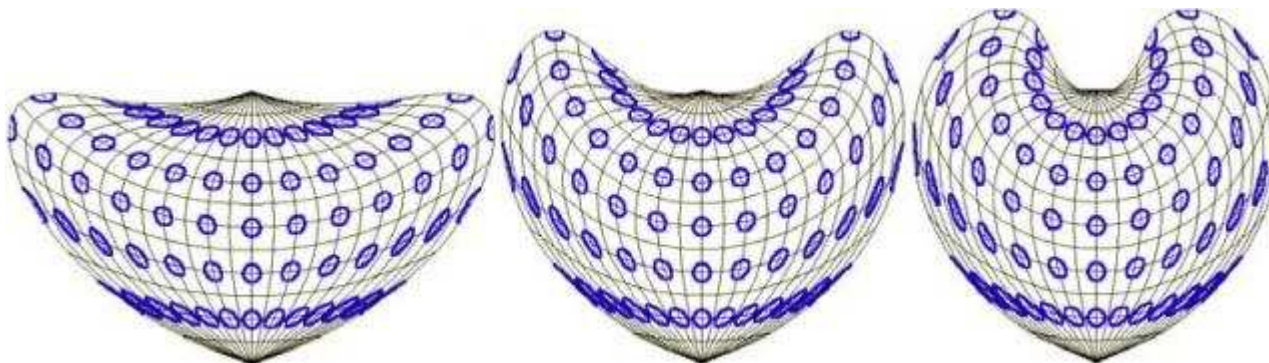
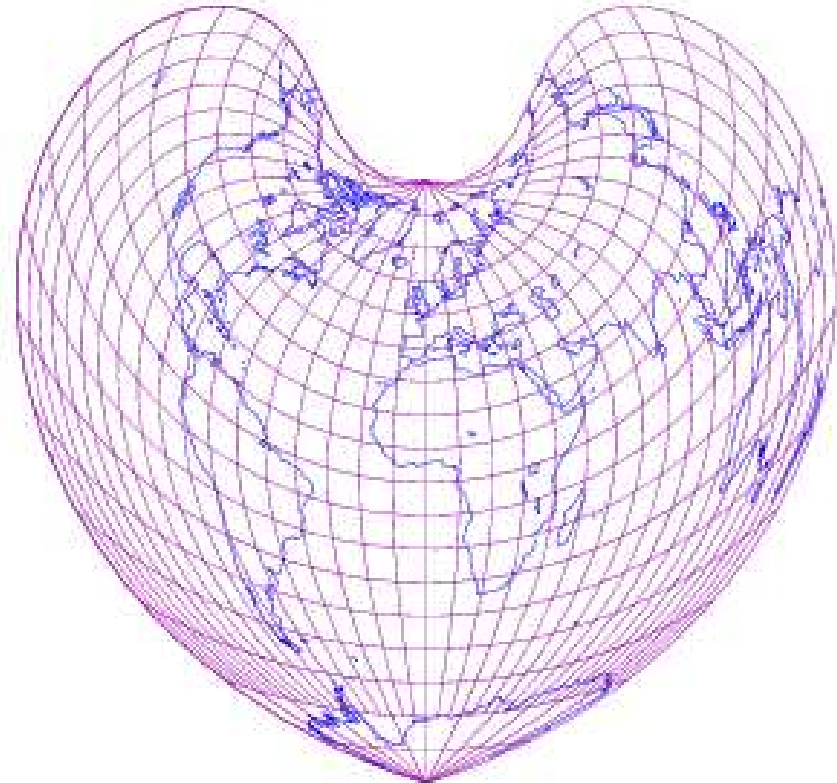


E' costruita in modo che paralleli e meridiani si intersechino ad angolo retto e che in ogni punto la scala sia uguale in ogni direzione (conformità).

E' molto utilizzata negli Stati Uniti e in Francia, dove è alla base del sistema cartografico nazionale (Lambert).

Proiezione pseudoconica di Bonne

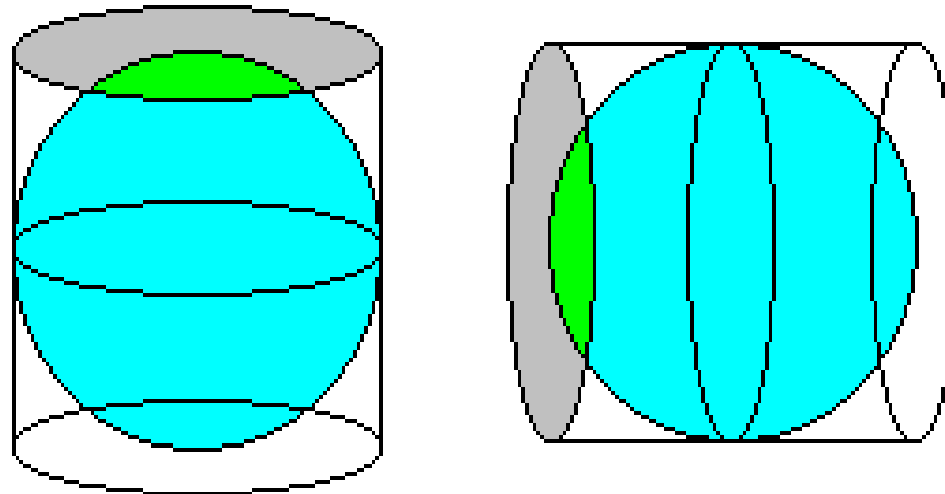
La **proiezione di Bonne** è una rappresentazione convenzionale pseudoconica **equivalente** ottenuta con un cono tangente; i paralleli sono archi di cerchio con lunghezza proporzionale a quella vera e i meridiani sono curve ottenute facendoli passare per punti tra cui esista, lungo ciascun parallelo, una distanza proporzionale a quella vera.



Proiezioni cilindriche

Le proiezioni cilindriche si ottengono dallo sviluppo in piano della superficie laterale di un **cilindro** retto tangente o secante la sfera.

Le proiezioni cilindriche sono molto utilizzate, sia con cilindro con asse coincidente con l'asse terrestre, e quindi tangenza lungo l'equatore (**cilindriche dirette**), sia con cilindro orientato perpendicolarmente all'asse terrestre, e quindi tangenza lungo un meridiano (**cilindriche trasverse**).

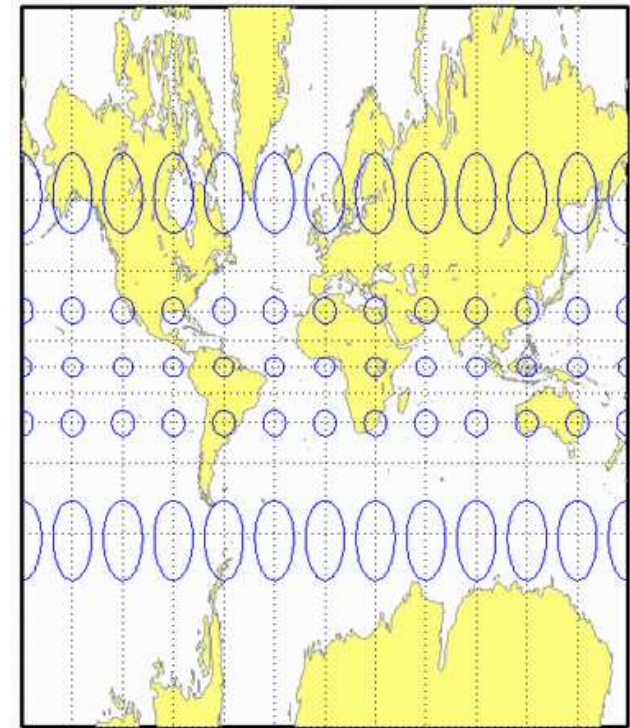


Proiezioni cilindriche dirette

Nelle proiezioni cilindriche dirette, meridiani e paralleli si intersecano ad angolo retto determinando un reticolato rettangolare. Lungo la linea equatoriale sono rispettati i rapporti di equidistanza, mentre il polo è rappresentato da una retta.

Le variazioni tra le varie proiezioni riguardano la diversa spaziatura dei paralleli:

- nelle **proiezioni cilindriche vere** (costruite solo per via geometrica), i paralleli tendono ad infittirsi avvicinandosi ai poli, mentre i meridiani sono spaziati in maniera costante, con conseguente progressiva esagerazione delle distanze e delle forme in senso est-ovest;
- nella **proiezione cilindrica centrale**, i paralleli tendono a distanziarsi maggiormente procedendo verso i poli, con conseguente esagerazione delle distanze e delle forme in senso nord-sud;
- nella **proiezione cilindrica di Mercatore** (cilindrica modificata), la distanza tra paralleli è calcolata matematicamente in modo da produrre una distorsione in senso nord-sud in grado di compensare la distorsione est-ovest.



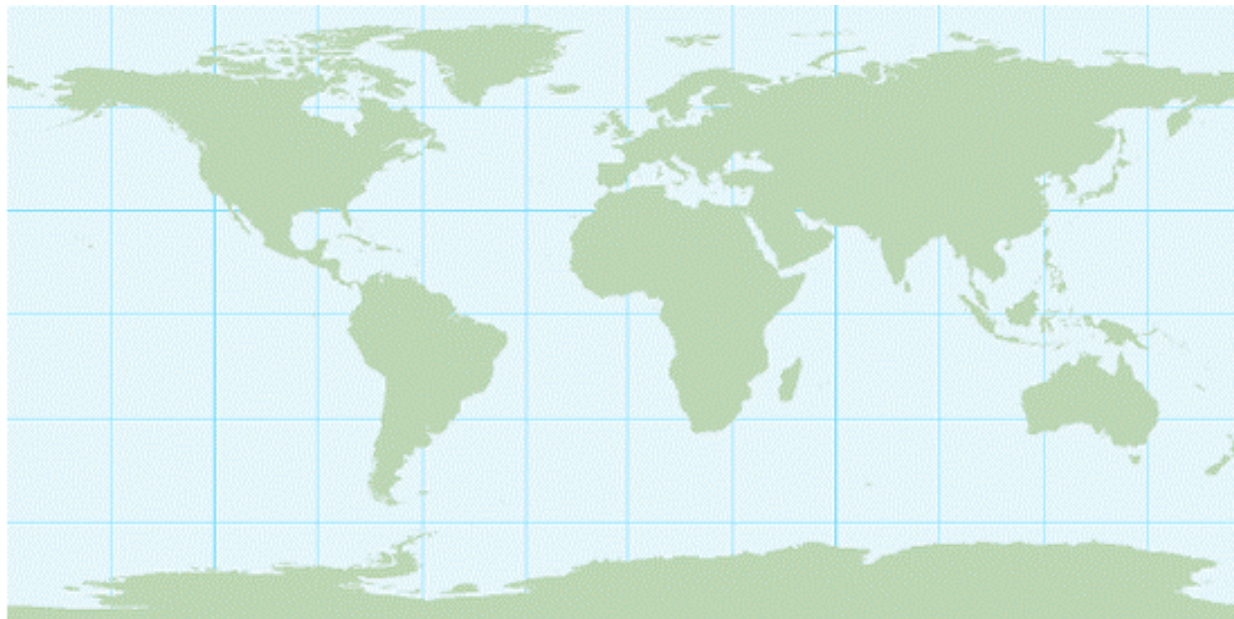
proiezione cilindrica centrale

Proiezione cilindrica semplice

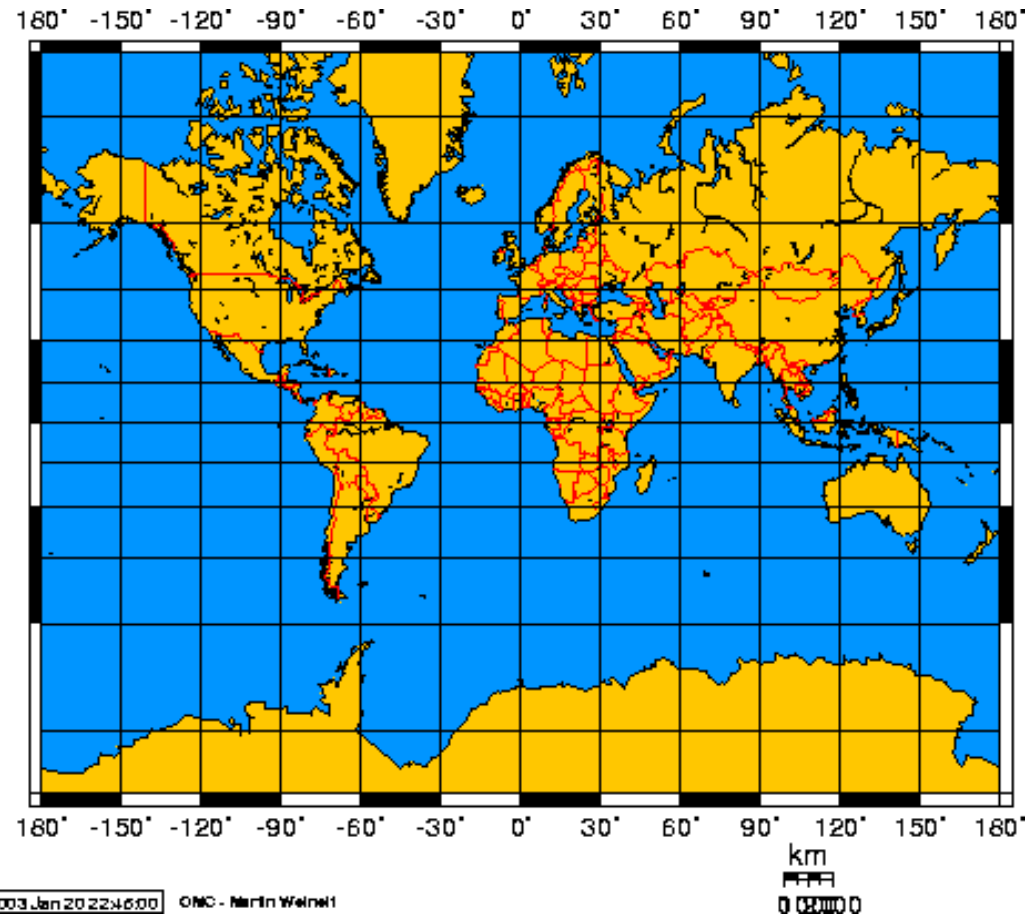
La proiezione cilindrica semplice è equidistante (conserva la scala) lungo tutti i meridiani, che sono spazati in modo uguale ai paralleli formando un reticolo a maglie quadrate (è detta anche **piano-quadrata** o ***Plate Carrée***).

Le regioni polari presentano una forte distorsione in senso est-ovest.

E' la proiezione utilizzata da Google Earth in associazione con il datum WGS84 .



