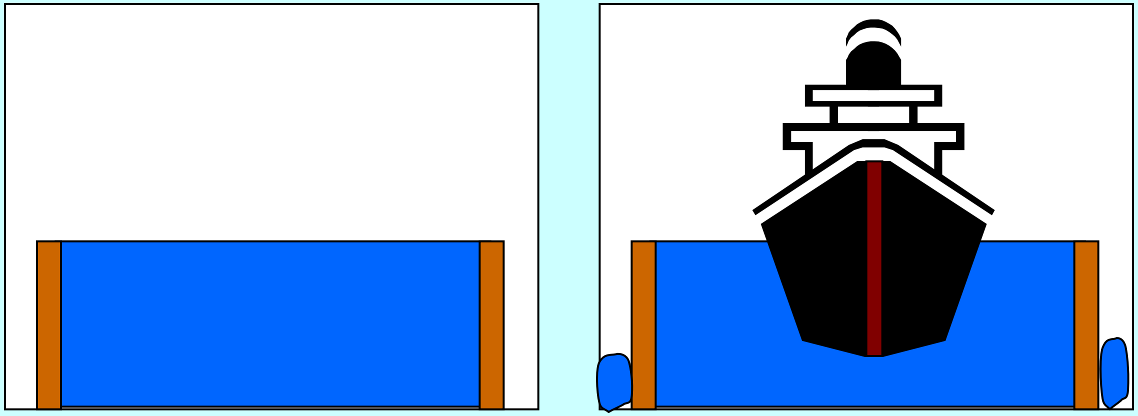
# Idraulica e Idrologia: Lezione 13
# Agenda del giorno

- Principio di Archimede – seconda parte
- Principio di Pascal: forze in un fluido
- Spinta su pareti

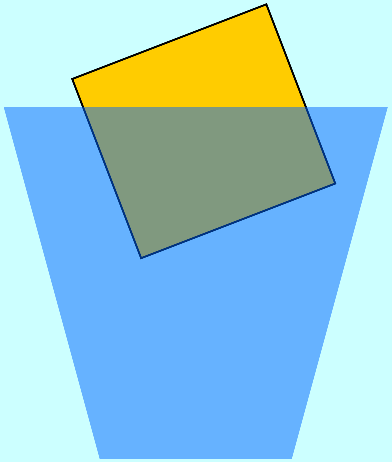
# Divertirsi con l'idrostatica - 1

- Due vasche sono riempite allo stesso livello con dell'acqua. Sulla superficie di una delle due vasche galleggia un battello. Quale delle due vasche pesa di più? Quale delle due vasche è soggetta al fondo ad una pressione maggiore?



🡐Si applica il principio di Archimede, quindi ….

# Divertirsi con l'idrostatica - 2



- Un bicchiere contiene dell'acqua, nella quale galleggia un cubetto di ghiaccio. L'acqua raggiunge così l'orlo del bicchiere. Cosa succede al livello dell'acqua quando il ghiaccio fonde?
- A) il livello tende ad alzarsi e quindi l'acqua esce dal bicchiere
- B) il livello rimane identico
- C) il livello si abbassa

La risposta corretta è B). Il ghiaccio, fondendo, riempie lo stesso volume di acqua spostata per garantirne il galleggiamento.

# Il principio di Pascal

Blaise Pascal (1623 - 1662), Francia.

A lui si devono importanti contributi alla scienza, alla matematica ed alla filosofia.

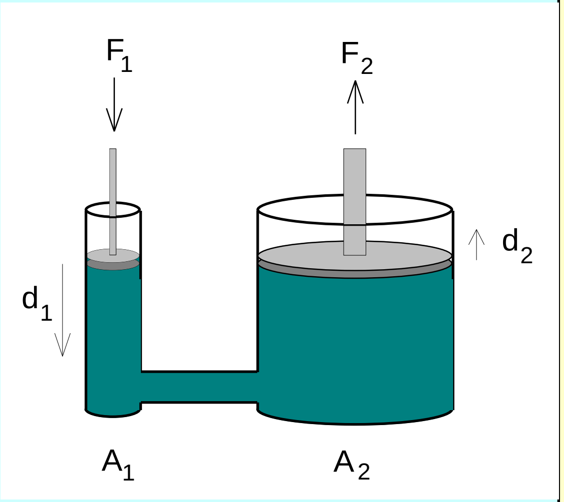
In ambito scientifico, Pascal si dedicò soprattutto alla idrostatica (il principio di Pascal) ed allo studio della pressione atmosferica (ideò la celebre dimostrazione dell'esistenza della pressione atmosferica che prevedeva la misurazione della variazione d'altezza della colonnina di mercurio e del tubo barometrico ai piedi e sulla vetta del Puy-de-Dôme).