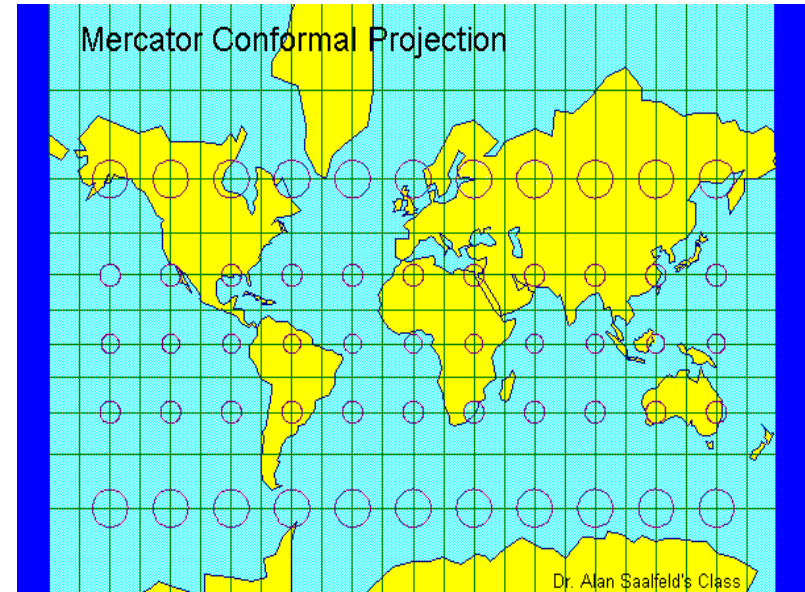
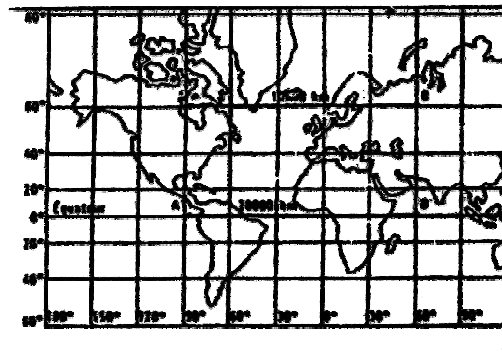
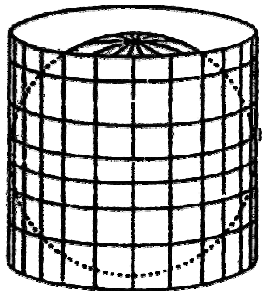
Proiezione cilindrica di Mercatore I



Un particolare tipo di proiezione cilindrica modificata fu ideata nel Cinquecento dal cartografo fiammingo Gerhard Kremer, detto *Mercatore* (1512-1594) e la pubblicò nel 1569 nel suo “*Atlas sive Cosmographicae Meditationes*”.

Proiezione cilindrica di Mercatore II

- meridiani e paralleli si intersecano ad angolo retto
- lungo l'equatore le distanze si mantengono proporzionali alle sferiche corrispondenti
- la distanza tra i paralleli aumenta progressivamente verso i poli in modo tale da compensare le deformazioni in senso est-ovest: ne risulta un reticolato rettangolare a maglie di dimensioni crescenti avvicinandosi ai poli. Questo fa sì che il fattore di scala in un punto sia uguale in tutte le direzioni. La proiezione pertanto risulta **isogona** e **conforme**.

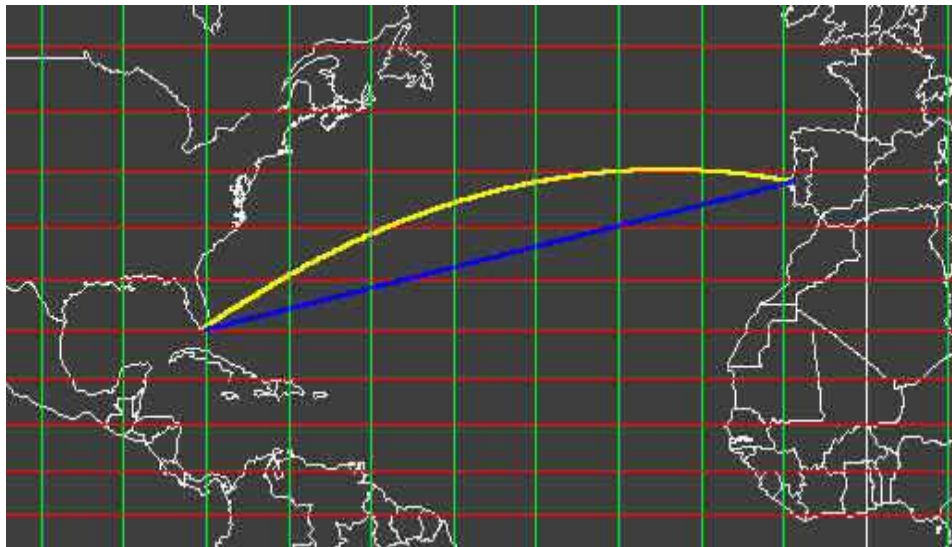


Tuttavia le caratteristiche esposte determinano una progressiva esagerazione delle aree nelle zone polari. Ad esempio, la Groenlandia risulta nove volte più grande di quanto sia in realtà con un superficie paragonabile a quella del Sudamerica.

Proiezione cilindrica di Mercatore III

Conseguenza del rispetto della condizione di isogonia è il fatto che nelle carte costruite con la proiezione di Mercatore una linea retta interseca tutti i meridiani con angolo costante (**lossodromica**), rappresentando pertanto una linea di direzione (azimuth) costante sulla Terra rispetto ai punti cardinali.

La lossodromica non è il percorso più breve tra due punti sulla superficie terrestre (ortodromica), ma quello che presenta un angolo di direzione costante, cioè una rotta costante. Si comprende facilmente come questa proprietà ha reso la proiezione di Mercatore estremamente utile nella navigazione.

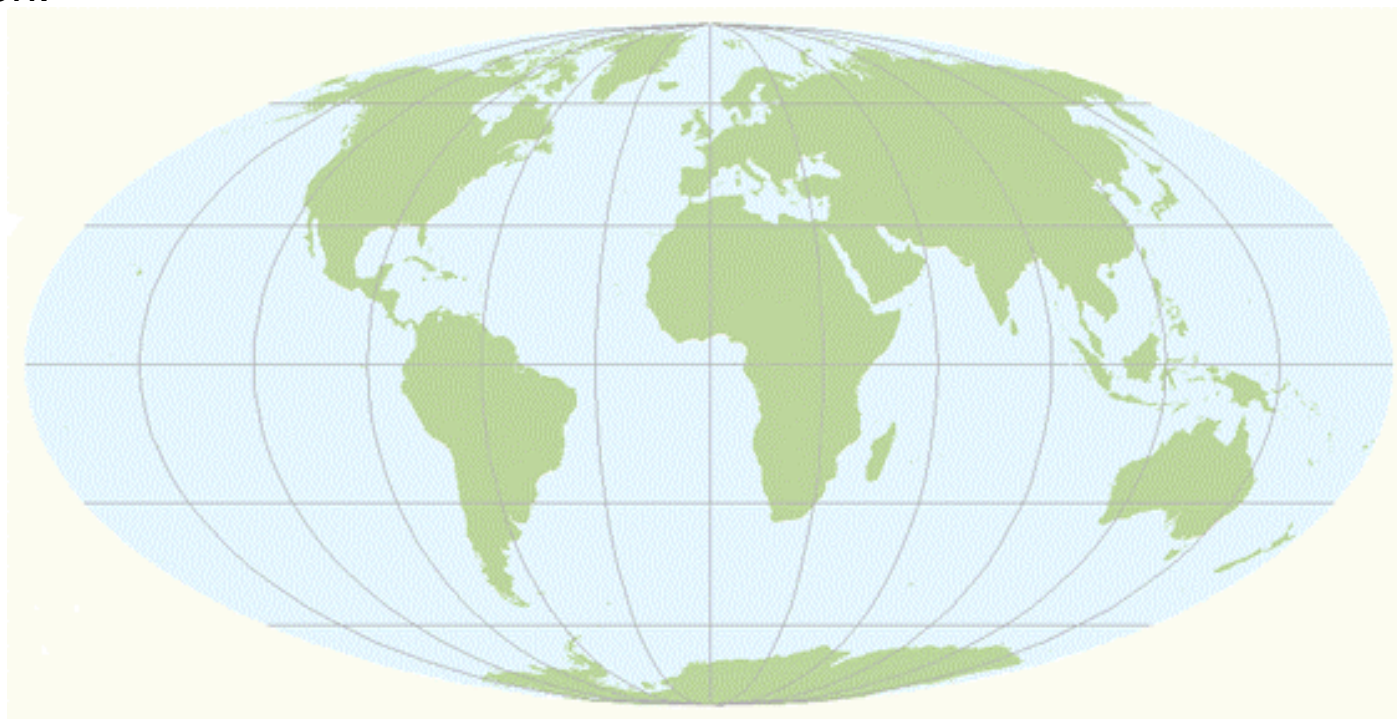


Linea gialla = Ortodromica

Linea blu = Lossodromica

Proiezioni pseudo-cilindriche

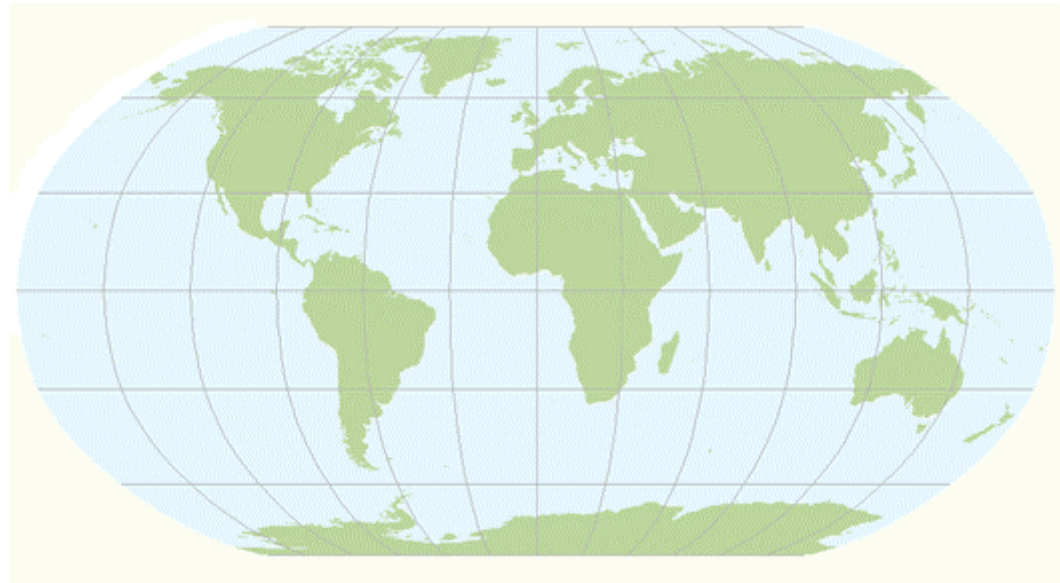
In tutte le rappresentazioni convenzionali pseudo-cilindriche i paralleli sono rappresentati come linee rette tra loro parallele. Sono tipicamente usate per i planisferi.



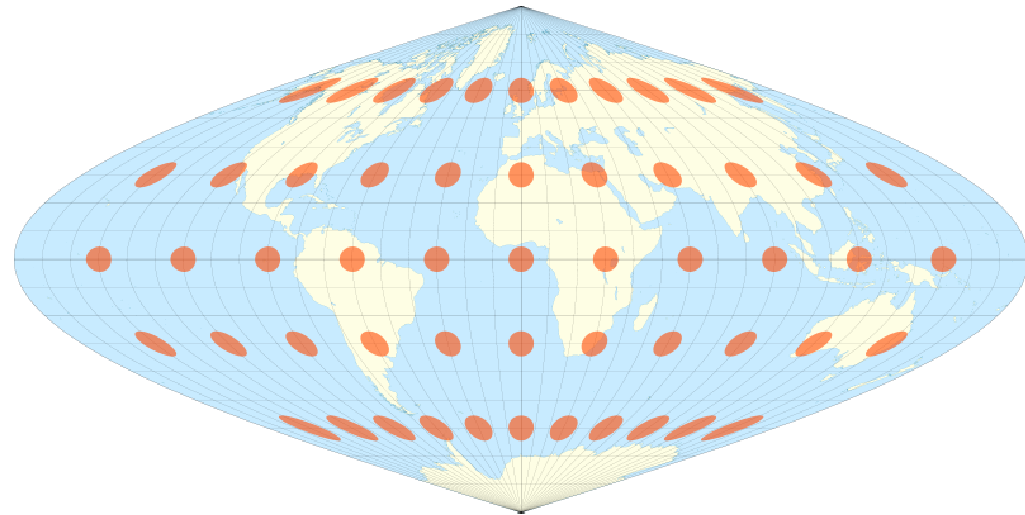
La **proiezione di Mollweide** ha forma ellittica con Equatore lungo il doppio del meridiano centrale ed è detta anche omalografica. Ha la caratteristica di essere equivalente.

Proiezioni pseudo-cilindriche

La **proiezione di Robinson** non è né conforme né equivalente, ma le distorsioni sono molto limitate entro 45° dal meridiano centrale e dall'Equatore. E' molto usata per le carte tematiche a scala globale.

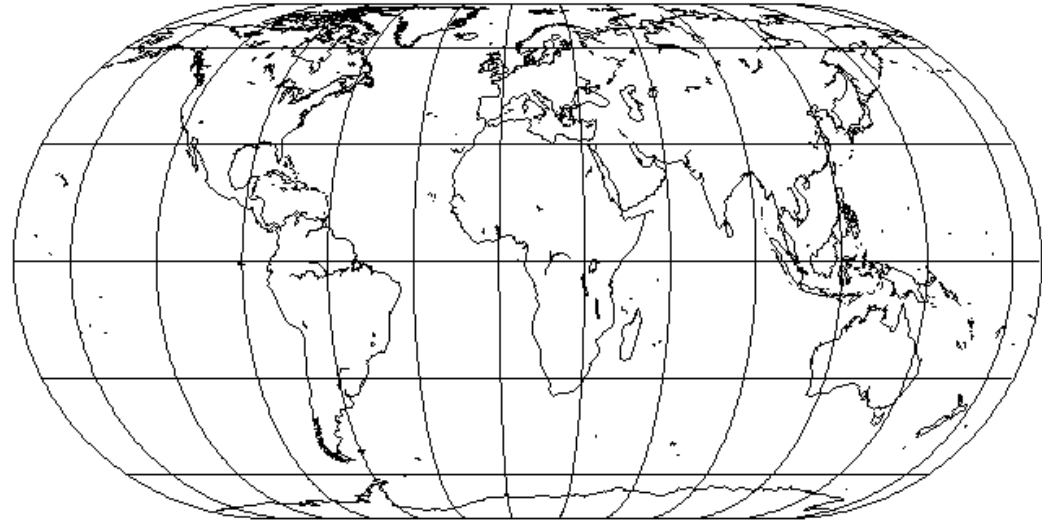


La **proiezione di Sanson-Flamsteed** è una rappresentazione equivalente con meridiano centrale rettilineo mentre gli altri meridiani sono sinusoidi. La distorsione nelle regioni polari è minore che nella carta di Mollweide.

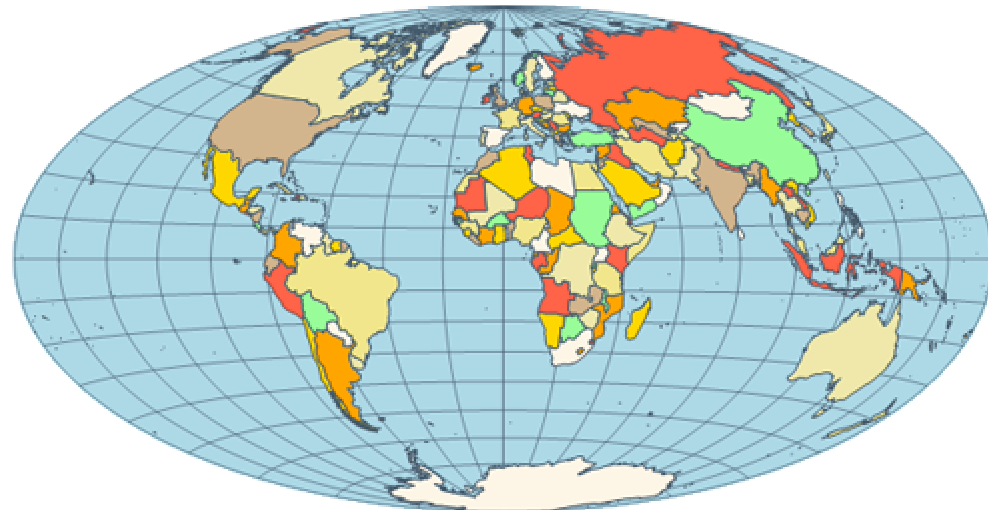


Proiezioni pseudo-cilindriche

La **proiezione IV di Eckert** è una proiezione sinusoidale equivalente con i paralleli orizzontali, molto usata in Europa. I meridiani sono delle ellissi spaziate in maniera equidistante su ciascun parallelo.



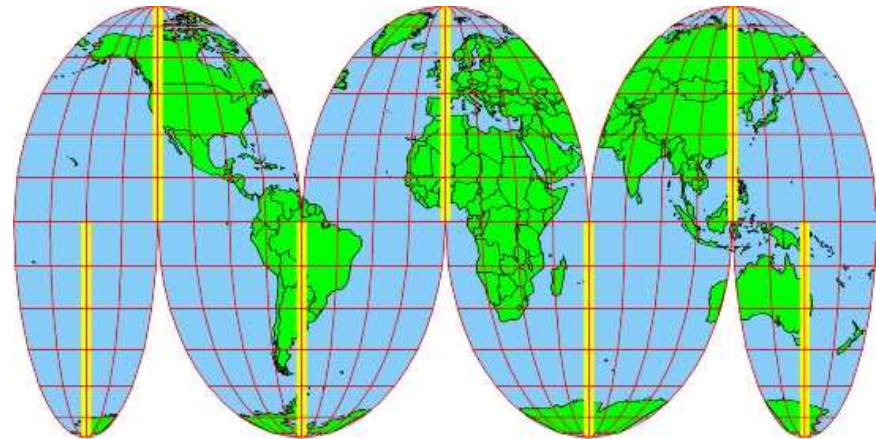
La **proiezione di Hammer**, come la proiezione di Mollweide presenta contorno ellittico ma differenza di questa i paralleli sono curvilinei. Pure essendo equivalente presenta una forte distorsione poste alle alte latitudini.



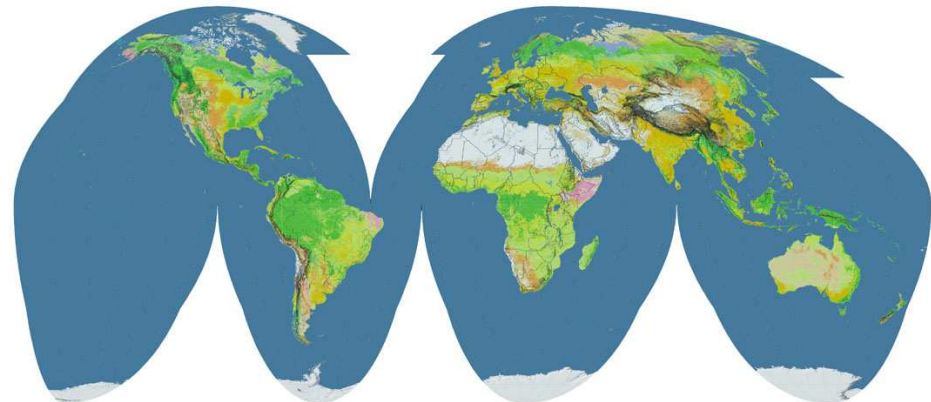
Proiezioni interrotte

Nelle proiezioni interrotte, per minimizzare le distorsioni delle aree continentali si è scelto di rappresentare ognuno con una rete geografica parzialmente indipendente (a partire da un meridiano di riferimento) separando la Terra in lobi in corrispondenza degli oceani.

La **proiezione interrotta di Mollweide** è derivata dalla proiezione omalografica e come questa è equivalente



La **proiezione omalosina di Goode** è equivalente e presenta i meridiani rappresentati come sinusoidi. Deriva dalla proiezione sinuosoidale.



Carta di Peters

La carta di Peters è costruita suddividendo la Terra in 10000 parti di uguale superficie e mantenendo sempre il corretto rapporto tra le superfici (equivalente). Pertanto la distanza tra i meridiani non viene mantenuta in scala e le figure risultano molto alterate in senso nord-sud.



Nella **carta di Mercatore**, l'Europa (10.521.324 kmq), risulta più grande del Sud America (17.842.000 kmq), che invece è quasi il doppio.

Proiezioni geodetiche

Con il termine proiezioni geodetiche si intendono generalmente le proiezioni, che pur non differendo dalle altre nei principi generali, sono state utilizzate prevalentemente per la realizzazione della cartografia topografica a grande scala. Tuttavia, rispetto a quelle utilizzate per la cartografia a piccola scala, queste proiezioni sono sempre utilizzate in riferimento alla superficie ellissoidica anziché sferica.

Particolarmente adatte per questi scopi sono le proiezioni cilindriche trasverse (Cassini, Mercatore trasversa o Gauss) e la conica conforme di Lambert.

Nella cartografia italiana:

- la proiezione trasversa di Mercatore è alla base del sistema Gauss-Boaga e del sistema UTM;
- la proiezione di Cassini-Soldner è utilizzata per la cartografia catastale

Proiezione cilindrica trasversa di Gauss



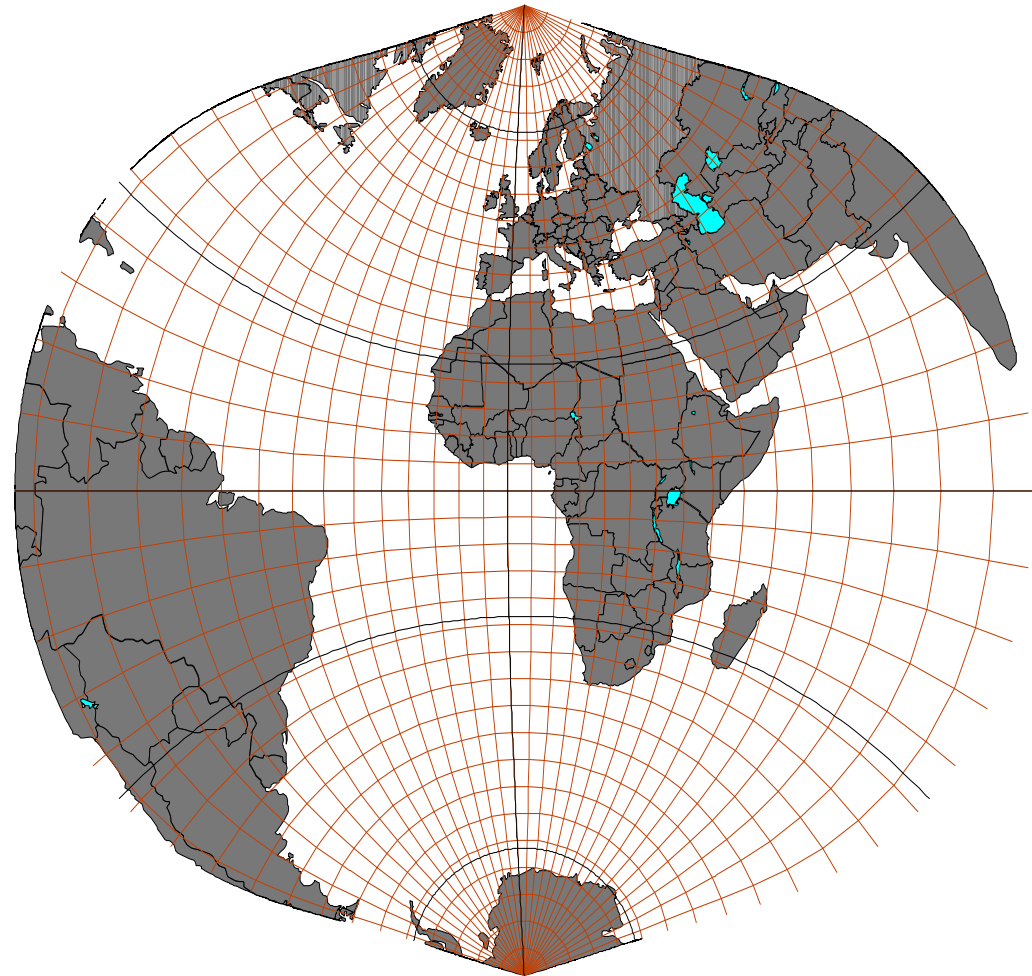
La proiezione di Gauss è una cilindrica trasversa, cioè con il cilindro con asse perpendicolare all'asse di rotazione terrestre, secante lungo due meridiani, derivata dalla proiezione di Mercatore (**proiezione di Mercatore trasversa**).

- Messa a punto dal matematico tedesco Karl Friederich Gauss (1777-1855);
- Modificata da Krüger nel 1912 (proiezione di Gauss- Krüger)
- Adottata in Italia dal Prof. Giovanni Boaga (proiezione Gauss-Boaga).
- Adottata come proiezione standard per la cartografia a grande scala: Universal Transverse Mercator (UTM).

Proiezione cilindrica trasversa di Gauss

Le distanze lungo il meridiano di riferimento sono proporzionali a quelle sferiche.

Lungo i paralleli le deformazioni sono minime in prossimità del meridiano centrale, mentre allontanandosi da tale meridiano le distanze aumentano con la stessa legge con cui aumentano nella proiezione di Mercatore normale (allontanandosi dall'Equatore).



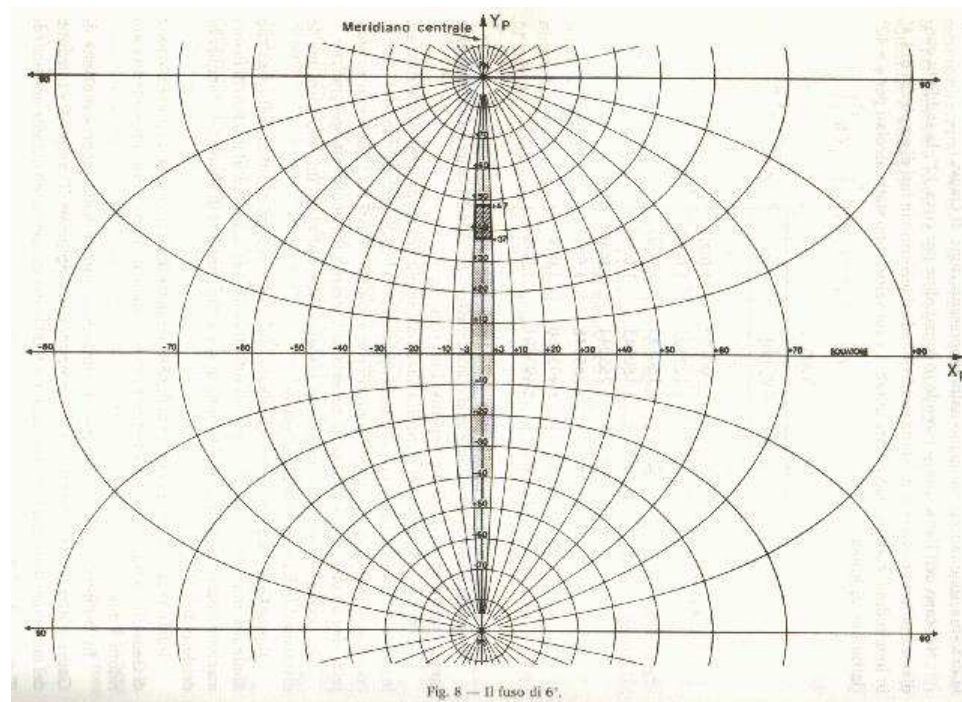
Proiezione cilindrica trasversa di Gauss

La proiezione di Gauss per le sue caratteristiche è molto usata nella produzione di cartografia a grande scala.

Su di essa sono stati costruiti i sistemi cartografici di molti paesi (tra cui l'Italia, dove prende il nome di **Gauss-Boaga**) e un sistema cartografico mondiale (**UTM** – Universal Transverse Mercator).

Caratteristiche dei sistemi di coordinate costruiti sulla proiezione di Gauss:

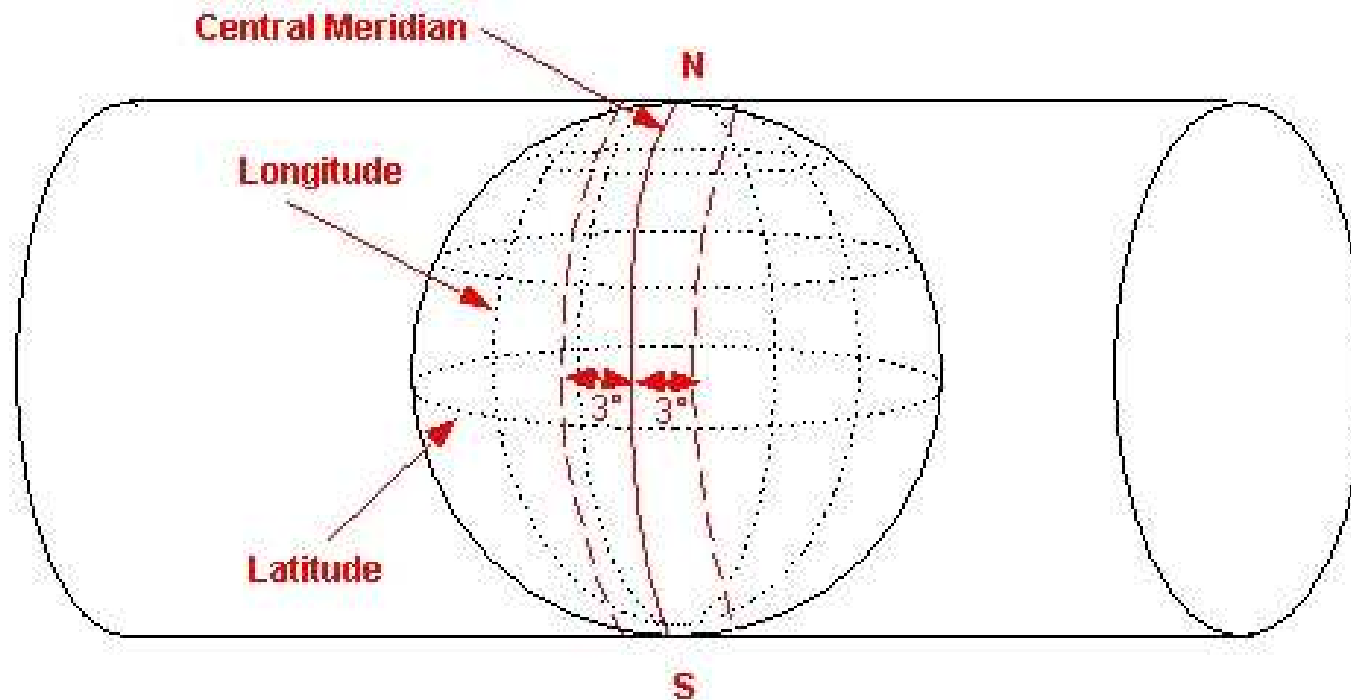
- utilizzo di fusi di 6° di longitudine di ampiezza
- fattore di scala, derivato dall'impiego di un cilindro secante come superficie di proiezione
- falsa origine delle coordinate piane
- convergenza dei meridiani



Proiezione cilindrica trasversa di Gauss

Fusi

Per sfruttare la proiezione nella parte in cui presenta deformazioni trascurabili, ci si limita ad applicarla a fusi (cioè “spicchi”) di **6° di ampiezza** centrati su di un meridiano, chiamato **meridiano centrale** o di riferimento. In pratica si utilizzano 60 cilindri, ruotati l'uno rispetto all'altro di 6°, per mappare spicchi della Terra di 6° ciascuno.