Si ricorda anche l'esperimento detto della "botte di Pascal". Si tratta di una Botte piena d'acqua che superiormente termina in un lungo cannello molto sottile; versando acqua nel cannello, quando in esso il livello raggiunge una certa altezza, indipendente dal diametro del cannello, la botte si sfascia. Questa esperienza mostra come la pressione esercitata dall'acqua su un punto della parete della botte dipende solo dal dislivello fra il punto considerato dalla superficie libera dell'acqua nel cannello e non dalla quantità di liquido che esso contiene.

# Il principio di Pascal

- Finora abbiamo visto che:
  - *La pressione dipende dalla profondità*: $\Delta p = \rho g \Delta y$
  - Poichè la pressione dipende dalla profondità, *un corpo immerso in un liquido è soggetto ad una forza verso l'alto (**forza di galleggiamento**)*: $F_B = W_{\text{liquido spostato}}$

- Il principio di Pascal *descrive come una variazione di pressione è trasmessa attraverso un liquido.*



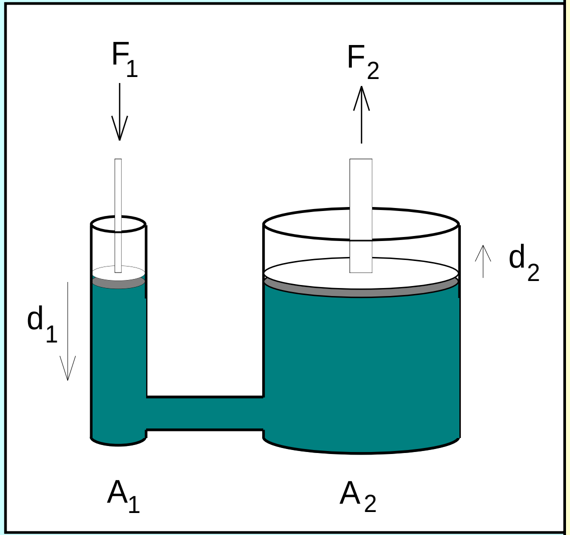
# Principio di Pascal - 1

Presse idrauliche

**Ogni variazione di pressione applicata ad un liquido racchiuso in un contenitore è trasmessa ad ogni porzione di liquido ed alle pareti del recipiente.**
**Ovvero: In un fluido in quiete, intorno ad un medesimo punto, il valore della pressione è uguale in tutte le direzioni.**

Si consideri il sistema mostrato in figura:

Una forza F1 verso il basso è applicata al pistone di area A1.
Questa forza è trasmessa attraverso il liquido per generare una forza verso l'alto F2.
Qual'è il valore di F2?



# Principio di Pascal - 2

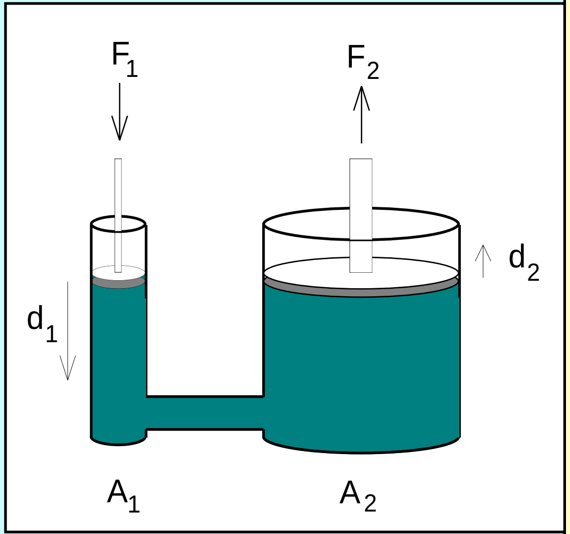
Presse idrauliche

🡸Il Principio di Pascal afferma che la pressione si trasmette inalterata: allora la stessa pressione deve essere esercitata sulla superficie A1 ed A2.