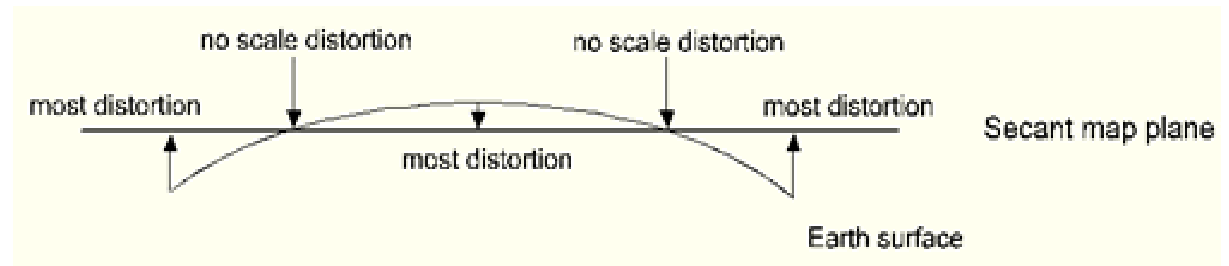
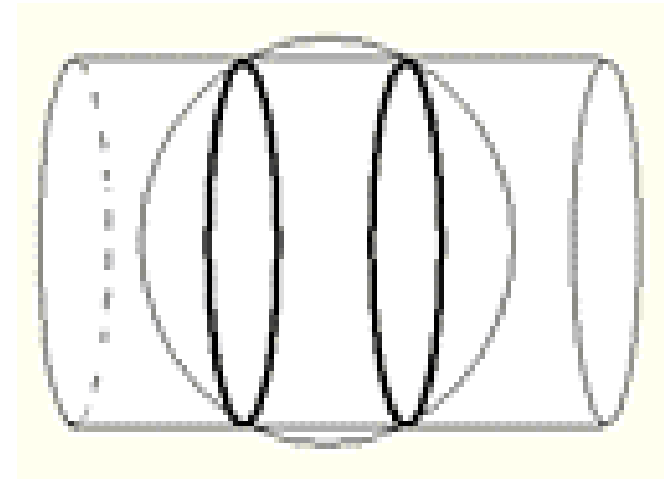


Proiezione di Gauss

Fattore di scala e cilindro secante

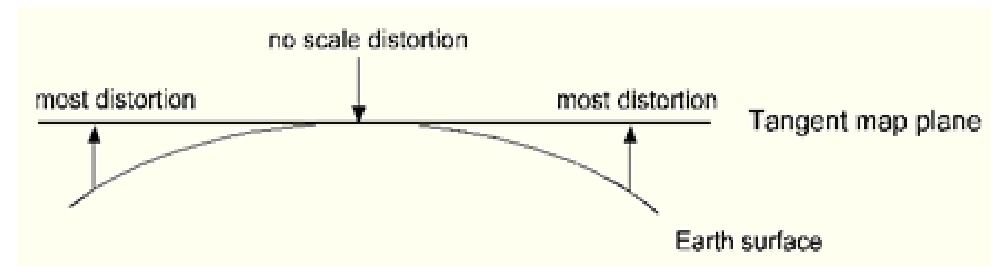
L'impiego di un cilindro secante l'ellissoide, cioè avente un raggio minore di quello terrestre (pari al 99,96% del semiasse maggiore dell'ellissoide) consente di

ridurre l'entità massima (in valore assoluto) della deformazione lineare nell'ambito del fuso di applicazione della proiezione.



In pratica, a fronte di una lunghezza sulla superficie terrestre di 1 metro, avremo che questa sarà rappresentata sulla mappa da un segmento di lunghezza (fermo restando il rapporto di scala) di 0,9996 m lungo il meridiano di riferimento e di 1,0004 m se ai margini del fuso.

Con il cilindro tangente, non avremmo accusato contrazioni, ed ai margini del fuso avremmo avuto un segmento di 1,0008 m (dilatazione).



Proiezione cilindrica trasversale di Gauss

Falsa origine

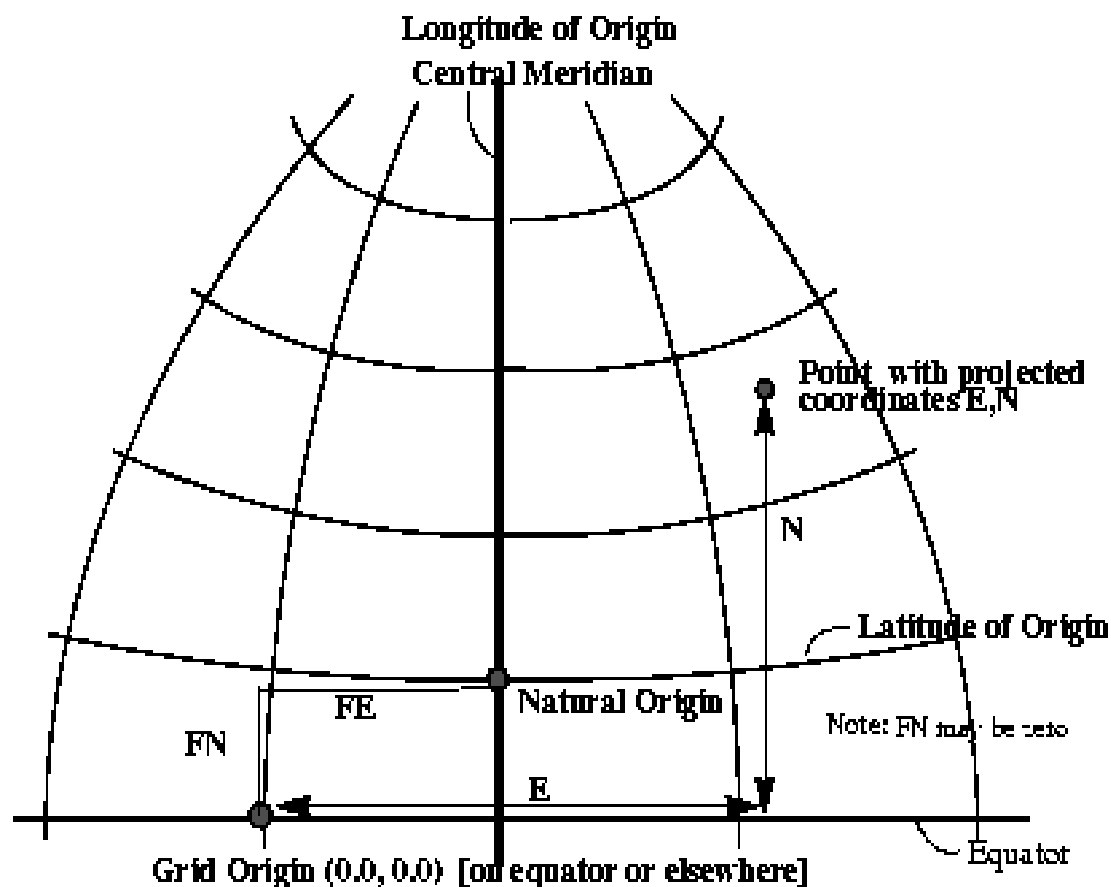


Figure 3-5: Diagram for Transverse Mercator Projection arrangements (N. Hemisphere)

Nei sistemi di coordinate piane (proiettate) costruiti con la proiezione di Gauss, di solito, per evitare di avere coordinate Est negative, per quei territori posti a ovest del meridiano centrale (asse ordinate nel sistema cartesiano), si usa adottare un valore standard da sommare alle coordinate, detto **falsa origine**. Tale falsa origine è scelta in modo da garantire che in tutto il campo di applicazione della proiezione (3° a ovest del meridiano di riferimento) non si ottenga mai una coordinata Est negativa.

Proiezione cilindrica trasversa di Gauss

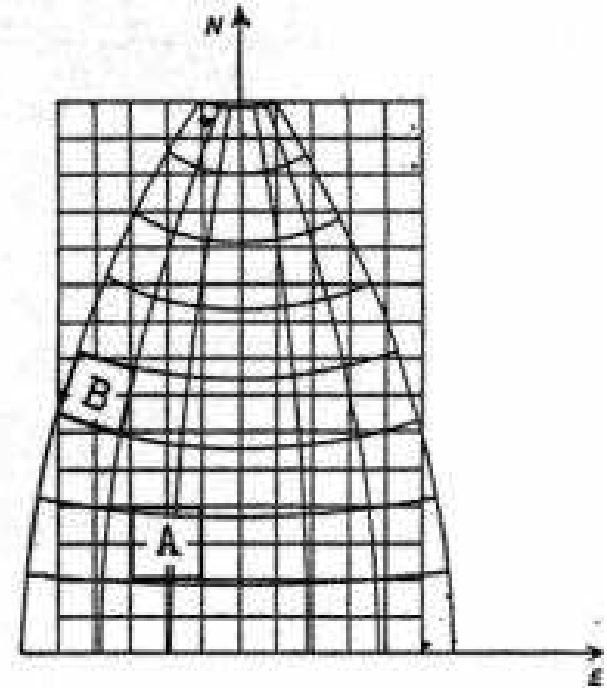
Convergenza dei meridiani

Si chiama convergenza di un meridiano l'angolo formato dalla rappresentazione di tale meridiano con il nord della proiezione (asse verticale del sistema di riferimento cartesiano).

Il nord della proiezione non indica il nord geografico (salvo casi particolari), mentre tutti i meridiani convergono verso il Nord geografico.

Tale angolo è positivo o negativo a seconda che la rappresentazione sia posta a est o a ovest rispetto al meridiano centrale della proiezione.

Sempre a causa della convergenza due punti situati alla stessa latitudine non hanno necessariamente la stessa coordinata Nord e due punti aventi la stessa longitudine non presentano necessariamente la stessa coordinata Est.

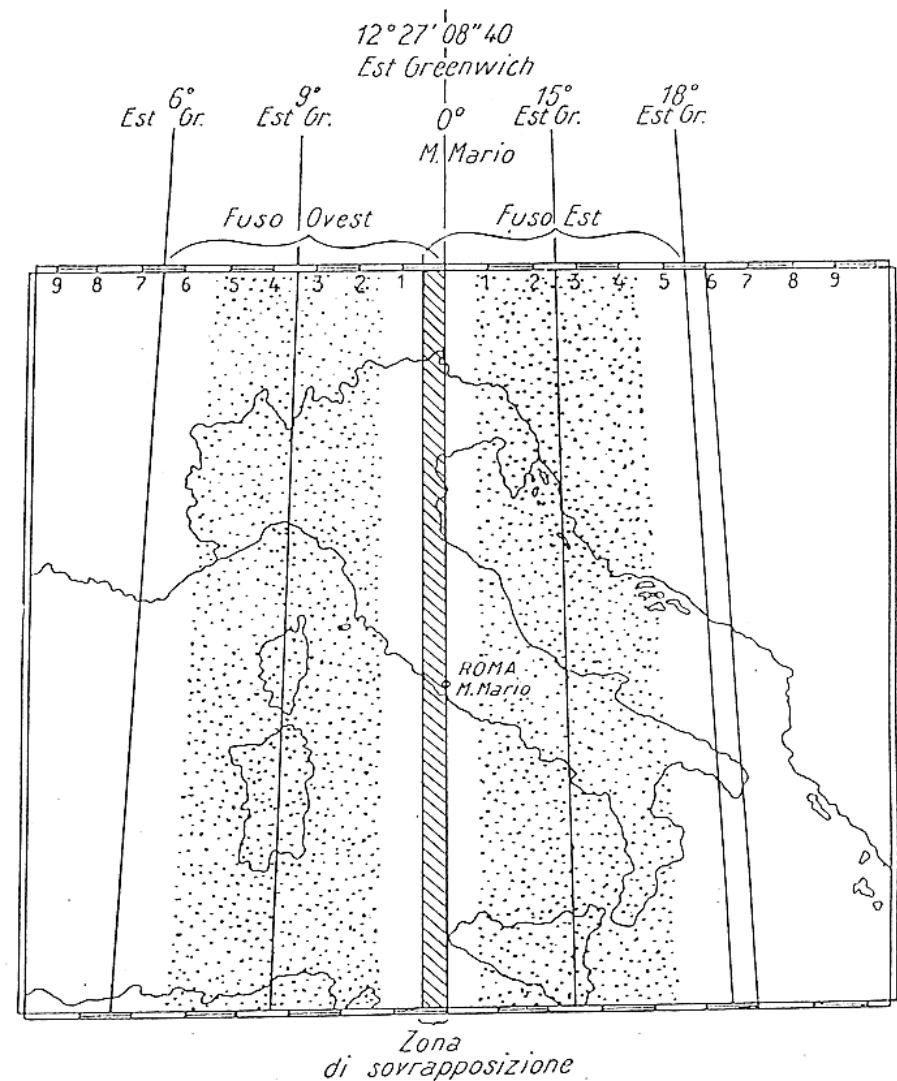


A – Reticolato cartografico

B – Reticolato geografico

Sistema Gauss-Boaga

- proiezione di Gauss (traversa di Mercatore)
- due fusi (Est e Ovest) di ampiezza di circa 6° (con $30'$ di sovrapposizione):
 - da 6° a $12^\circ 27' 08''{,}4$ il fuso Ovest
 - da $11^\circ 57' 08''{,}4$ a $18^\circ 30'$ il fuso Est
- coordinate piane Gauss-Boaga con false origini di 2520 km (fuso E) e di 1500 Km (fuso O).



UTM

Universal Transverse Mercator

Il sistema UTM (Universal Transverse Mercator) è un sistema cartografico valido per tutta la superficie terrestre.

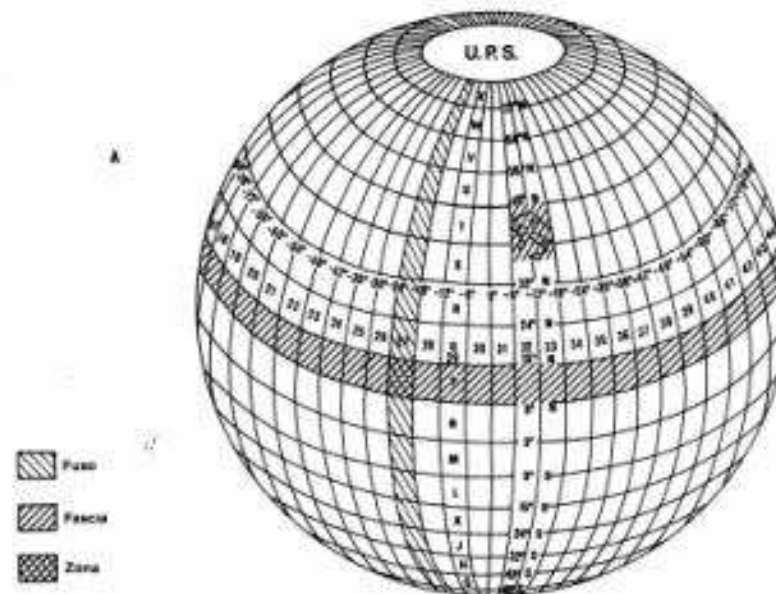
In questo sistema il globo è stato diviso in 60 **fusi** di 6° gradi di ampiezza ciascuno intorno ad un meridiano di riferimento.

I fusi sono numerati progressivamente da ovest a est a partire dall'antimeridiano di Greenwich (es.: fuso 1, meridiano centrale 177° ovest; fuso 32, meridiano centrale 9° est).

L'Italia è compresa nei fusi 32, 33, 34.

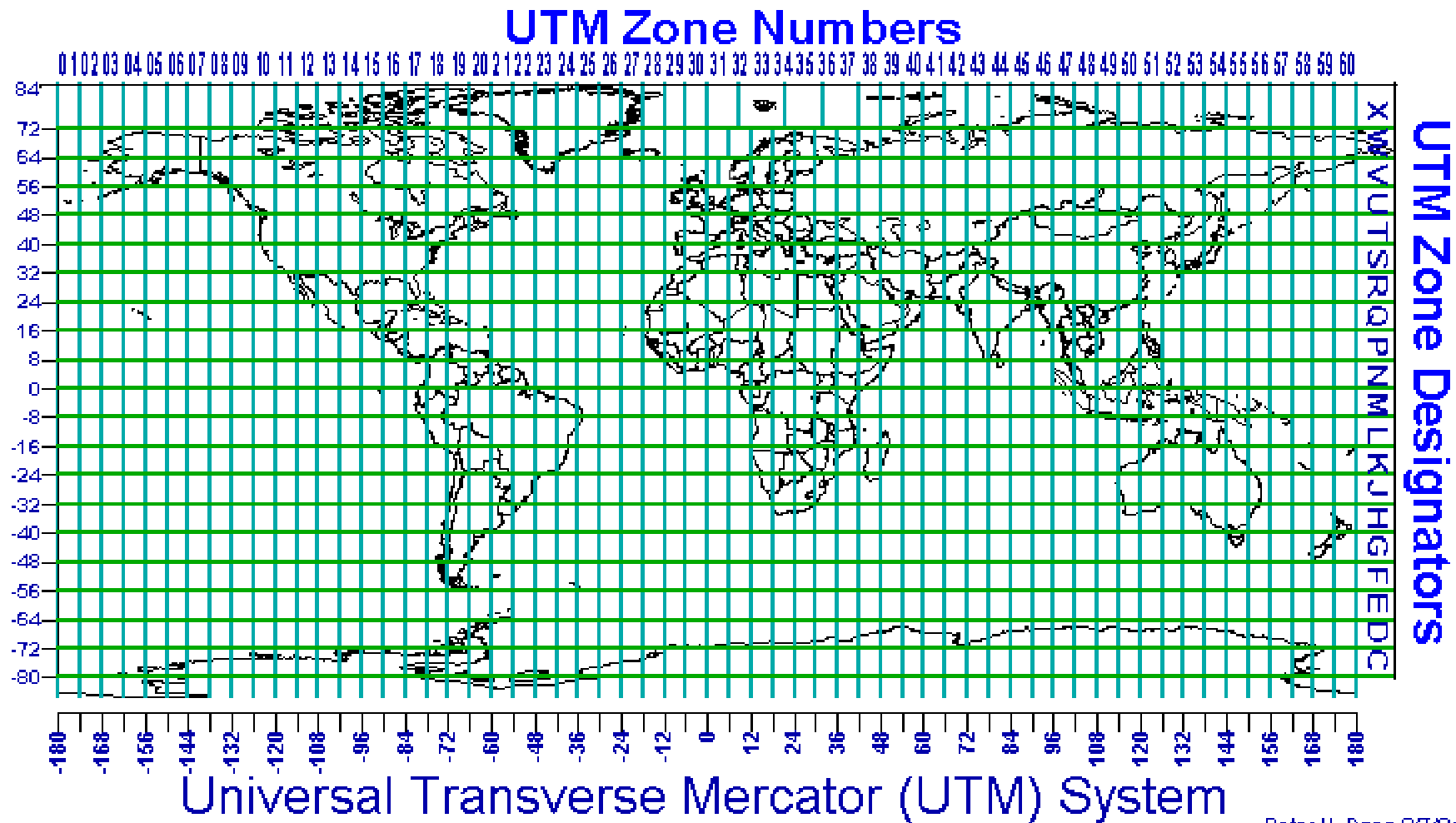
Il pianeta è stato inoltre suddiviso (per comodità) da 80° nord a 80° sud in 20 **fasce** di 8° di latitudine, indicate con le lettere dell'alfabeto inglese da C a X (es. fascia C, da 80° S a 72° S; fascia T, da 40° N a 48° N). L'Italia è compresa nelle fasce T ed S.

L'intersezione di fusi e fasce determina aree dette **zone** (individuate da lettera del fuso+lettera della fascia, es. 32S)



UTM

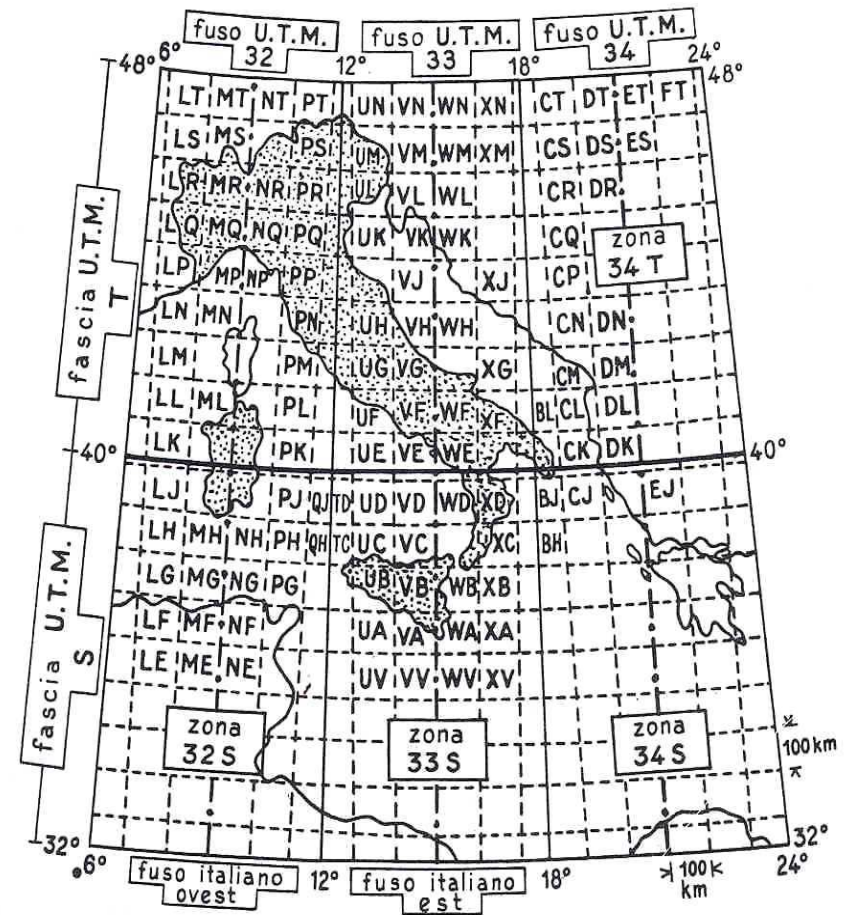
Universal Transverse Mercator



Il sistema UTM è abbinato, per la rappresentazione delle zone polari (oltre 80°), alla proiezione stereografica polare centrata sui due poli (UPS Universal Polar Stereographic).

UTM

Universal Transverse Mercator



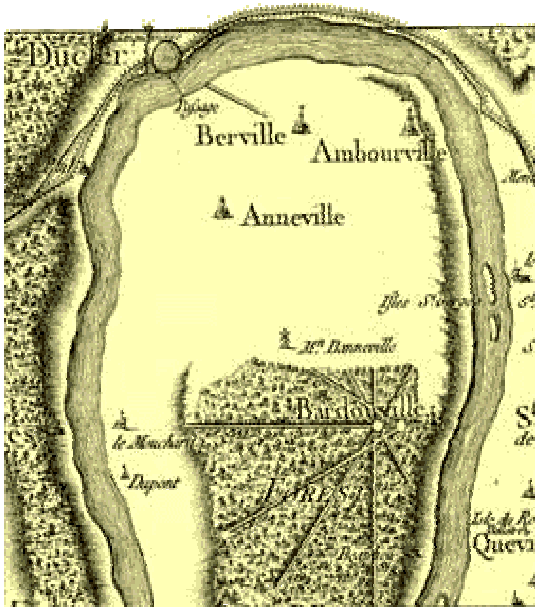
Proiezione di Cassini



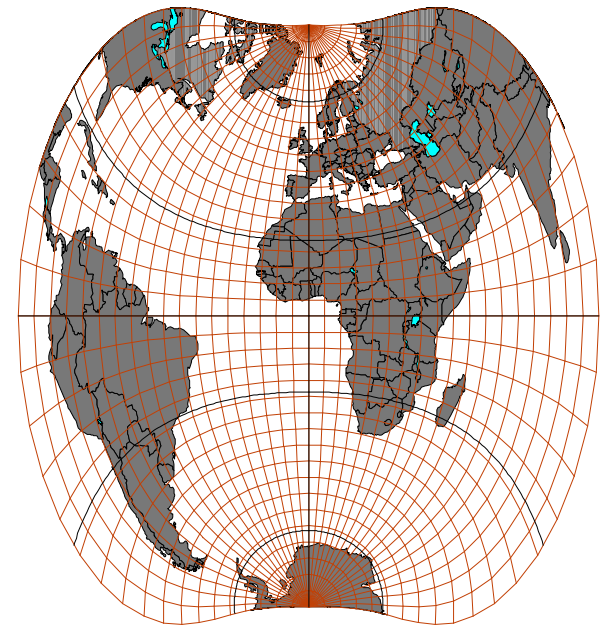
Cassini I

La proiezione di Cassini è una proiezione afilettica ricavata dalla cilindrica inversa.

Fu messa a punto dai Cassini (Cassini I, II, III, IV), una famiglia di cartografi di origini italiane vissuti in Francia tra il '600 e l'800 che diressero l'Osservatorio astronomico di Parigi, realizzando la prima carta topografica di Francia.

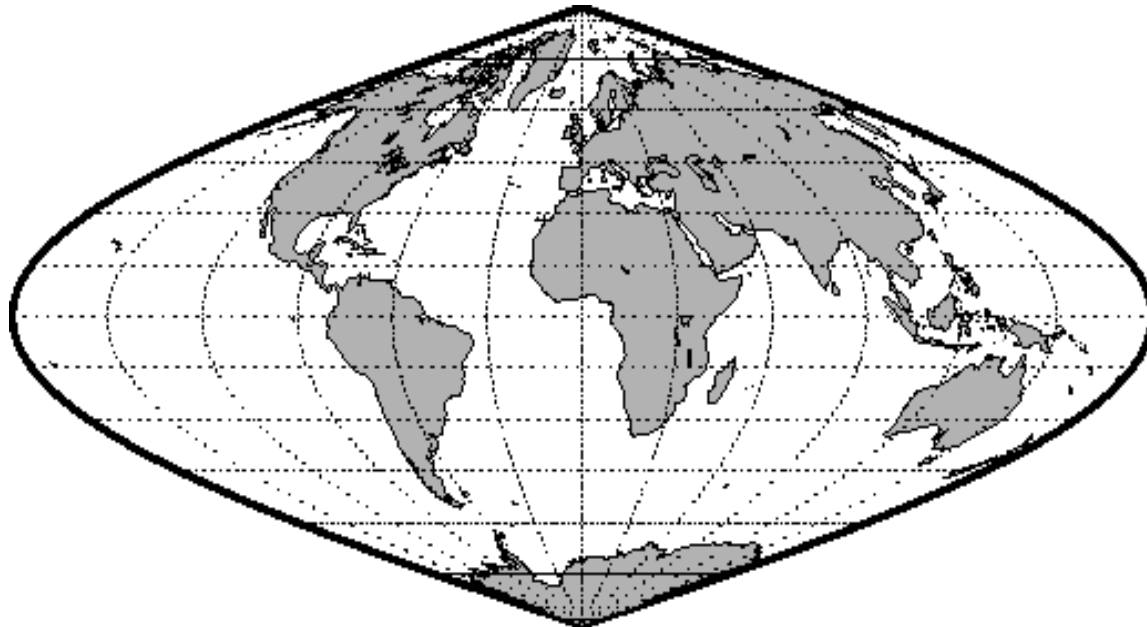


Nella versione modificata dal tedesco Soldner, la proiezione di Cassini è utilizzata nel sistema catastale italiano (Cassini-Soldner).



Proiezione di Sanson (o sinusoidale)

La proiezione di Sanson è un proiezione cilindrica costruita intorno ad un meridiano centrale rettilineo con lunghezza in scala corrispondente a quella reale. Gli altri meridiani sono curvilinei (o meglio sinusoidali, donde il nome di sinusoidale) e convergenti verso i poli. Su ogni parallelo le distanze sono proporzionali a quelle sferiche. La proiezione, oltre che equidistante lungo i paralleli, è equivalente.



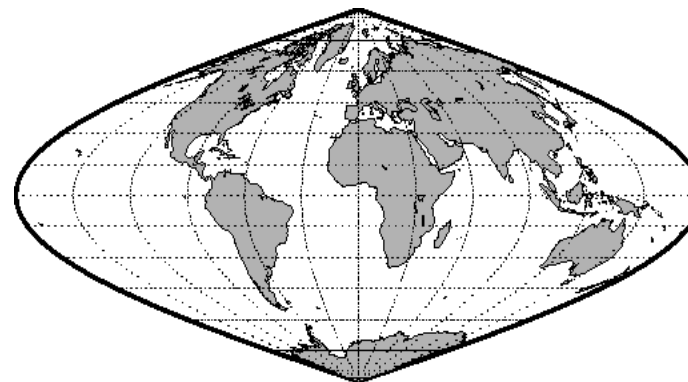
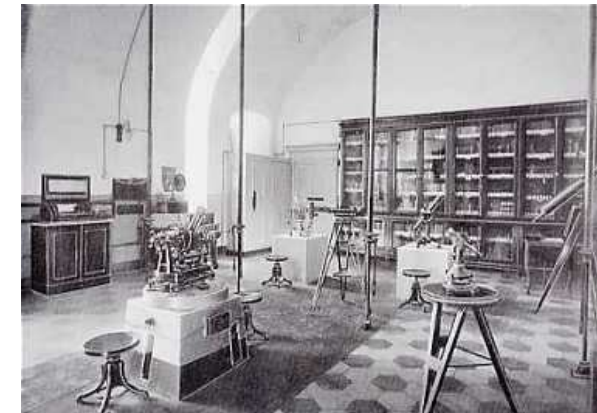
Tale rappresentazione può essere assimilata, per piccole aree, alla proiezione trapezoidale che prevede la suddivisione in maglie trapezoidali indipendenti l'una dall'altra, ognuna tangente all'ellissoide nel suo punto centrale (Sanson-Flamsteed).