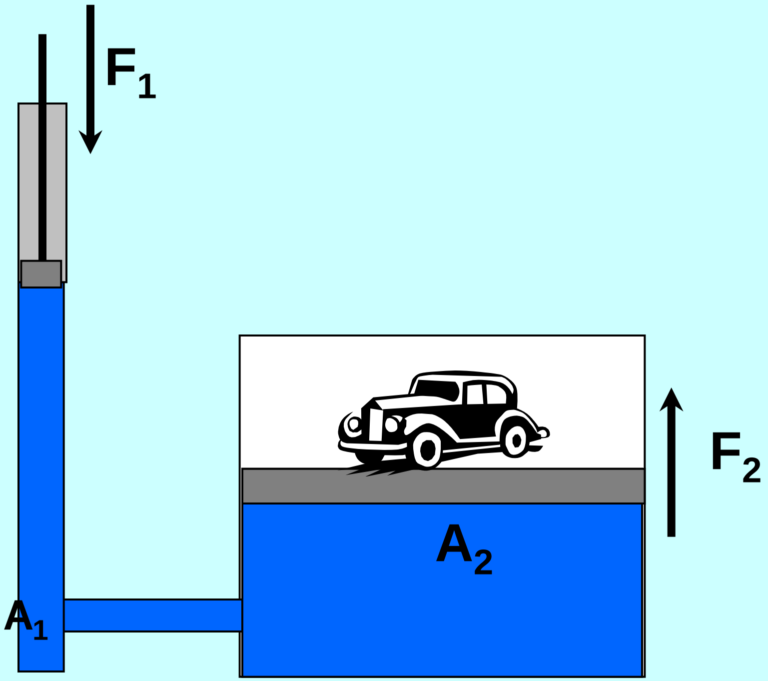
$$\Rightarrow \quad \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{F_2 = F_1 \frac{A_2}{A_1}}$$

Pertanto:

La forza F2 esercitata su A2 può crescere di molto se l'area A2 è molto più estesa dell'area A1.



# Principio di Pascal - 3




🡐L'applicazione del principio di Pascal permette quindi di costruire meccanismi in grado di moltiplicare efficacemente la pressione esercitata su un pistone (**torchio idraulico**). Un'importante applicazione di questo principio riguarda il **sistema frenante di un'auto**, che consente di applicare alle pinze ed alle ganasce dei freni la forza esercitata dal piede del guidatore,utilizzando un liquido sotto pressione che trasmette inalterato l'aumento di pressione causato dall'abbassamento dello stantuffo collegato al pedale.
Ricordiamo inoltre il funzionamento dei **sistemi oleodinamici** utilizzati nelle macchine operatrici (escavatori, bulldozer) e quello delle presse idrauliche, che consentono di esercitare sui pezzi meccanici in lavorazione forze di parecchie tonnellate disponendo di forze motrici molto più piccole.

# Spinte su superfici di un recipiente - 1

Uno degli aspetti pratici più interessanti della idrostatica è la determinazione delle spinte sul fondo e sulle pareti di un recipiente contenente un liquido di determinato peso specifico.
Si tratta di risalire, dal calcolo delle forze che si esercitano tra le particelle di un liquido e tra particelle del liquido e particelle solide del recipiente (pressione), alla forza complessiva esercitata dall'intera massa liquida su una determinata superficie.
La spinta ha di fatto la dimensione di una forza e si calcola come il prodotto della pressione per la superficie su cui si esercita:

$$S = p \cdot A$$

$$p = pressione$$

$$A = area$$

# Spinta sul fondo - 1

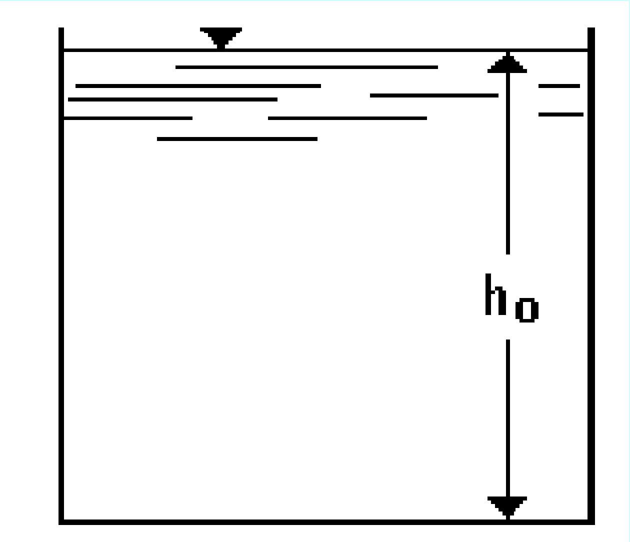
Dato il recipiente cilindrico della figura, per calcolare la spinta sul fondo orizzontale, partiremo dalla misura della pressione costante su ogni punto di detta superficie.
Tale pressione sarà, come al solito, pari a

$$p = \gamma_{acqua} h_0$$

$$h_0 = altezza\ dell'acqua$$

Se si indica con A la superficie del fondo, la spinta sarà pari a

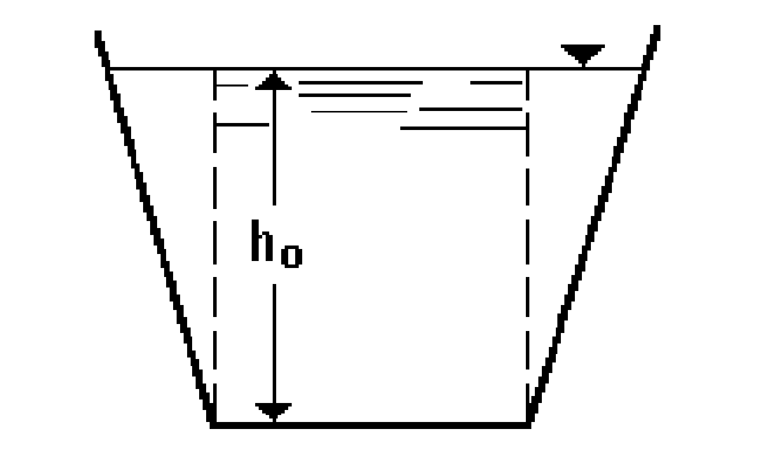
$$S = \gamma_{acqua} h_0 A$$



# Spinta sul fondo - 2

Considerando la massa d'acqua che insiste sul fondo e la forma cilindrica, del recipiente, avente *A* come area di base e $h_0$ come altezza, si riconosce immediatamente che l'espressione data per *S* rappresenta il peso dell'acqua sovrastante la superficie considerata.
In genere però spinta e peso d'acqua sovrastante non coincidono. Basta considerare un recipiente come quello della figura per rendersene conto.

Infatti in questo caso, pur essendo ancora *A* la misura della superficie orizzontale del fondo e $S = \gamma\, h_0\, A$ il valore della spinta, questa evidentemente non coinciderà col peso dell'acqua sovrastante, chiaramente maggiore. Coinciderà invece con il peso del cilindro verticale del liquido avente altezza *h*0 e base pari alla superficie del fondo considerata.