Sistemi geodetici e cartografici utilizzati in Italia

- “Ante 1940” / Sanson-Flamsteed
- Sistema catastale
- Roma 1940 / Gauss-Boaga
- ED 1950 / UTM
- WGS84 / UTM (IGM95)

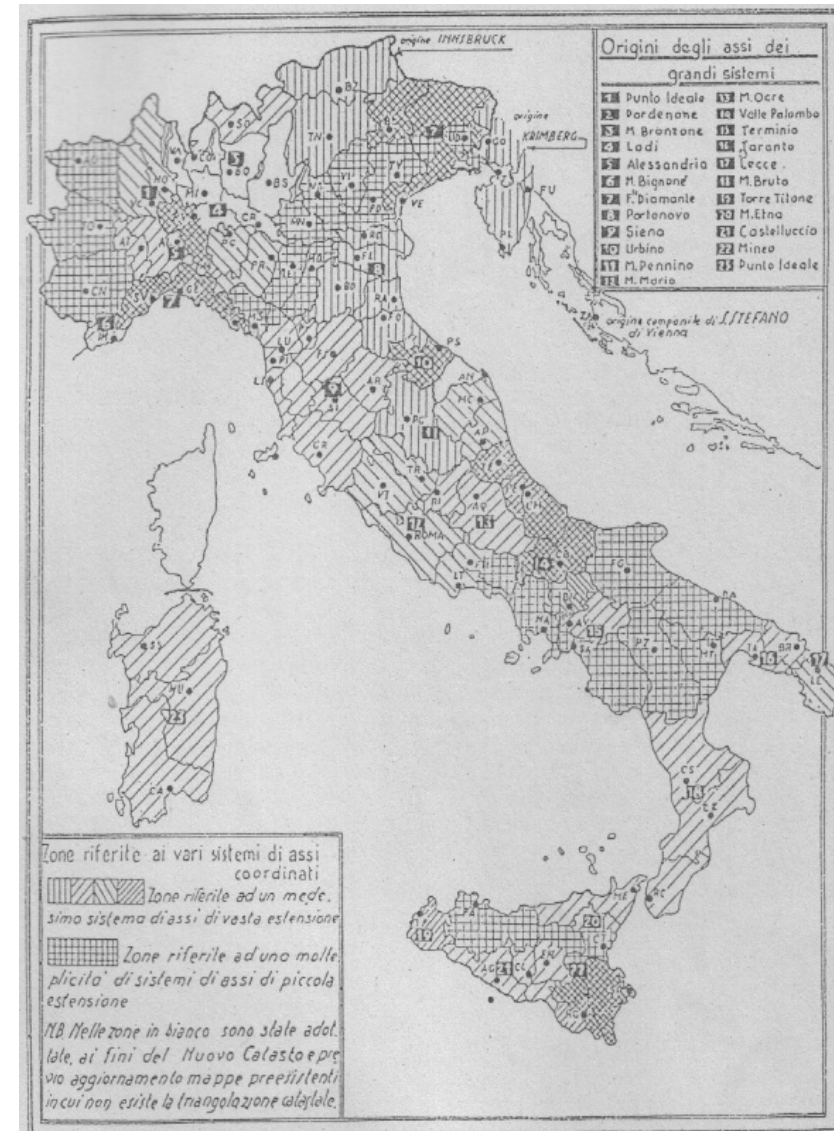
Roma ante 1940

- Sistema di riferimento italiano ante 1940 (*L. Surace*)
 - ellissoide di Bessel orientato orientato a Genova Osservatorio IIM (in un primo tempo anche a Roma Monte Mario per il centro Italia e Messina Castanea delle Furie per il sud)
- Proiezione policentrica di Sanson-Flamsteed
 - zone di 30' di longitudine e 20' di latitudine (25 fusi), corrispondenti agli elementi cartografici in scala 1:100.000 (fogli)
 - non definito un sistema di coordinate piane (solo geografiche)



Sistema catastale italiano (Cassini-Soldner)

- Sistemi di Riferimento Catastali
 - ellissoide di Bessel orientato a Genova Osservatorio IIM per il nord Italia, a Roma Monte Mario per il centro e Messina Castanea delle Furie per il sud
- Proiezione di Cassini-Soldner
 - coordinate riferite al centro di riferimento
 - per maggior parte del territorio italiano, le coordinate catastali hanno come origine (centro della proiezione) 31 diversi vertici (grandi origini), che danno quindi origine a 31 diversi sistemi di coordinate.
 - cilindro trasverso tangente lungo il meridiano passante per il centro di riferimento



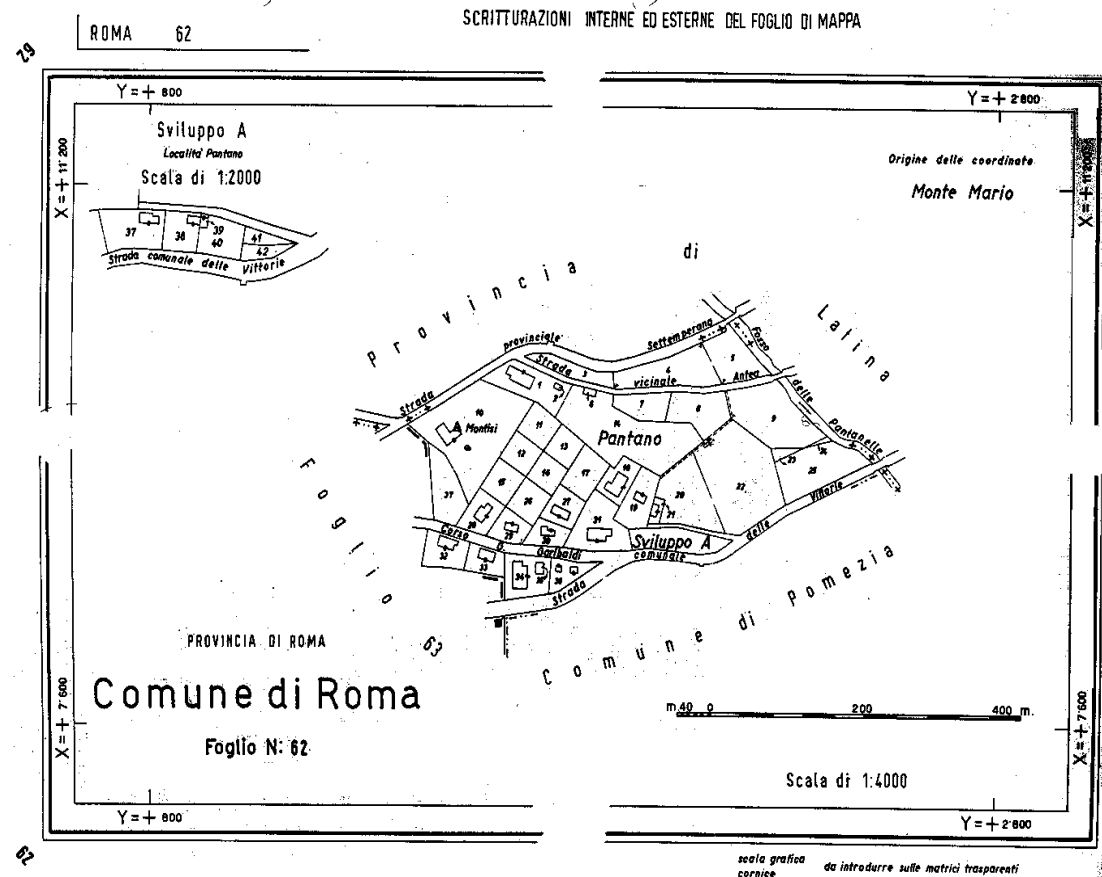
Sistema catastale italiano

N.	Centro di sviluppo	Foglio 1:100000	Latitudine	Longitudine	Centro di emanazione
1	P.I. (Vercelli)	-	-	-	-
2	Pordenone	39	45°57'15.104"	3°44'21.453"	GE
3	Monte Bronzone	34	45°42'31.080"	1°04'09.404"	GE
4	Lodi	60	45°18'49.219"	0°34'53.166"	GE
5	Alessandria	70	44°54'51.212"	-0°18'37.157"	GE
6	Monte Bignone	102	43°52'22.465"	-1°11'17.116"	GE
7	Forte Diamante	83	44°27'38.020"	0°01'04.180"	GE
8	Portonovo	88	44°41'55.045"	2°49'55.338"	GE
9	Siena (Torre del Mangia)	120	43°19'03.126"	2°24'39.027"	GE
10	Urbino	109	43°43'27.930"	3°42'54.290"	GE
11	Monte Pennino	123	43°06'02.076"	3°58'03.310"	GE
12A	Roma M.te Mario (Genova)	149	41°55'24.399"	3°31'51.131"	GE
12B	Roma M.te Mario (Castanea)	150	41°55'24.428"	-3°04'06.155"	Castanea
13	Monte Ocre	145	42°15'20.090"	0°59'28.010"	Roma M.M.
14	Monte Palombo	152	41°50'34.650"	-1°42'34.580"	Castanea
15	Monte Terminio	185	40°50'25.860"	-0°34'59.190"	Castanea
16	Taranto	202	40°28'30.105"	1°42'30.469"	Castanea
17	Lecce	204	40°21'02.850"	2°38'57.488"	Castanea
18	Monte Brutto	236	39°08'22.455"	0°54'06.199"	Castanea
19	Monte Titone	257	37°50'47.830"	0°05'14.870"	Roma M.M.
20	Monte Etna (P.Lucia)	262	37°45'47.600"	-0°32'05.810"	Castanea
21	Monte Castelluccio	267	37°24'52.480"	-1°44'28.140"	Castanea
22	Mineo	273	37°15'55.873"	-0°49'40.426"	Castanea
23	P.I. (Sardegna)	-	-	-	-
24	Nuovo Catasto (Innsbruck)	-	-	-	-
25	Nuovo Catasto (Krimberg)	-	-	-	-
26	Monte Cairo	160	41°32'26.080"	-1°45'36.050"	Castanea
27	Francolise	172	41°10'53.600"	-1°27'23.910"	Castanea
28	Cancello	172	41°04'21.230"	-1°29'39.740"	Castanea
29	Miradois (Napoli)	-	-	-	-
30	Monte Petrella	171	41°19'16.112"	4°44'40.000"	GE
31	Mariignano	184	40°55'26.880"	-1°03'51.620"	Castanea

Per maggior parte del territorio italiano, le coordinate catastali hanno come origine (centro della proiezione) in 31 diversi vertici (grandi origini), che danno quindi origine a 31 diversi sistemi di coordinate.

Tuttavia oltre ai 31 sistemi di grande estensione si hanno anche alcune centinaia di sistemi locali, spesso coincidenti con un singolo comune.

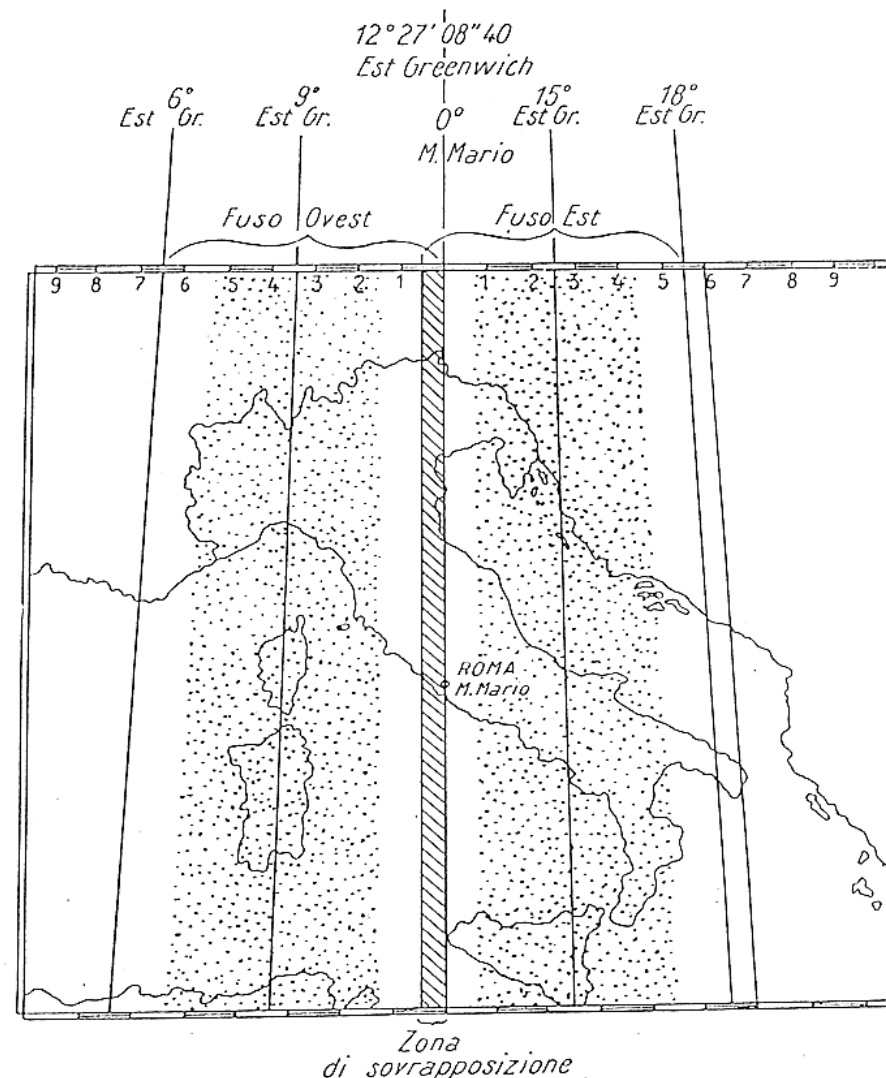
Sistema catastale italiano



La carta catastale adotta la proiezione di Cassini-Soldner, afilattica, che entro un raggio di circa 70 Km presenta una deformazione lineare massima del 0,006% nella direzione del meridiano, e nulla nella direzione del parallelo. Negli ambiti in cui è utilizzata è praticamente equivalente (caratteristica che la rende interessante per gli usi catastali).

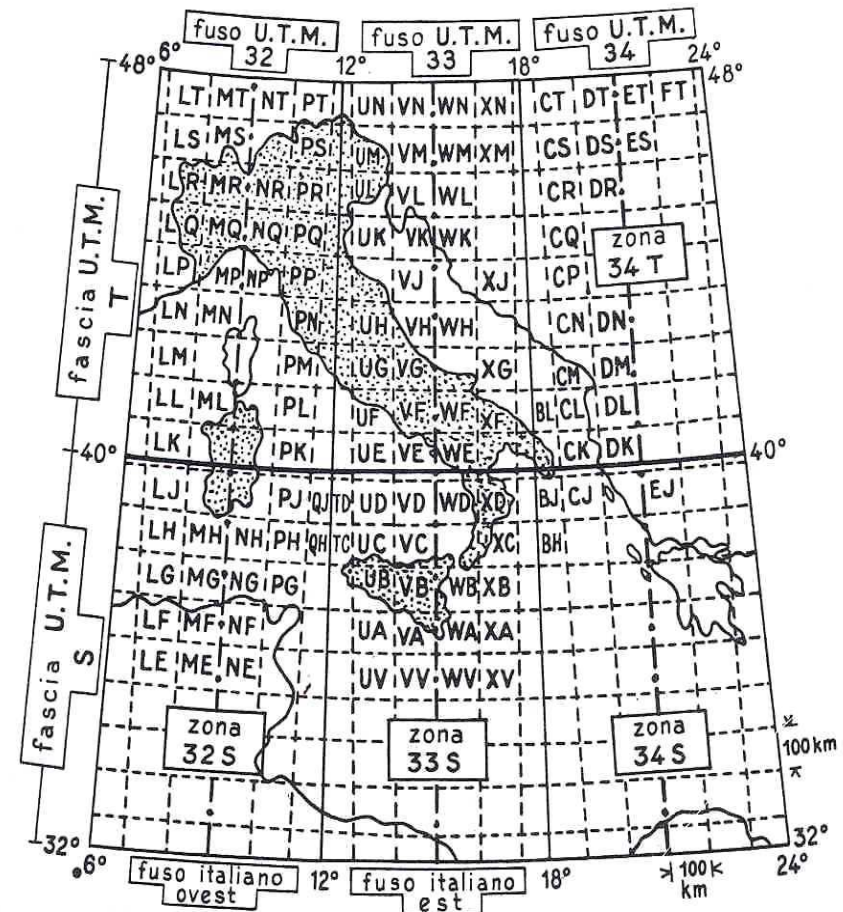
Roma40 / Gauss-Boaga

- Sistema di Riferimento Nazionale Roma40
 - ellissoide di Hayford orientato a Roma Monte Mario
 - compensazione della rete geodetica nazionale
- Proiezione di Gauss (GaussBoaga)
 - due fusi (Est e Ovest) di ampiezza di circa 6° (con $30'$ di sovrapposizione):
 - da $\lambda=6^\circ$ a $\lambda=12^\circ 27' 08'',4$ il fuso Ovest
 - da $\lambda=11^\circ 57' 08'',4$ a $\lambda=18^\circ 30'$ il fuso Est
 - coordinate piane Gauss-Boaga con false origini di 2520 km (fuso E) e di 1500 Km (fuso O).
 - cilindro secante con fattore di contrazione dell'ellissoide di **0.9996**