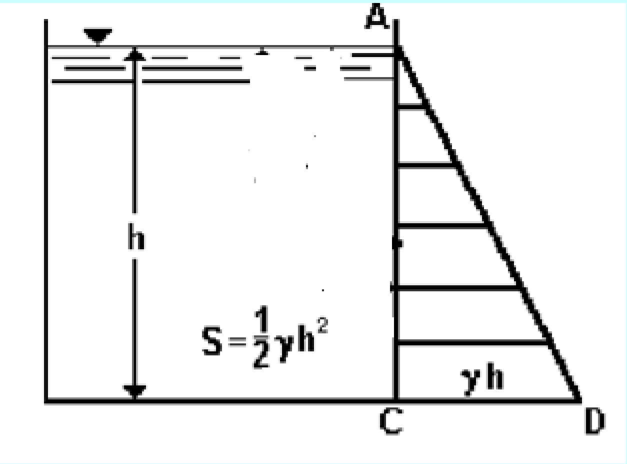
# Spinta su pareti piane - 1

Consideriamo la spinta sulla parete verticale piana di figura.
Le pressioni aumentano con la profondità in modo lineare:

$$p(h) = \gamma_{acqua} \cdot h$$

Il valore della spinta si può dedurre graficamente dall'analisi diagramma delle pressioni agenti sulla parete, che assume un andamento triangolare. Il valore della spinta è,in questo caso (larghezza, perpendicolare al foglio, unitaria), pari all'area del diagramma delle pressioni:

$$S = \gamma_{acqua} \cdot \frac{h}{2} \cdot h$$



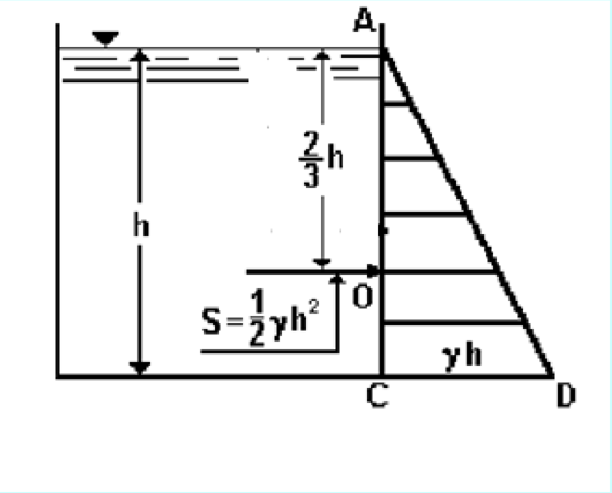
# Il centro di spinta – 1

La determinazione del valore numerico della spinta non esaurisce la sua completa individuazione. Occorre ancora conoscere la sua direzione, il suo verso ed il suo punto di applicazione.

Direzione: sempre normale alla superficie su cui viene esercitata la spinta.

Verso: va dalla massa liquida alla parete.

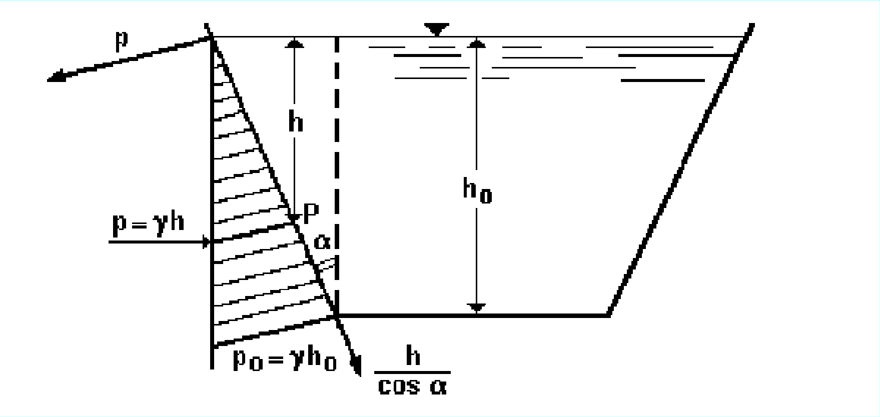
Punto di applicazione: il punto di applicazione viene indicato anche con il nome di centro di spinta, ed è rappresentato da quel punto nel quale è possibile immaginare concentrato il diagramma delle pressioni. Ricorrendo alla rappresentazione grafica della pressione e ricavando la spinta come forza-area del diagramma triangolare dedotto, il centro di spinta ha profondità pari a quella del baricentro di detto diagramma, ed avrà quindi un affondamento pari a 2/3 *h* .