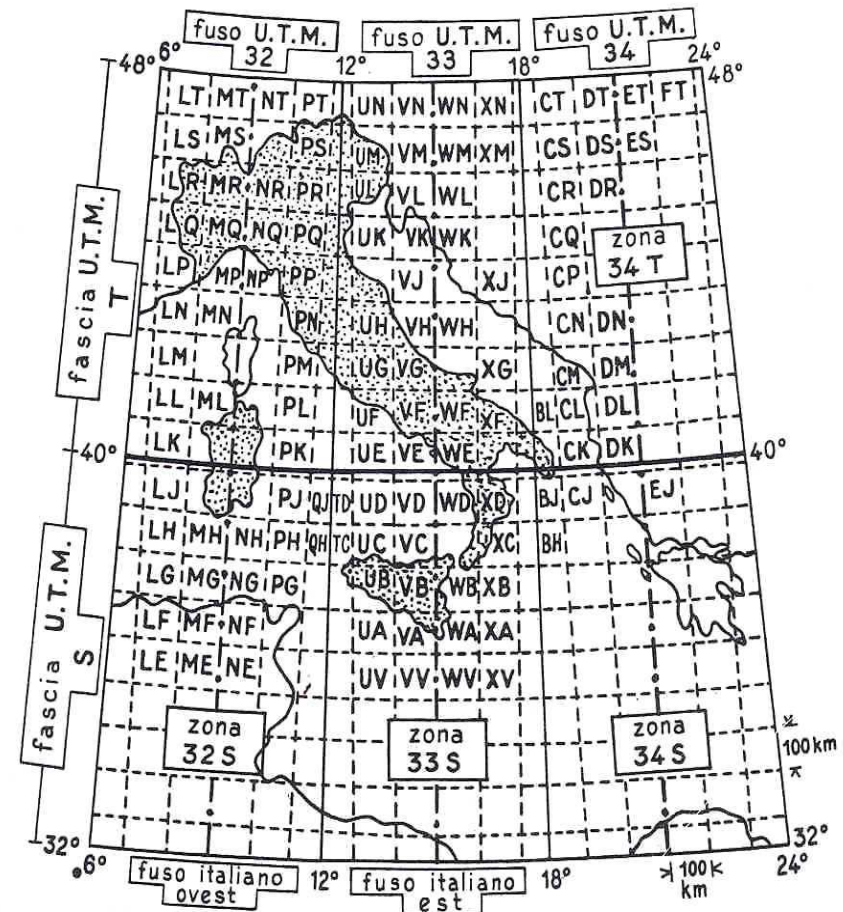
ED50 / UTM

- Sistema di Riferimento ED50
 - ellissoide di Hayford orientato a Potsdam (Germania).
 - compensazione delle reti geodetiche europee.
- Proiezione di Gauss (UTM)
 - tre fusi (32, 33, 34) di ampiezza di 6° (con 30' di sovrapposizione):
 - fuso 32 da $\lambda=6^\circ$ a $\lambda=12^\circ 30'$
 - fuso 33 da $\lambda=12^\circ$ a $\lambda=18^\circ 30'$
 - coordinate piane UTM-ED50 con false origini di 500 km.
 - cilindro secante con fattore di contrazione dell'ellissoide di **0.9996**

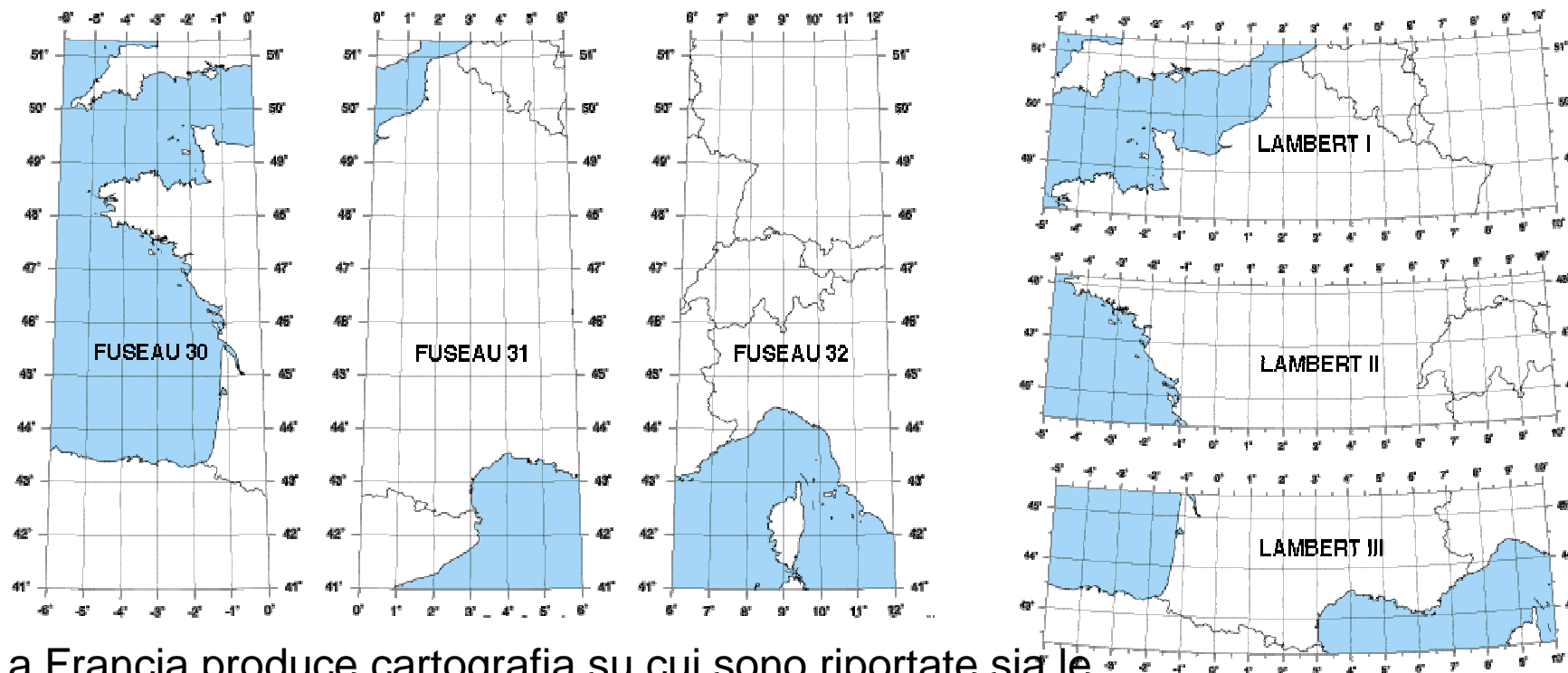


WGS84 / UTM

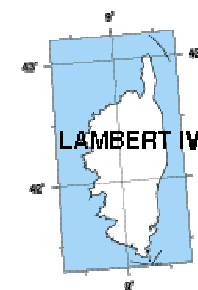
- Sistema di riferimento WGS84
 - ellissoide WGS84
 - sistema GPS (controllato da terra)
 - rete geodetica IGM95
- Proiezione di Gauss (UTM)
 - tre fusi (32, 33, 34) di ampiezza di 6° (con 30' di sovrapposizione):
 - fuso 32 da $\lambda=6^\circ$ a $\lambda=12^\circ 30'$
 - fuso 33 da $\lambda=12^\circ$ a $\lambda=18^\circ 30'$
 - coordinate piane UTM-WGS84 con false origini di 500 km.
 - cilindro secante con fattore di contrazione dell'ellissoide di **0.9996**



Sistemi di coordinate utilizzati in Francia



La Francia produce cartografia su cui sono riportate sia le coordinate UTM-ED50 (il suo territorio ricade nei fusi 30, 31 e 32), sia le coordinate Lambert (il suo territorio è diviso nelle zone I, II, III e IV). Per le coordinate UTM-ED50 il modello cui si fa riferimento è quello di 3 cilindri trasversi, orientati rispettivamente ai meridiani di -3° , di 3° e di 9° . Per le coordinate Lambert, abbiamo 4 coni orientati rispetto ai paralleli di 55° , 52° , 49° e $46^\circ,85$.



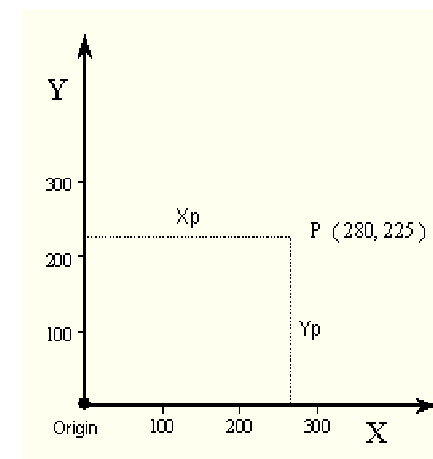
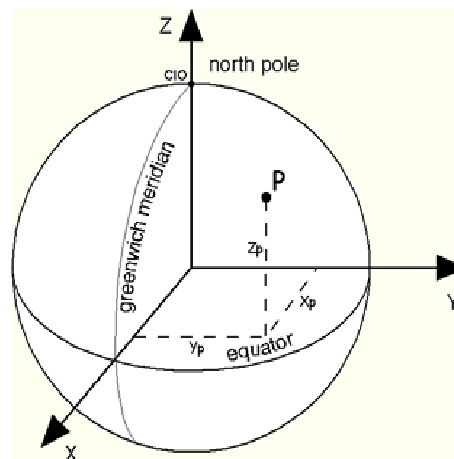
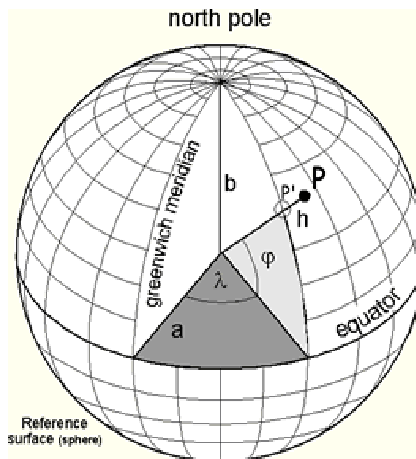
Datum e sistemi di coordinate utilizzati in Spagna

La produzione della cartografia topografica spagnola (Mapa Topográfico Nacional) ha seguito le seguenti fasi cronologiche:

1. Sistema di riferimento: Ellissoide di Struve, orientamento Osservatorio Astronomico di Madrid;
Proiezione: poliedrica di Tissot
2. Sistema di riferimento: European Datum 1950;
Proiezione: UTM
3. Sistema di riferimento: WGS84;
Proiezione: UTM

Trasformazioni di coordinate I

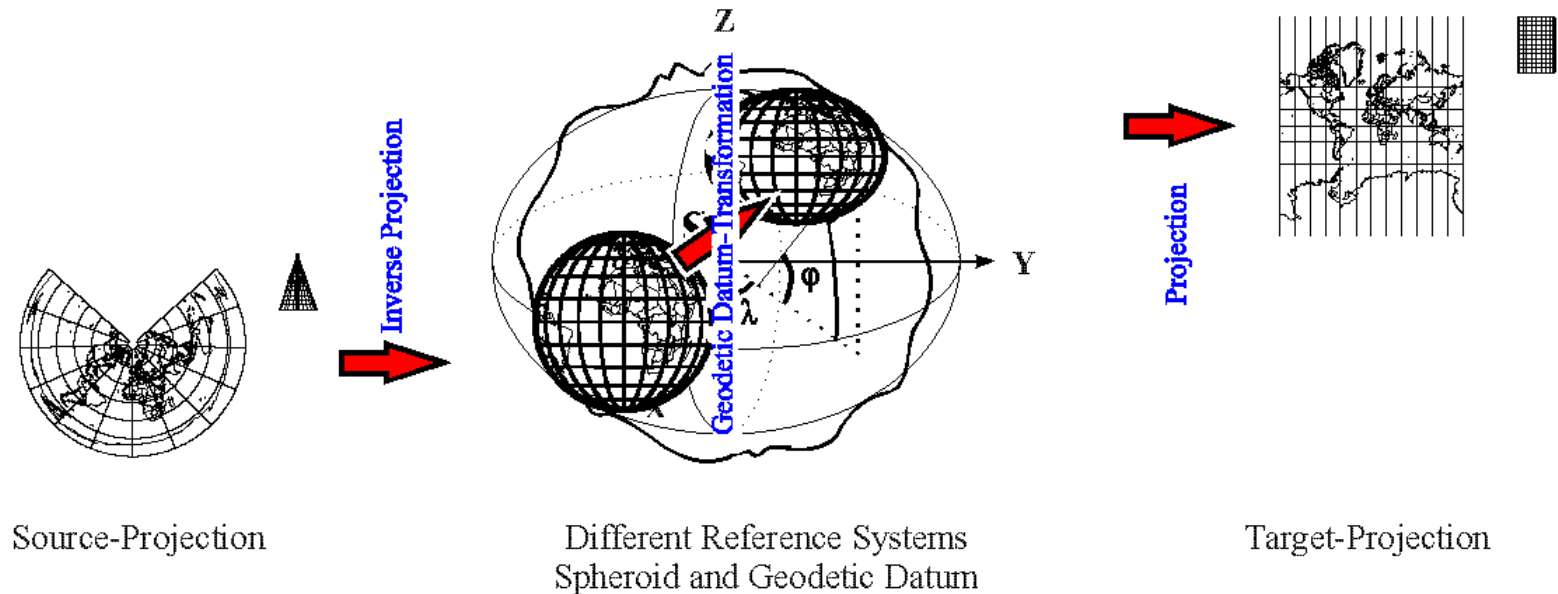
- **Coordinate geografiche** (λ e φ , angoli misurati su uno specifico datum a partire dall'equatore e da un meridiano di riferimento, es. Greenwich, e altezza h rispetto ad un definito sistema di riferimento altimetrico, es. quota slmm di Genova)
- **Coordinate cartesiane (X, Y e Z) geocentriche** rispetto ad uno specifico datum
- **Coordinate piane E e N** ricavate mediante un processo di proiezione, a partire dalle coordinate geografiche, e quota h rispetto ad un definito sistema di riferimento altimetrico.



Trasformazioni di coordinate II

- La trasformazione di coordinate piane nelle coordinate geografiche riferite allo stesso datum (ad esempio coordinate piane Gauss-Boaga in coordinate geografiche ROMA40) è una semplice operazione matematica. Si tratta in pratica di compiere l'operazione inversa a quella effettuata con la proiezione. Le due famiglie di coordinate sono legate da regole matematiche.
- La trasformazione di coordinate, piane o geografiche, riferite a due diversi datum richiede complesse operazioni matematiche (traslazione, rotazione, scalatura) e comporta necessariamente l'introduzione di alcuni errori.
- Esistono specifici software per effettuare trasformazioni di coordinate.

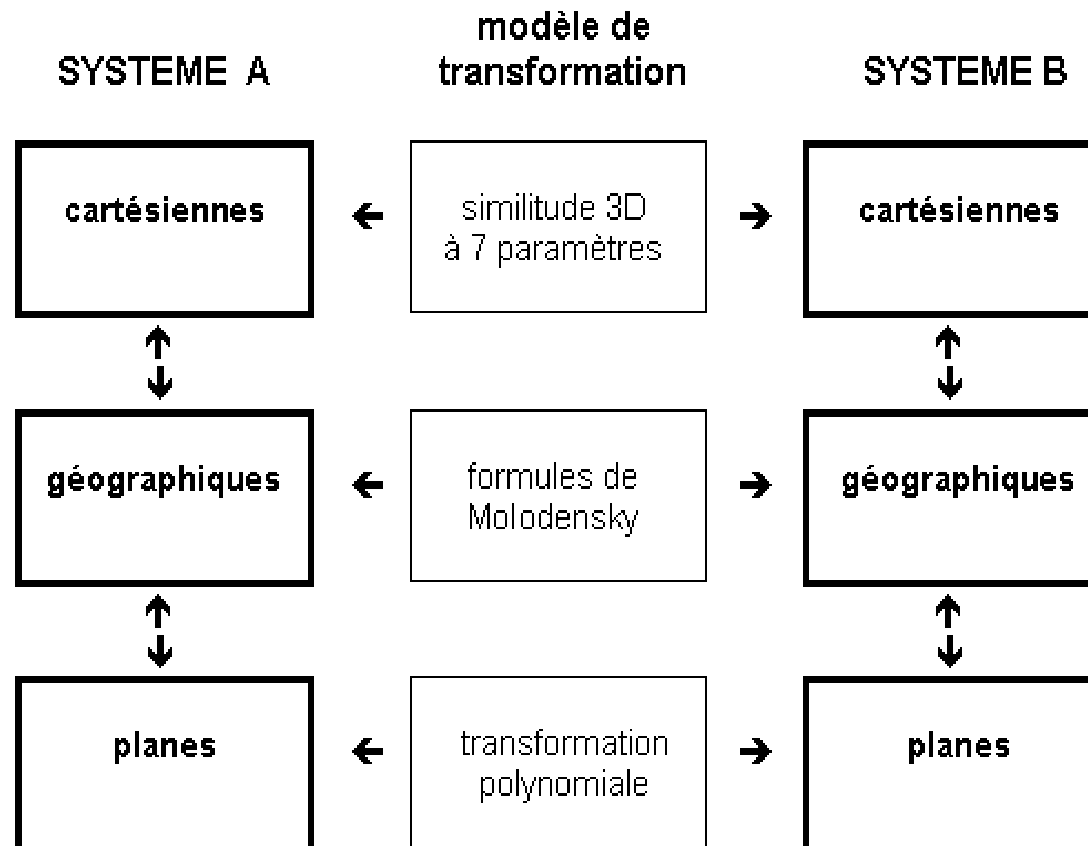
Trasformazioni di coordinate III



© by Stefan A. Voser

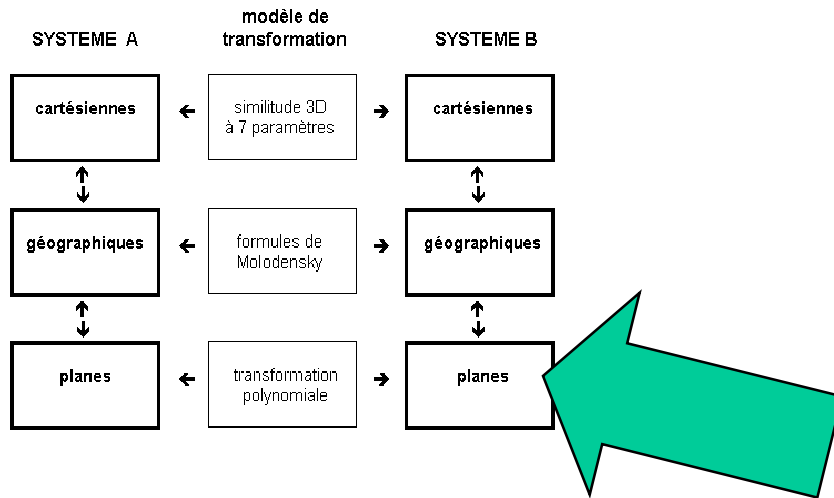
Dovendo trasformare delle coordinate piane in un altro tipo, è possibile operare prima una proiezione inversa per ricavare le coordinate geografiche, poi convertire queste in geocentriche. Successivamente si opererà poi una trasformazione dal datum di partenza a quello di arrivo (mediante traslazione, rotazione, scalatura). Le nuove coordinate geocentriche ottenute verranno trasformate in geografiche e poi tramite la nuova proiezione nelle coordinate piane desiderate.

Trasformazioni di coordinate IV



E' possibile convertire le coordinate da un sistema all'altro (parlando di sistema di coordinate si fa riferimento ad una ben precisa proiezione applicata ad entità appartenenti ad un ben preciso datum) in diversi modi.

Trasformazioni di coordinate V

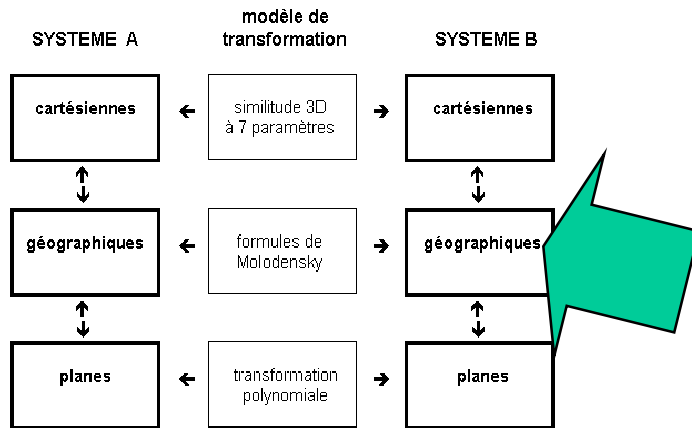


Le coordinate plane A possono essere convertite direttamente nelle coordinate plane B mediante delle formule approssimate (che avranno una validità locale), ovvero utilizzando delle costanti di trasformazione appositamente tabulate (**trasformazioni a 3 parametri**).

Tavoletta		ΔN	ΔE	$\Delta \varphi$	$\Delta \lambda$		
		m	m	"	"	'	"
I	NE	171.5	-2019935.2	5.62	12	27	11.13
I	SE	171.7	-2019935.3	5.63	12	27	11.12
I	SO	171.8	-2019935.3	5.64	12	27	11.11
I	NO	171.6	-2019935.2	5.63	12	27	11.12
II	NE	171.8	-2019935.4	5.63	12	27	11.12
II	SE	172.0	-2019935.5	5.64	12	27	11.09
II	SO	172.5	-2019935.5	5.66	12	27	11.09
II	NO	172.1	-2019935.4	5.64	12	27	11.10
III	NE	172.6	-2019935.3	5.66	12	27	11.09
III	SE	173.0	-2019935.4	5.68	12	27	11.09
III	SO	173.2	-2019935.4	5.69	12	27	11.07
III	NO	172.9	-2019935.3	5.68	12	27	11.08
IV	NE	171.8	-2019935.2	5.64	12	27	11.11
IV	SE	172.2	-2019935.3	5.65	12	27	11.10
IV	SO	172.6	-2019935.3	5.67	12	27	11.09
IV	NO	172.2	-2019935.2	5.65	12	27	11.09

	N	E	φ	λ
Coordinate del sistema nazionale	5 034 633, 13	2 311 870, 72	45° 26' 00", 149	-0° 06' 47", 087
Costanti di trasformazione	171, 8	-2 019 935, 4	5", 63	12° 27' 11", 12
Coordinate nel sistema E.D. 1950	5 034 804, 9	291 935, 3	45° 26' 05", 78	12° 20' 24", 03

Trasformazioni di coordinate VI



Le coordinate geografiche A possono essere convertite direttamente nelle coordinate geografiche B mediante le formule di Molodenskii, e sulla base di parametri appositamente calcolati (es.: da NIMA o da IGM) (**trasformazioni a 5 parametri**).

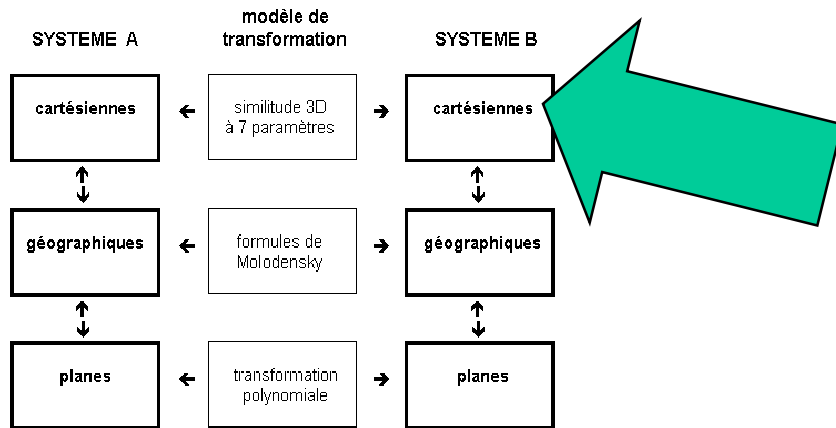
dove:			
φ, λ, H	=coordinate riferite al <i>datum</i> da trasformare,	b	=Semiasse minore dell'ellissoide del <i>datum</i> da trasformare,
φ	=Latitudine (Positiva a Nord dell'equatore, negativa a Sud),	b/a	= $1 - f$,
λ	=Longitudine (Positiva, conteggiata a Est del meridiano zero fino a 360°),	f	=Schiacciamento dell'ellissoide del <i>datum</i> da trasformare,
H	=Quota ellissoidica. Distanza di un punto dall'ellissoide, misurata sulla sua verticale,	$\Delta a, \Delta f$	=Differenza tra i valori riferiti all'ellissoide del <i>datum</i> da trasformare e quello del nuovo <i>datum</i> ,
H	= $N + h$,	e	=Eccentricità prima dell'ellissoide del <i>datum</i> da trasformare,
N	=Distanza tra ellissoide e geode (positiva o negativa),	e^2	= $2f - f^2$ Eccentricità seconda, del <i>datum</i> da trasformare,
h	=Quota geoidica. Altezza di un punto sul geode (positiva o negativa),	R_N	= $a / (1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}$ Raggio di curvatura della sezione normale del primo verticale,
$\Delta \varphi, \Delta \lambda, \Delta H$	=Correzioni da apportare alle coordinate da trasformare,	R_M	= $a (1 - e^2) / (1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}$ Raggio di curvatura della sezione normale meridiana.
$\Delta x, \Delta y, \Delta z$	=Parametri correttivi,		
a	=Semiasse maggiore dell'ellissoide del <i>datum</i> da trasformare,		

$$\Delta \varphi' = \{ -\Delta x \sin \varphi \cos \lambda - \Delta y \sin \varphi \sin \lambda + \Delta z \cos \varphi + \Delta a (R_N e^2 \sin \varphi \cos \varphi) / a + \Delta f [R_M (a/b) + R_N (b/a)] \sin \varphi \cos \varphi \} \cdot [(R_M + H) \sin 1'']^{-1}$$

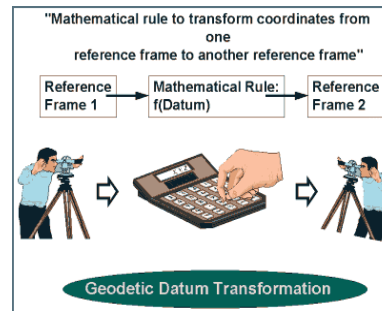
$$\Delta \lambda' = [-\Delta x \sin \lambda + \Delta y \cos \lambda] \cdot [(R_N + H) \cos \varphi \sin 1'']^{-1}$$

$$\Delta H'_m = \Delta x \cos \varphi \cos \lambda + \Delta y \cos \varphi \sin \lambda + \Delta z \sin \varphi - \Delta a (a/R_N) + \Delta f (b/a) R_N \sin^2 \varphi$$

Trasformazioni di coordinate VII



Le coordinate geocentriche A possono essere convertite direttamente nelle coordinate geocentriche B mediante delle formule approssimate (che avranno una validità locale), ottenute ad esempio mediante il metodo dei minimi quadrati a partire da una semina di punti di coordinate note in entrambi i sistemi (**trasformazioni di Helmert a 7 parametri**).



Coordinate Conversion Geodetic Latitude, Longitude, and Height to ECEF, X, Y, Z.

$$X = (N + h) \cos \phi \cos \lambda$$

$$Y = (N + h) \cos \phi \sin \lambda$$

$$Z = [N(1 - e^2) + h] \sin \phi$$

where:

ϕ, λ, h = geodetic latitude, longitude, and height above ellipsoid
 X, Y, Z = Earth Centered Earth Fixed Cartesian Coordinates
 and:

$$N(\phi) = a / \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi} = \text{radius of curvature in prime vertical}$$

a - semi-major earth axis (ellipsoid equatorial radius)

b - semi-minor earth axis (ellipsoid polar radius)

$$f = \frac{a - b}{a} = \text{flattening}$$

$$e^2 = 2f - f^2 = \text{eccentricity squared}$$

Peter H. Dana 8/2/96

Coordinate Conversion: Cartesian (ECEF X, Y, Z) and Geodetic (Latitude, Longitude, and Height) Direct Solution for Latitude, Longitude, and Height from X, Y, Z

$$\phi = \text{atan}\left(\frac{Z + e^2 b \sin^3 \phi}{p - e^2 a \cos^2 \phi}\right)$$

$$\lambda = \text{atan2}(Y, X)$$

$$h = \frac{p}{\cos(\phi)} - N(\phi)$$

where:

ϕ, λ, h = geodetic latitude, longitude, and height above ellipsoid
 X, Y, Z = Earth Centered Earth Fixed Cartesian coordinates
 and:

$$p = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad \phi = \text{atan}\left(\frac{Z}{pb}\right) \quad e^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$$

$N(\phi) = a / \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi}$ = radius of curvature in prime vertical

a = semi-major earth axis (ellipsoid equatorial radius)

b = semi-minor earth axis (ellipsoid polar radius)

$$f = \frac{a - b}{a} = \text{flattening}$$

$$e^2 = 2f - f^2 = \text{eccentricity squared}$$

Peter H. Dana 2/10/97

Bibliografia

J. Campbell, *Introduzione alla cartografia*, Bologna, Zanichelli, 1989 (trad. it. di Introductory Cartography, Englewood Cliffs (N.J.), Prentice Hall, 1984), pp. 1-15, 61-77.

S. Perego, *Appunti di cartografia ad uso degli Studenti di Scienze Geologiche e Scienze Naturali*, Parma, Santa Croce, 1999, pp. 6-10, 34-37, 45-46.

L. Surace, *La georeferenziazione delle informazioni territoriali, in L'evoluzione della geografia dalla carta geografica al digitale in nove passi descritti dai maggiori esperti del settore*, Roma, MondoGIS, 2004, pp. 15-46.

M. Trevisani, *Appunti per il corso di Cartografia e Cartografia Numerica*, 2005, <http://sira.arpat.toscana.it/sira/documenti/Dispensa_Cartografia.pdf> (23/03/2011), pp. 13-34.

P. Zatelli, *Cartografia numerica e GIS, lucidi delle lezioni*, Università di Trento, 2009, <http://www.ing.unitn.it/~zatelli/cartografia_numerica.html> (23/03/2011).

F. Zaffagnini (a cura), *Modulo di geologia. Dispensa del laboratorio di archeologia dell'architettura*, Università di Bologna, <http://www3.unibo.it/archeologia/ArcMed/Forum_testi/Geologia.pdf> (23/03/2011).

Bibliografia

Immagini

ITC, *Geometric aspects of mapping*, 2009,
<<http://kartoweb.itc.nl/geometrics/index.html>> (23/03/2011).

Vienna University of Technology, *Picture Gallery of Map Projections*,
<<http://www.geometrie.tuwien.ac.at/karto/index.html>>, (23/03/2011).

The MathWorks, *Map Projections Reference*,
<<http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/toolbox/map/f4-4154.html>>,
(23/03/2011).

Center for Spatially Integrated Social Science (CSISS), *Map Projections*,
<<http://www.csiss.org/map-projections/index.html>>, (23/03/2011).

Software

NASA, *G.Projector — Global Map Projector*, <http://www.giss.nasa.gov/tools/gprojector/>

Universidade Federal Fluminense, Instituto de Matematica, *Map Projections, The Java Applet*, <http://www.uff.br/mapprojections/mp_en.html>, (23/03/2011).



Attribuzione-Non commerciale-Condividi allo stesso modo 2.5 Italia

Tu sei libero:



di riprodurre, distribuire, comunicare al pubblico, esporre in pubblico, rappresentare, eseguire e recitare quest'opera



di modificare quest'opera

Alle seguenti condizioni:



Attribuzione. Devi attribuire la paternità dell'opera nei modi indicati dall'autore o da chi ti ha dato l'opera in licenza e in modo tale da non suggerire che essi avallino te o il modo in cui tu usi l'opera.



Non commerciale. Non puoi usare quest'opera per fini commerciali.



Condividi allo stesso modo. Se alteri o trasformi quest'opera, o se la usi per crearne un'altra, puoi distribuire l'opera risultante solo con una licenza identica o equivalente a questa.

- Ogni volta che usi o distribuisi quest'opera, devi farlo secondo i termini di questa licenza, che va comunicata con chiarezza.
- In ogni caso, puoi concordare col titolare dei diritti utilizzi di quest'opera non consentiti da questa licenza.
- Questa licenza lascia impregiudicati i diritti morali.