# Spinta su superfici piane inclinate - 1

Allorché ci troviamo in presenza delle pareti inclinate del recipiente in figura il procedimento generale per il calcolo della spinta resta sostanzialmente lo stesso, salvo che, nella espressione della superficie, l'affondamento massimo *h* della parete non coincide più con la lunghezza *a* della stessa.
Con le indicazioni della figura dato che *a* è l'inclinazione della parete sulla verticale ed 1 è la sua larghezza, la spinta assumerà l'espressione:
:

$$S = \frac{1}{2}\gamma_{acqua} h \cdot a \cdot 1$$




Poichè:

$$a = \frac{h}{\cos\alpha}$$

$$S = \frac{1}{2}\gamma_{acqua}\frac{h^2}{\cos\alpha}1$$

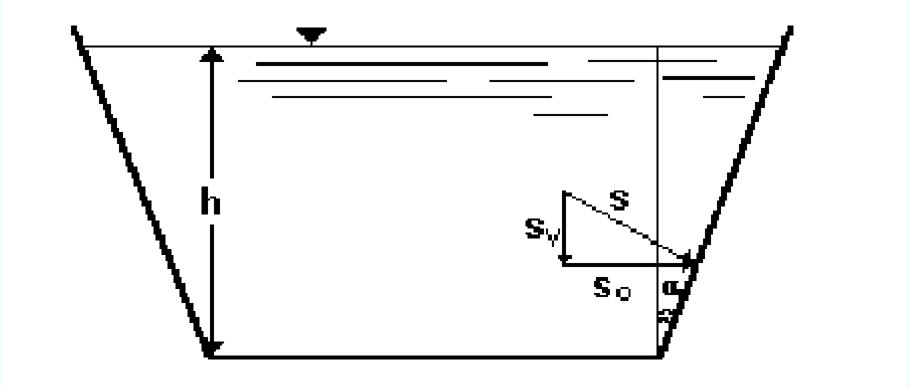
# Spinta su superfici piane inclinate
# Componenti della spinta – Spinta orizzontale

Riferendoci alla parete precedentemente considerata, si ha che:
Componente orizzontale:

$$S_o = S\cos\alpha$$

*quindi*

$$S_o = \frac{1}{2}\gamma_{acqua}\frac{h^2}{\cos\alpha}1\cdot\cos\alpha = \frac{1}{2}\gamma_{acqua}h^2$$




In definitiva la componente orizzontale della spinta su una data parete piana inclinata viene misurata dal prodotto della pressione relativa al suo baricentro per la proiezione verticale della sua superficie o, ciò che è lo stesso, dalla spinta sulla sua proiezione verticale.

# Spinta su superfici piane inclinate
# Componenti della spinta – Spinta verticale

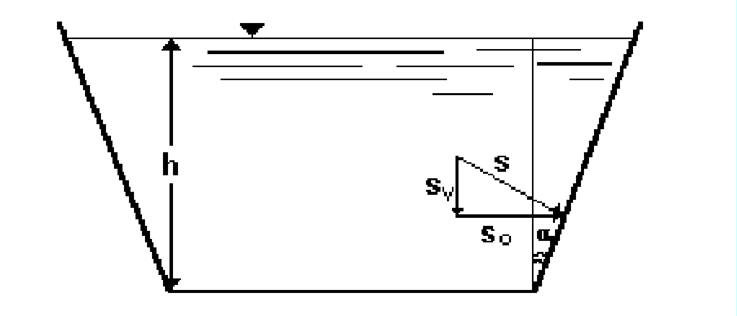
Componente verticale:

$$S_v = S \sin\alpha$$

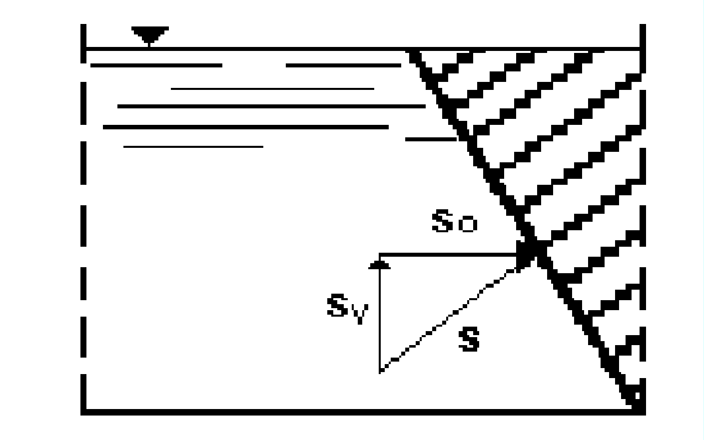
*quindi*

$$S_v = \frac{1}{2}\gamma_{acqua}\frac{h^2}{\cos\alpha}1\cdot\sin\alpha = \frac{1}{2}\gamma_{acqua}h^2\tan\alpha =$$

$$\frac{1}{2}\gamma_{acqua}h\cdot a\cdot 1\cdot\sin\alpha$$

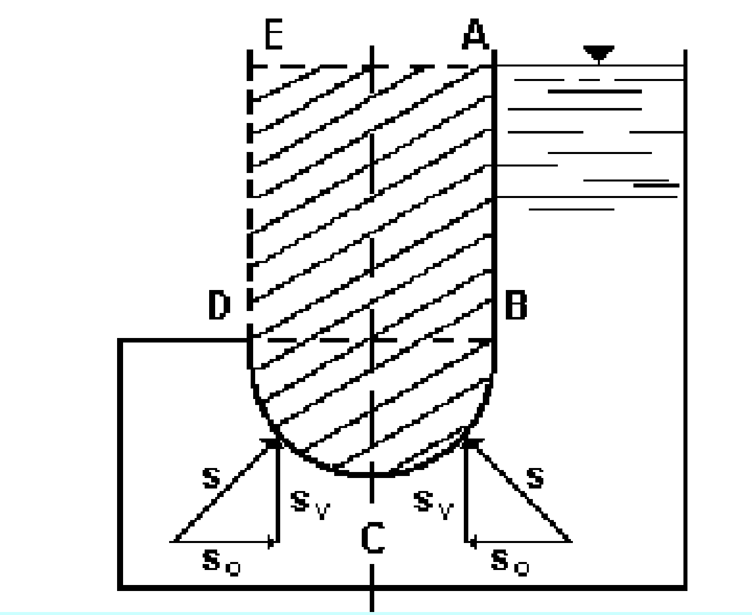



Analizzando questa espressione si può riconoscere in 0.5 *h a 1* ( sen α) il volume del prisma retto racchiuso tra la parete e la superficie libera. Il senso della componente determinata sarà verso il basso o verso l'alto a seconda che detto volume sia reale o ideale (come in figura).



# Spinta su superfici qualunque - 1

Da quanto detto in precedenza si è in grado di calcolare la spinta su qualunque superficie, una volta che si riesca a calcolare il volume reale o ideale compreso tra il piano dei carichi idrostatici, la superficie considerata e la sua proiezione verticale.
Il tutto si riduce infatti a calcolare una spinta su una parete verticale (componente orizzontale della spinta) ed il peso del volume del liquido precedentemente indicato.
Prendendo in esame, per esempio, il recipiente particolare della figura e volendo determinare la spinta sulla parete A B C D, si vede subito che le due superfici simmetriche D C e B C sono soggette a spinte orizzontali uguali e contrarie per cui, ai fini della determinazione della componente orizzontale della spinta, sarà sufficiente conoscere quella sulla parete A B.
Per la componente verticale basterà conoscere il peso del volume d'acqua A B C D E (tutto virtuale).



# Spinta su superfici qualunque - 2

Se facciamo riferimento, invece, ad un tipo di parete come quello della figura, per la componente orizzontale della spinta si procede normalmente,
per quella verticale occorrerà distinguere il tratto di parete A B, su cui grava un volume di liquido virtuale, dal tratto B C su cui grava un volume di liquido reale che comprende anche il precedente. Basterà quindi conteggiare separatamente i due pesi, che per la parte in comune, dando luogo a due componenti verticali di segno opposto, si elideranno. Una volta conosciute le componenti, procedendo con l'usuale metodo grafico in opportuna scala, si potrà ricavare la spinta risultante